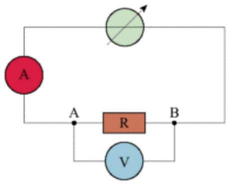
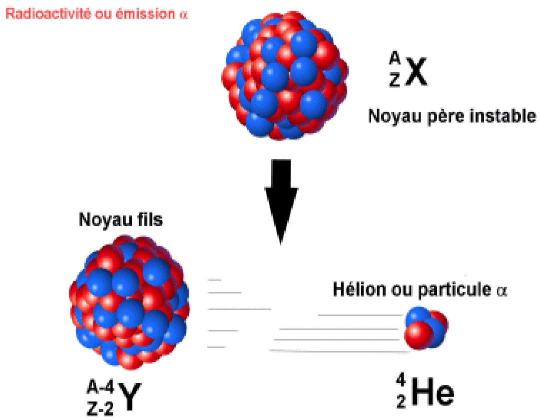
✓ وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية المسيلة

ثانوية: عبد الرحمن بن عوف – عين الخضراء





التطورات الرتيبة

السنة الثالثة من التعليم الثانوي

رياضيات – تقني رياضيات

العلوم التجريبية

2008/2007

مسعود عمورة

1. التطورات الزمنية الرتيبة

الوحدة رقم1: تطور كميات المتفاعلات والنواتج خلال تحول كيميائي في محلول مائي

❖ مؤشرات الكفاءة :

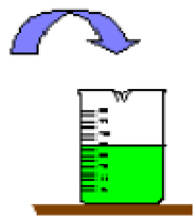
- يصنف التحولات الكيميائية حسب مدتها الزمنية .
- يستعمل منحنيات التطور الزمني لتعيين الزمن المميز والسرعة الحجمية .
- يتحكم في استعمال جهاز قياس الناقلية الكهربائية لمعرفة تركيز محلول .
- يوظف عاملا حركيا لتسريع أو إبطاء تحول كيميائي .
- يفسر دور الوسيط اعتمادا على بعض المفاهيم المدروسة في الحركية الكيميائية .

1) المدة الزمنية لتحول كيميائي:

➢ **النشاطات :**

أ) أمثلة عن التحولات السريعة :

أ – 1 . تفاعل شاردتي البرمنغنات MnO_4^- و الحديد الثنائي Fe^{2+} :



– أ) التجربة : نسكب قليلا من محلول البرمنغنات البنفسجي في محلول محمض لشوارد Fe^{2+} .

– ب) المشاهدة : يحدث آنيا زوال للون محلول برمنغنات البوتاسيوم مباشرة لحظة ملامسته لمحلول الشوارد Fe^{2+}

تحول الأكسدة الإرجاعية الذي حدث بين الثنائيتين هو تحول سريع .

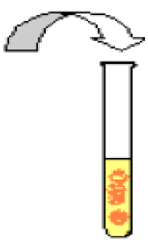
– جـ) كتابة معادلة التفاعل :

$$8\,H^+_{(aq)} + MnO^-_{4\,(aq)} + 5\,e^- = Mn^{2+}_{(aq)} + 4\,H_2O$$

$$Fe^{2+}_{(aq)} = Fe^{3+}_{(aq)} + e^-$$

$$8\,H^+_{(aq)} + MnO^-_{4\,(aq)} + 5\,Fe^{2+}_{(aq)} \rightarrow Mn^{2+}_{(aq)} + 5\,Fe^{3+}_{(aq)} + 4\,H_2O$$

أ – 2 . تشكيل راسب من هيدروكسيد الحديد الثلاثي :



– أ) التجربة : نسكب في محلول للشوارد Fe^{3+} بضعة قطرات من محلول الصودا .

– ب) المشاهدة : يتشكل آنيا راسب صدئي من هيدروكسيد الحديد الثلاثي $Fe(OH)_{3(s)}$.

التحول الحادث هو تحول سريع .

– جـ) كتابة معادلة التفاعل : $Fe^{3+}_{(aq)} + 3\,HO^-_{(aq)} \rightarrow Fe(OH)_{3(s)}$

نعتبر التحول الكيميائي لحظيًا إذا كان تطور الجملة الكيميائية سريعًا حيث يبلغ التحول نهايته مباشرة بعد تلامس المتفاعلات .

ب) أمثلة عن التحولات البطيئة :

ب – 1 . الأكسدة الجزئية لأيون الثيوكبريتات :

– أ) التجربة : نضيف بضعة قطرات من أحد الأحماض الى بيشر يحتوي على ثيوكبريتات الصوديوم

– ب) المشاهدة : محلول ثيوكبريتات الصوديوم يعطي ببطء نشأة راسب أصفر من الكبريت

– جـ) كتابة معادلة التفاعل : $S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} + 6\,H^+_{(aq)} + 4\,e^- = 2\,S_{(s)} + 3\,H_2O$

$$H_2O + S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} = 2\,SO_{2\,(aq)} + 2\,H^+_{(aq)} + 4\,e^-$$

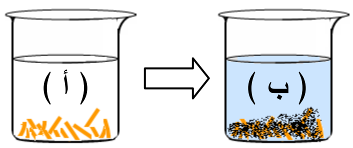
$$S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} + 2\,H^+_{(aq)} \rightarrow S_{(s)} + SO_{2\,(aq)} + H_2O$$

ب – 2 . أكسدة النحاس بشوارد الفضة :

– أ) التجربة : نغمس خراطة من النحاس $Cu_{(s)}$ في محلول نترات الفضة $[\,Ag^+_{(aq)} + NO^-_{3\,(aq)}\,]$

– ب) المشاهدة : يتلون المحلول تدريجيا بالأزرق ، و يظهر راسب أسود على سطح خراطة النحاس

يستغرق هذا التحول عدة دقائق .



– جـ) كتابة معادلة التفاعل :

$$2\,Ag^+_{(aq)} + 2\,e^- = 2\,Ag_{(s)}$$

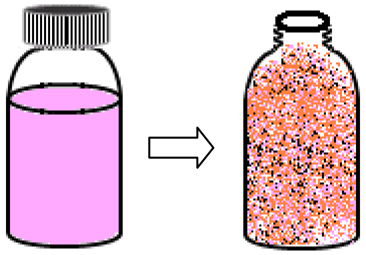
$$Cu_{(s)} = Cu^{2+}_{(aq)} + 2\,e^-$$

$$2\,Ag^+_{(aq)} + Cu_{(s)} \rightarrow 2\,Ag_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)}$$

يكون التحول الكيميائي بطيئًا إذا إستغرق عدة ثواني ، أو عدة دقائق أو عدة ساعات

ج) أمثلة عن التحولات البطيئة جدًا :

إرجاع الشوارد $MnO_4^-{}_{(aq)}$ الى راسب من $MnO_{2\,(s)}$:



(أ) (ب)

– أ) التجربة : نذيب بضع بللورات من برمنغنات البوتاسيوم في الماء المقطر ، ثم نضع المحلول في قارورة .

– ب) المشاهدة :

- بعد عدة أيام نلاحظ أن اللون البنفسجي للمحلول الناتج يبقى مستقرًا دلالة على أن الشوارد MnO_4^- لم يحدث لها أي تحول ... (أ)
- بعد عدة أشهر نلاحظ تشكل راسب على جدران القارورة ... (ب)

الراسب الأشقر المشاهد عبارة عن ثاني أكسيد المنغنيز $MnO_{2\,(s)}$ الذي ينتج عن إرجاع الشوارد $MnO_4^-{}_{(aq)}$.

– جـ) كتابة معادلة التفاعل :

$$MnO_4^-{}_{(aq)} + 4\,H^+{}_{(aq)} + 3\,e^- = MnO_{2\,(s)} + 2\,H_2O$$

المرجع الوحيد المتواجد في الوسط التفاعلي هو الماء الذي يتأكسد الى ثنائي الأكسجين .

$$2\,H_2O_{(\ell)} = O_{2\,(g)} + 4\,H^+{}_{(aq)} + 4\,e^-$$

بالتالي :

$$4\,MnO_4^-{}_{(aq)} + 4\,H^+{}_{(aq)} \longrightarrow 4\,MnO_{2\,(s)} + 3\,O_{2\,(g)} + 2\,H_2O_{(\ell)}$$

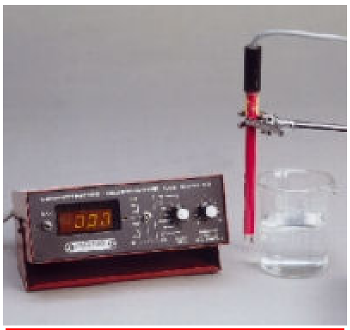
يكون التحول الكيميائي بطيئًا جدًا (لا متناهي البطء) إذا كانت نتائج تطور الجملة ، لا تلاحظ إلا بعد عدة أيام أو أشهر . نقول حينئذٍ أن الجملة عاطلة حركيًا .

2) المتابعة الزمنية لتحول كيميائي :

من أجل الدراسة الكمية لتطور جملة كيميائية بمرور الزمن يجب معرفة تركيبها كل لحظة . لأجل ذلك يمكن إستعمال عدة طرق :

- ✓ الطريقة الكيميائية التي تعتمد على المعايرة .
- ✓ الطريقة الفيزيائية التي تعتمد على قياس مقدار فيزيائي مثل :
  - الضغط
  - الحجم
  - الناقلية
  - الـ pH ...

1-2) متابعة تحول كيميائي عن طريق قياس الناقلية :



وثيقة 1 : جهاز قياس الناقلية

نضيف الى المزيج المتكون من الماء و الإيثانول ، 2 – كلورو 2 – ميثيل البروبان (2-Chloro-2-méthyl propane) و الذي نرمز له إختصارًا RCl ، نلاحظ أنه يحدث تفاعل إماهة للنوع الكيميائي RCl وفق المعادلة :

$$RCl_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = ROH_{(aq)} + H^+{}_{(aq)} + Cl^-{}_{(aq)}$$

هذا التفاعل ينتج الشوارد $H^+{}_{(aq)}$ و الشوارد $Cl^-{}_{(aq)}$ و التي تتحكم في قيمة الناقلية النوعية σ للمحلول (الوسط التفاعلي) .

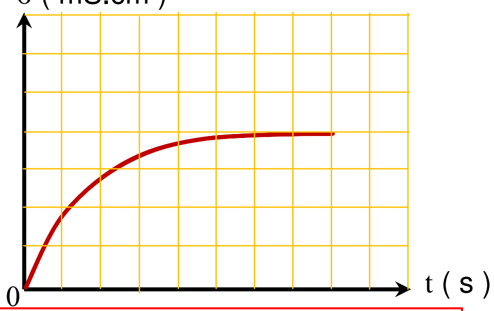
ـــ من أجل متابعة هذا التحول عن طريق قياس الناقلية نضع في بيشر 50 mL من مزيج يتكون من 30 mL من الماء و 20 mL من الإيثانول ، ثم نغمس في البيشر مسبار (Sonde) جهاز قياس الناقلية – الوثيقة 1 .

ـــ نضيف 20 mL من RCl ، نرج المزيج ثم نشغل الكرونومتر عند اللحظة t = 0 . بعد مرور كل دقيقة من الزمن نسجل قيمة الناقلية النوعية σ للمحلول ، ثم نرسم البيان : $\sigma = f(t)$ – الوثيقة 2 .

بعد معايرة الجهاز نقرأ مباشرة قيم الناقلية النوعية للمحلول .

بما أن الشوارد H^+ و Cl^- هي الوحيدة المتواجدة في المحلول ، فإن الناقلية النوعية له تعطى بالعلاقة : $\sigma(t) = \lambda_{H^+}[H^+](t) + \lambda_{Cl^-}[Cl^-](t)$

لنمثل جدول تقدم التفاعل :



وثيقة 2 : تغيرات الناقلية النوعية σ بدلالة الزمن

	$RCl_{(aq)}$	$+ H_2O_{(\ell)}$	$= ROH_{(aq)}$	$+ H^+{}_{(aq)}$	$+ Cl^-{}_{(aq)}$
الحالة الإبتدائية	n_0	بزيادة	0	0	0
الحالة الإنتقالية	$n_0 - x(t)$	بزيادة	$x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	0	بزيادة	x_f	x_f	x_f

في الحالة النهائية يكون : $x_f = n_0$.

من الجدول : $[H^+](t) = [Cl^-](t) = x(t)/V$

بالتالي : $\sigma(t) = (\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-})\, x(t)/V$

لكن في مزيج الماء و الإيثانول تكون الناقليات المولية الشاردية λ_{H^+} و λ_{Cl^-} مجهولة ، لذا لا يمكن معرفة تقدم التفاعل x من العلاقة السابقة .

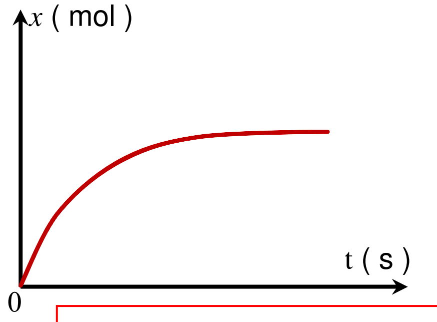
يمكن قياس الناقلية النوعية σ لمزيج مماثل تم تحضيره قبل عدة أيام : نعتبر أن التفاعل قد إنتهى و أن التقدم النهائي هو $x_f = n_0$ ، فيكون : $\sigma_f = (\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-})\, n_0/V$

$\sigma(t) = (\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-})\, x(t)/V$

بأخذ النسبة بين العلاقتين طرفا لطرف نحصل على :

$\sigma(t)/\sigma_f = x(t)/n_0 \Leftarrow x(t) = (n_0/\sigma_f)\, \sigma(t)$

و عليه يمكن رسم المنحنى البياني : $x = f(t)$ – الوثيقة 3 .



وثيقة 3 : تغيرات التقدم x بدلالة الزمن

إن قياس الناقلية النوعية σ لوسط تفاعلي يسمح بالمتابعة المستمرة لتقدم التفاعل خلال تطور الجملة الكيميائية

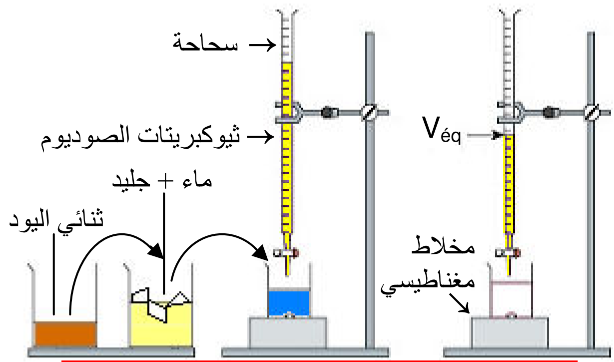
2-2) متابعة تطور جملة كيميائية عن طريق المعايرة :

ـــ التفاعل المنمذج للتحول المدروس عبارة عن أكسدة إرجاعية تحدث بين شوارد اليود I^- (جسم مرجع) و شوارد البرأوكسوديكبريتات $S_2O_8^{2-}$ (Peroxodisulfate) (جسم مؤكسد) و الذي ينمذج بالمعادلة الإجمالية :

$$2\,I^-_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} = I_{2\,(aq)} + 2\,SO_4^{2-}{}_{(aq)}$$

ـــ لتعيين كمية ثنائي اليود المتشكل في اللحظة t ، يتم معايرتها في أزمنة مختلفة بواسطة محلول ثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+, S_2O_3^{2-})$ ذي التركيز المولي C (mol/L) . نحصل على شوارد تتراثيونات $S_4O_6^{2-}$

ـــ في اللحظة t و قبل المعايرة ، نضيف الى عينة من المحلول 50 mL من الماء البارد (جليد) قصد توقيف التفاعل ، ثم نعاير العينة بواسطة محلول ثيوكبريتات الصوديوم حتى يصبح لون المحلول أصفرًا لنضيف بضع قطرات من صمغ النشاء (أو بعض قطرات من محلول التيودان) حيث يصبح المحلول أزرقًا . عند بلوغ التكافؤ يزول اللون الأزرق دلالة على إختفاء ثنائي اليود كليًا ، فنسجل قيمة الحجم $V_{éq}$ المضاف عند التكافؤ – وثيقة 4 .



وثيقة 4 : متابعة التطور الزمني بالمعايرة الحجمية

ـــ الجدول التالي يوضح نتائج المعايرة :

t (min)	0	3	6	9	12	16	20	30	40	50	60
V_E (mL)	0,0	2,5	5,1	7,1	8,4	10,6	11,4	14,1	15,6	16,1	16,4

ـــ المعادلة المنمذجة لتفاعل المعايرة :

$$I_{2(aq)} + 2\,S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} = 2\,I^-_{(aq)} + S_4O_6^{2-}{}_{(aq)}$$

ـــ جدول تقدم تفاعل المعايرة :

معادلة التفاعل	$I_{2(aq)}$ +	$2\,S_2O_3^{2-}{}_{(aq)}$ =	$2\,I^-_{(aq)}$ +	$S_4O_6^{2-}{}_{(aq)}$
ح . الإبتدائية	$n_0(I_2)$	$n_0(S_2O_3^{2-})$	0	0
ح . النهائية $(x_f = x_{éq})$	$n_0(I_2) - x_{éq}$	$n_0(S_2O_3^{2-}) - 2x_{éq}$	$2x_{éq}$	$x_{éq}$

ـــ عند التكافؤ :

$n_0(I_2) - x_{éq} = 0$ و $n_0(S_2O_3^{2-}) - 2x_{éq} = 0 \Leftarrow x_{éq} = n_0(S_2O_3^{2-})/2 = n_0(I_2)$

بالتالي : $n_0(I_2) = n_0(S_2O_3^{2-})/2 = C.V_{éq}/2$.

ـــ في تجربتنا هذه يمثل $n_0(I_2)$ كمية المادة لثنائي اليود المعاير في حجم من محلوله قدره 10 mL .

ـــ ليكن $n(I_2)$ كمية المادة لثنائي اليود المتشكل في وسط تفاعلي حجمه 200 mL حيث :

$$n(I_2) = (200/10) \times n_0(I_2) = 20\, n_0(I_2) = 10\, n_0(S_2O_3^{2-})$$

نتحصل حينئذٍ على الجدول التالي :

t (min)	0	3	6	9	12	16	20	30	40	50	60
$n(I_2)$ (mmol)	0,0	0,5	1,0	1,4	1,7	2,1	2,3	2,8	3,1	3,2	3,3

ـــ تعيين تقدم التفاعل x :

يمكن معرفة x إنطلاقًا من معرفة كمية المادة لأحد النواتج أو معرفة كمية المادة لأحد المتفاعلات المتبقى عند اللحظة t .

لتكن $n_0\,(I^-)$ و $n_0\,(S_2O_8^{2-})$ كميات المادة الإبتدائية لشوارد اليود و شوارد البرأوكسوديكبريتات المتواجدة في البيشر عند اللحظة $t = 0$ لنمثل جدول التقدم للتفاعل المدروس :

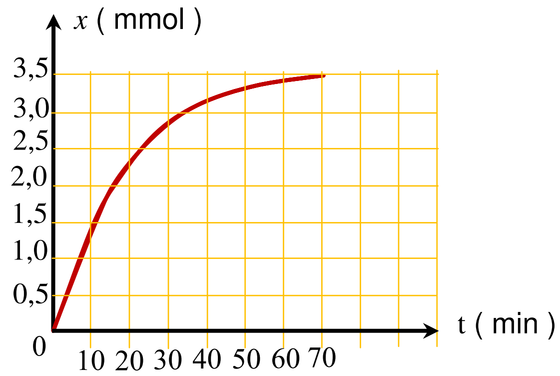
معادلة التفاعل	$2\,I^-_{(aq)}$ +	$S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}$ =	$I_{2\,(aq)}$ +	$2\,SO_4^{2-}{}_{(aq)}$
الحالة الإبتدائية	$C_1.V_1$	$C_2.V_2$	0	0
الحالة الإنتقالية	$C_1.V_1 - 2\,x$	$C_2.V_2 - x$	x	$2x$

نلاحظ من الجدول أن : $x = n\,(I_2)$ حيث x يمثل تقدم التفاعل المدروس في اللحظة t و $n\,(I_2)$ كمية مادة ثنائي اليود المتشكل عند هذه اللحظة .

يمكن حينئذٍ الحصول على الجدول التالي إنطلاقًا من نتائج المعايرة :

t (min)	0	3	6	9	12	16	20	30	40	50	60
x (mmol)	0,0	0,5	1,0	1,4	1,7	2,1	2,3	2,8	3,1	3,2	3,3

و في الأخير نرسم البيان : $x = f(\mathrm{t})$ – الوثيقة 5 .



وثيقة 5 : تغيرات التقدم x بدلالة الزمن t

عملية المعايرة
تمكن من المتابعة الزمنية
لتطور جملة كيميائية

2–3) سرعة التفاعل :

2.3.1. سرعة تشكل النوع الكيميائي :

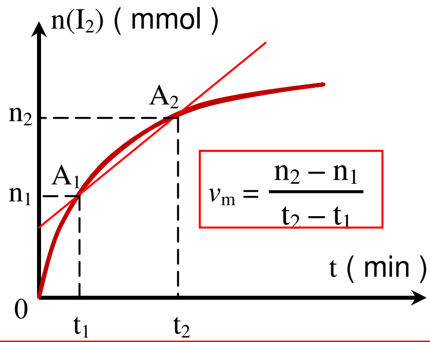
ـــ لدينا بالنسبة للتفاعل السابق :

$$2\,I^-_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} = I_{2\,(aq)} + 2\,SO_4^{2-}{}_{(aq)}$$

ـــ لتكن n_1 كمية المادة لثنائي اليود I_2 المتواجدة في المحلول عند اللحظة t_1 ، و n_2 كمية مادته عند اللحظة t_2 . خلال المدة الزمنية : $\Delta t = t_2 - t_1$ يتشكل في المحلول كمية مادة : $\Delta n = n_2 - n_1$ من ثنائي اليود .

ـــ نعرّف **السرعة المتوسطة لتشكل ثنائي اليود** بين اللحظتين t_1 و t_2 بالعلاقة :

$$v_m = \frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$



$$v_m = \frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$

وثيقة 6 : تمثل السرعة المتوسطة ميل القطعة المستقيمة A_1A_2

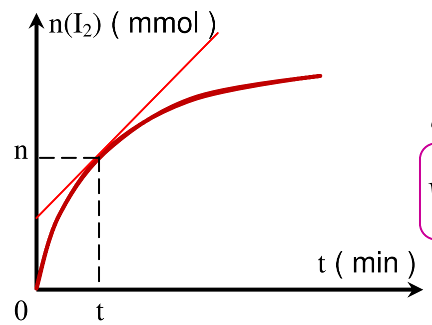
ـــ **عمومًا** : إذا كانت كمية مادة النوع الكيميائي المتشكل خلال تفاعل كيميائي تزداد بمقدار Δn خلال المدة الزمنية Δt ، فإن **السرعة المتوسطة لتشكل النوع الكيميائي** المعتبر هي : $v_m = \dfrac{\Delta n}{\Delta t}$

لأجل مجالات زمنية صغيرة جدًا $\Delta t \to 0$ تؤول **السرعة المتوسطة لتشكل النوع الكيميائي** الى قيمة حدية تدعى v : **السرعة اللحظية لتشكل النوع الكيميائي**

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{dn}{dt}$$

ـــ تعيين السرعة بيانيًا :

نمثل بيانيًا تغيرات كمية المادة للنوع الكيميائي المتشكل (مثلاً : ثنائي اليود) بدلالة الزمن $n\,(I_2) = f(\mathrm{t})$. نلاحظ أن :



وثيقة 7 : يمثل ميل المماس عند اللحظة t السرعة اللحظية لتشكل نوع كيميائي

- السرعة المتوسطة : $v_m = \dfrac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$ تمثل ميل القطعة المستقيمة $[A_1A_2]$ – الوثيقة 6 .
- السرعة اللحظية : $v = \dfrac{dn}{dt}$ تمثل ميل المماس للمنحنى $n = f(\mathrm{t})$ عند اللحظة t – الوثيقة 7 .

2.3.2. سرعة إختفاء نوع كيميائي :

ـــ نعتبر نفس التفاعل السابق : $2\,I^-_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} = I_{2\,(aq)} + 2\,SO_4^{2-}{}_{(aq)}$

ـــ إذا كانت n_1 كمية المادة لـــ $S_2O_8^{2-}$ المختفية في اللحظة t_1 و n_2 كمية مادته المختفية عند اللحظة t_2 . خلال المدة الزمنية : $\Delta t = t_2 - t_1$ تختفي كمية مادة : $\Delta n = n_2 - n_1$ من $S_2O_8^{2-}$.

ـــ نعرّف **السرعة المتوسطة لإختفاء** $S_2O_8^{2-}$ بين اللحظتين t_1 و t_2 بالعلاقة :

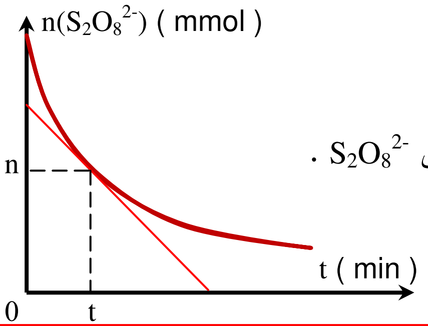
$$\boxed{v_m = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1} = -\frac{\Delta n}{\Delta t}}$$

ـــ **السرعة اللحظية لإختفاء نوع كيميائي :**

$$\boxed{v = -\frac{dn}{dt} = \frac{\|dn\|}{dt}}$$

تعني الإشارة السالبة أن كمية المادة للنوع الكيميائي المختفي تتناقص ، بينما قيمة السرعة **موجبة** .

- **ملاحظة : تكون سرعة تشكل أو إختفاء نوع كيميائي دومًا مقدارًا موجبًا .**



وثيقة 8 : تمثل السرعة اللحظية لإختفاء النوع الكيميائي ميل المماس عند اللحظة t

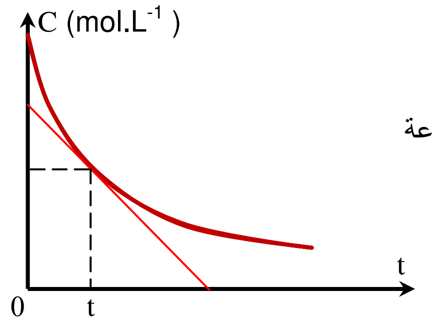
3.3.2. السرعة الحجمية لتشكل أو إختفاء نوع كيميائي :

من أجل تفاعل $P_{(ناتج)} \longrightarrow R_{(متفاعل)}$ ، يحدث في وسط مائي حجمه V ، نعرف السرعة الحجمية لتشكل النوع P أو لإختفاء النوع R كما يلي :

- $\boxed{v_P = \frac{1}{V}\frac{dn_P}{dt}}$ تمثل سرعة التشكل في وحدة الحجم .
- $\boxed{v_R = -\frac{1}{V}\frac{dn_R}{dt}}$ تمثل سرعة الإختفاء في وحدة الحجم .

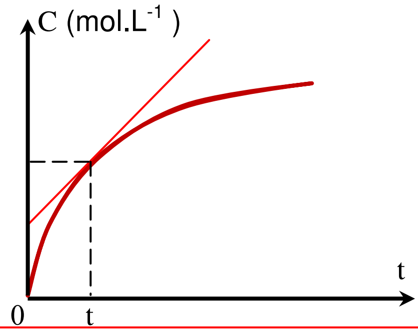
إذا كان حجم الوسط التفاعلي ثابتًا ($V = C^{te}$) فإن :

- $\boxed{v_P = \frac{1}{V}\frac{d([P].V)}{dt} = \frac{d[P]}{dt}}$ لأن : $\boxed{n_P = [P].V}$
- $\boxed{v_R = -\frac{1}{V}\frac{d([R].V)}{dt} = -\frac{d[R]}{dt}}$ لأن : $\boxed{n_R = [R].V}$



وثيقة 9 : تمثل السرعة الحجمية لإختفاء نوع كيميائي ميل المماس عند اللحظة t

- **ملاحظة** : إذا كان المنحنى الممثل هو $C = f(t)$ ، فإن السرعة الحجمية لإختفاء نوع كيميائي تمثل ميل المماس للمنحنى عند اللحظة t – الوثيقة 9 .
- إذا كان المنحنى الممثل هو $C = f(t)$ ، فإن السرعة الحجمية لتشكل نوع كيميائي تمثل ميل المماس للمنحنى عند اللحظة t – الوثيقة 10 .



وثيقة 10 : تمثل السرعة الحجمية لتشكل نوع كيميائي ميل المماس عند اللحظة t

4.3.2. السرعة الحجمية للتفاعل :

ليكن x تقدم التفاعل عند اللحظة t ، نعرّف سرعة التفاعل عند اللحظة t بالعلاقة : $\boxed{v = \frac{dx}{dt}}$.

فهي تمثل ميل المماس للمنحنى $x = f(t)$ عند اللحظة t – الوثيقة 11 .

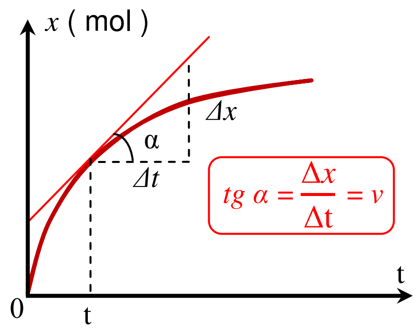
إذا كان التفاعل يحدث في وسط مائي حجمه V نعرّف السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة : $\boxed{v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}}$.

فهي تمثل سرعة التفاعل من أجل وحدة الحجم للوسط التفاعلي .

- **ملاحظات** : ـــ سرعة التفاعل مقدار موجب .

ـــ غالبًا ، يقدر حجم المحلول بوحدة اللتر (L) ، بالتالي تقدر السرعة الحجمية للتفاعل بوحدة : $mol.L^{-1}.s^{-1}$.

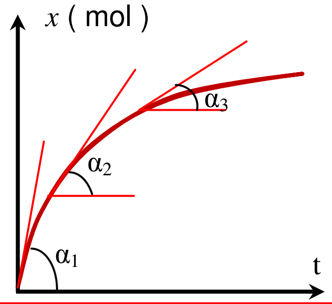
ـــ إذا كان التفاعل بطيئًا جدًا ، تقدر السرعة الحجمية للتفاعل بوحدة : $mol.L^{-1}.min^{-1}$ أو $mol.L^{-1}.h^{-1}$.



وثيقة 11 : تطور السرعة الحجمية للتفاعل تتناسب طردًا مع ميل المماس

ـــ تطور سرعة التفاعل المنمذج لتحول كيميائي :

إن ميل المماس للمنحنى $x = f(t)$ يتناقص من لحظة الى أخرى بمرور الزمن ، و هذا يعني أن سرعة التفاعل تتناقص الى غاية إنعدامها عند نهاية التفاعل لاحظ – الوثيقة 12 .



وثيقة 12 : تطور التحول الكيميائي يؤدي الى التناقص في α و بالتالي في السرعة الحجمية

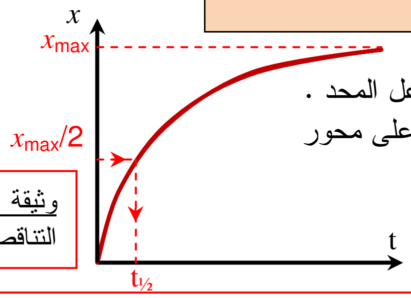
4-2) زمن نصف التفاعل :

زمن نصف التفاعل $t_{½}$ هو المدة الزمنية الضرورية لكي يبلغ التفاعل نصف تقدمه النهائي $x = x_f/2$.

إذا كان التفاعل تامًا فإن $x_f = x_{max}$ ، و بالتالي $t_{½}$ يمثل المدة الضرورية لإستهلاك نصف كمية المتفاعل المحد .

عند رسم البيان $x = f(t)$ نعين $x = x_f/2$ ثم نقرأ على محور الزمن قيمة $t_{½}$ الموافقة لذلك – الوثيقة 13 .

إن معرفة زمن نصف التفاعل يمكن من مقارنة تفاعلين من حيث السرعة و كذلك التحكم في التحول الكيميائي الموافق .



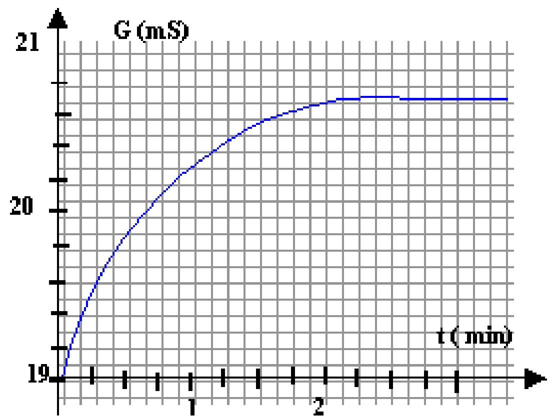
وثيقة 13 : تعيين زمن نصف التفاعل بيانيًا

تطبيق1 : متابعة تحول كيميائي بالقياس الناقلي

سنهتم بدراسة تفاعل الأكسدة – الإرجاعية الحادث بين شوارد البروكسيدكبريتات $S_2O_8^{2-}$ و شوارد اليود I^- في محلول مائي .

الثنائيات (مر / مؤ) : $S_2O_8^{2-} / SO_4^{2-}$ و I_2 / I^- .

في كأس بيشر نضع حجم قدره $V_1 = 40$ mL من محلول بروكسيدكبريتات البوتاسيوم $(2K^+ ; S_2O_8^{2-})$ ذي التركيز $C_1 = 0{,}1$ mol/L عند اللحظة t=0 ، و نضيف له حجما قدره $V_2 = 60$ mL من محلول يود البوتاسيوم $(K^+ : I^-)$ ذي التركيز $C_2 = 0{,}15$ mol/L . نحصل على البيان التالي :



1) أكتب المعادلة النصفية الإلكترونية الموافقة لكل من الثنائيتين المشاركتين في التفاعل الحادث .
2) إستنتج المعادلة الإجمالية للتفاعل الحادث بين شوارد البروكسيد كبريتات و شوارد اليود .
3) نعتبر x تقدم التفاعل في اللحظة t ، عبر عن تراكيز مختلف الأنواع الكيميائية المتواجدة في المزيج بدلالة التقدم x و حجم المحلول V . نهمل تراكيز شوارد الأكسونيوم و شوارد الهيدروكسيد التي تشكل قلة أمام بقية الشوارد .
4) نذكر بأن الناقلية الكهربائية G لمحلول شاردي تعطى بالعبارة : $G = k(\lambda_1[S_2O_8^{2-}]+\lambda_2[I^-]+\lambda_3[SO_4^{2-}]+\lambda_4[K^+])$ حيث : λ_i تمثل الناقلية المولية الشاردية (و التي تتعلق فقط بطبيعة النوع الشاردي و حرارة المحلول) ، k هو ثابت خلية القياس الناقلي . بيّن أن العلاقة التي تربط بين الناقلية G و تقدم التفاعل x من الشكل : $G = 1/V(A+Bx)$ ، حيث : V هو الحجم الثابت للمحلول ، A و B ثابتين قيمتاهما العدديتين : $A = 1{,}9$ mS L ؛ $B = 42$ mS L mol^{-1} .
5) أوجد عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة التقدم x . إستنتج عبارة هذه السرعة بدلالة الناقلية G .
6) بالإستعانة بالبيان حدد قيمة السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة : t = 1 min .
7) حدد التقدم الأعظمي للتفاعل x_{max} .
8) بإستخدام النتيجة السابقة ، حدد بيانيا اللحظة التي بدءًا منها يمكننا إعتبار التفاعل منتهيا .

الإجابة :

إرجاع شاردة البيروكسيد كبريتات : $S_2O_8^{2-} + 2e^- \rightarrow 2SO_4^{2-}$

أكسدة شاردة اليود : $2I^- \rightarrow 2e^- + I_2$

$$S_2O_8^{2-} + 2I^- \rightarrow 2SO_4^{2-} + I_2$$

الحالة	$S_2O_8^{2-}$ +	$2I^-$ →	$2SO_4^{2-}$ +	I_2
الإبتدائية	40 × 0,1 = 4 mmol	60 × 0,15 = 9 mmol	0	0
خلال التطور	$4 - x$	$9 - 2x$	$2x$	x
النهائية	$4 - x_{max} = 0$ $x_{max} = 4$ mmol	$9 - 2x_{max} = 1$ mmol	$2x_{max} = 8$ mmol	$x_{max} = 4$ mmol

عند اللحظة t تراكيز الأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول :

$$[S_2O_8^{2-}] = (4 - x)/V$$

$$[I^-] = (9 - 2x)/V$$

$$[SO_4^{2-}] = 2x/V$$

$$[I_2] = x/V$$

$$[K^+] = (40 \times 0,1 \times 2 + 60 \times 0,15) / 100 = 0,17 \text{ mol/L}$$

$$G = k/V(\lambda_1(4 - x) + \lambda_2(9 - 2x) + \lambda_3 \,.\, 2x + \lambda_4 \,.\, 0,017)$$

$$G = k/V(4\lambda_1 + 9\lambda_2 + 0,017\lambda_4 + (2\lambda_3 - \lambda_1 - 2\lambda_2)x) \,.$$

عبارة السرعة الحجمية للتفاعل : $v = (1/V)\, dx/dt$

لدينا : $G = 1/V\,(A+Bx)$ ؛ بإشتقاق هذه العبارة بالنسبة للزمن نجد :

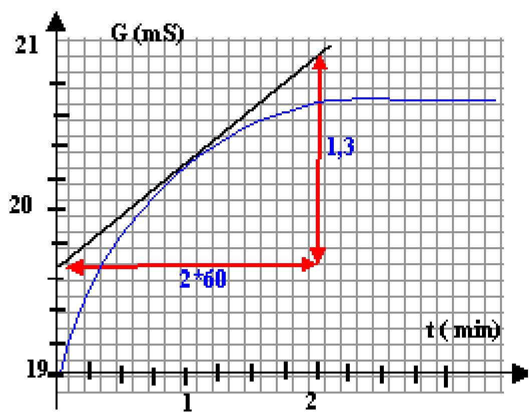
$dG/dt = B/V\, dx/dt$ بالتالي : $v = 1/B\, dG/dt$

$v\,(t = 1 \text{ min}) = 1/42 \times 0,0108 = 2,57 \times 10^{-4} \text{ mol L}^{-1} \text{ s}^{-1}$

عندما : $dG/dt = 0$ (المستقيم المماس أفقيًا) فإن سرعة التفاعل تنعدم ؛

و يكون بذلك التفاعل منتهيًا .

القراءة على البيان : بدءًا من اللحظة $t = 2$ min بالإمكان إعتبار التفاعل منتهيًا .



$$\left(\frac{dG}{dt}\right)_{t=1min} = \frac{1,3}{120} = 0,0108 \text{ mS s}^{-1}$$

تطبيق2 : متابعة تطور جملة عن طريق المعايرة

تمرين 2 – محلول (الكتاب المدرسي : ص 45)

ندرس التطور الزمني لتفاعل أكسدة شوارد اليود $I^-_{(aq)}$ بشوارد البرأوكسوديكبريتات $S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}$ « تفاعل 1 » . نأخذ جزء من الوسط التفاعلي ، ثم نعاير ثنائي اليود المتشكل في اللحظة t ، و ذلك بعد وضعه في ماء شديد البرودة .

ــ في اللحظة t = 0 ، ندخل 20 mL من محلول برأوكسوديكبريتات ذي التركيز المولي $C_{ox} = 0,25$ mol/L في بيشر سعته 250 mL ، موضوع فوق مخلاط مغناطيسي و يحتوي على 80 mL من محلول يود البوتاسيوم ذي التركيز المولي $C_{réd} = 0,2$ mol/L .

ــ في كل لحظة مختارة نأخذ 5,0 mL من هذا المزيج و نسكبه في بيشر سعته 150 mL يحتوي على 50 mL من ماء شديد البرودة و بعض القطرات من صمغ النشاء أو التيودان .

ــ نعاير محتوى البيشر بمحلول ثيوكبريتات الصوديوم ($2\,Na^+{}_{(aq)} + S_2O_3^{2-}{}_{(aq)}$) ذي التركيز المولي $C_{tit} = 0,025$ mol/L « تفاعل 2 » ، ثم نسجل الحجم المضاف عند التكافؤ $V_{éq}$. ندون النتائج المتحصل عليها في الجدول التالي :

t (min)	3	6	10	15	20	30	40	50	60
V_E (mL)	3,1	5,7	8,5	11,3	13,4	16,2	17,8	18,8	19,3

1) أكتب معادلة التفاعل (1) المنمذج للتحول الحادث علمًا أن الثنائيات (Ox/réd) الداخلة في التفاعل هي :
$S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} / SO_4^{2-}{}_{(aq)}$ ، $I_{2\,(aq)} / I^-{}_{(aq)}$

2) أنجز جدولاً لتقدم التفاعل .

3) لماذا يجب وضع الجزء المأخوذ في 50 mL من ماء شديد البرودة و ذلك قبل المعايرة ؟

4) تعطى معادلة التفاعل (2) المنمذج لتحول المعايرة : $I_{2(aq)} + 2\,S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} = 2\,I^-{}_{(aq)} + S_4O_6^{2-}{}_{(aq)}$

أ) ما هي مميزات هذا التحول ؟

ب) أوجد علاقة بين كمية المادة لثنائي اليود المتشكل في التحول (1) ، التركيز المولي للمحلول المعاير لثيوكبريتات الصوديوم و حجم المحلول المعاير المسكوب عند زوال لون المحلول (الحجم المكافئ) في كل معايرة .

ج) إستنتج العلاقة بين تقدم التفاعل (1) ، التركيز المولي للمحلول المعاير لثيوكبريتات الصوديوم و الحجم المكافئ .

د) أنشئ جدولاً يعطي التقدم x للتفاعل (1) بدلالة الزمن t .

5) أرسم المنحنى : $x = f(t)$.

6) عين قيمة سرعة التفاعل (1) عند اللحظة : t = 25 min .

7) أ. أحسب التقدم الأعظمي للتفاعل في اللحظة t_∞ .

ب. إستنتج قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ للتفاعل (1) .

الإجابة :

1. معادلة التفاعل المنمذج للتحول (1) :

ن . م . الأكسدة : $2\,I^-{}_{(aq)} = I_{2\,(aq)} + 2\,e^-$: $I_{2\,(aq)} / I^-{}_{(aq)}$

ن . م . الإرجاع : $S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} + 2\,e^- = 2\,SO_4^{2-}{}_{(aq)}$: $S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} / SO_4^{2-}{}_{(aq)}$

المعادلة الإجمالية (أكسدة – إرجاع) : $2\,I^-{}_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} = I_{2\,(aq)} + 2\,SO_4^{2-}{}_{(aq)}$

2. جدول التقدم للتفاعل (1) :

المعادلة / التقدم		$2\,I^-{}_{(aq)}$ +	$S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}$ =	$I_{2\,(aq)}$ +	$2\,SO_4^{2-}{}_{(aq)}$
الحالة الإبتدائية	0	$(n_{réd})_0$	$(n_{ox})_0$	0	0
الحالة الإنتقالية	x	$(n_{réd})_0 - 2x$	$(n_{ox})_0 - x$	x	$2x$
الحالة النهائية	x_{max}	$(n_{réd})_0 - 2x_{max}$	$(n_{ox})_0 - x_{max}$	x_{max}	$2x_{max}$

3. التفاعل (1) بطيء و يستمر في التطور من أجل : $0 < x < x_{max}$. كما أن تعيين تقدم التفاعل x في لحظة كيفية t يتطلب إيقاف التفاعل ، و لهذا الغرض يتم سكب الجزء المأخوذ في كأس بيشر يحتوي على 50 mL من ماء شديد البرودة .

4. أ) التحول (2) سريع و تام .

ب) العلاقة بين $n(I_2)$ لثنائي اليود المتشكل من التحول (1) ، C_{tit} و V_E :

جدول تقدم تفاعل المعايرة « التحول (2) » :

المعادلة / التقدم		$I_{2(aq)}$ +	$2\,S_2O_3^{2-}{}_{(aq)}$ =	$2\,I^-{}_{(aq)}$ +	$S_4O_6^{2-}{}_{(aq)}$
الحالة الإبتدائية	0	$n(I_2)$	$n_E(S_2O_3^{2-})$	0	0
الحالة النهائية	x_E	$n(I_2) - x_E$	$n_E(S_2O_3^{2-}) - 2x_E$	$2x_E$	x_E

عند التكافؤ : $n(I_2) - x_E = 0$ و $n_E(S_2O_3^{2-}) - 2x_E = 0$

بالتالي : $x_E = n(I_2) = n_E(S_2O_3^{2-})/2$ و هي تمثل كمية المادة في 5 mL من الوسط التفاعلي .

حيث أن حجم الوسط التفاعلي : 20 mL + 80 mL = 100 mL ، فإن كمية المادة لثنائية اليود المتشكل من التفاعل (1) هي :

$n(I_2) = 20\, n_E(S_2O_3^{2-})/2 = 10\, n_E(S_2O_3^{2-}) = 10\, C_{tit}.V_E \Leftarrow$ $n(I_2) = 10\, C_{tit}.V_E$.

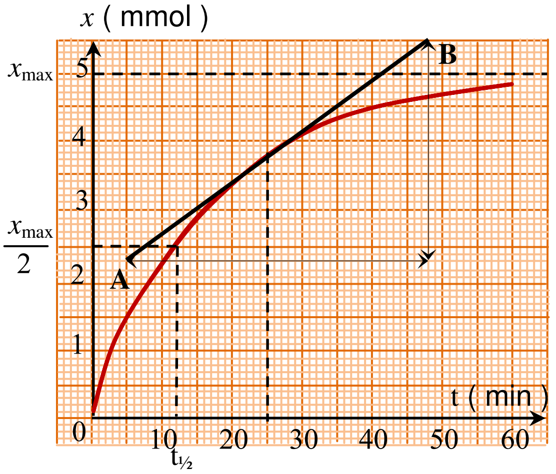
جـ) حسب جدول التقدم للتفاعل (1) فإن : $n(I_2)$ المتشكل من التفاعل (1) يساوي التقدم x للتفاعل (1) و منه :

$x = 10\, C_{tit}.V_E$.

د) جدول التقدم x للتفاعل (1) بدلالة الزمن t :

t (min)	3	6	10	15	20	30	40	50	60
x (mmol)	0,78	1,4	2,1	2,8	3,4	4,1	4,5	4,7	4,8

1. البيان : $x = f(t)$



(أنظر البيان المرفق جانبه)

5. تعيين قيمة سرعة التفاعل (1) عند اللحظة : t = 25 min

نرسم المماس (AB) للمنحنى $x = f(t)$ عند اللحظة t = 25 min

ثم نعين قيمة الميل لهذا المماس الذي يمثل فيزيائيًا قيمة سرعة التفاعل (1)

$$v_{25} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{5{,}5 - 2{,}3}{48 - 5}$$

$V_{25} = 7{,}4\times10^{-5}\ mol.min^{-1} = 1{,}2\times10^{-6}\ mol.s^{-1}$

6. أ) التقدم الأعظمي : x_{max}

كميات المادة للمتفاعلات : $(n_{ox})_0 = C_{ox} . V_{ox} = 5{,}0\times10^{-3}$ mol

$(n_{réd})_0 = C_{réd} . V_{réd} = 1{,}6\times10^{-2}$ mol

البحث عن التقدم الأعظمي : من جدول التقدم للتفاعل (1) :

ــ إذا كان المؤكسد $S_2O_8^{2-}$ هو المتفاعل المحد فإن : $(n_{ox})_0 - x_{max} = 0$ أي : $x_{max} = (n_{ox})_0 = 5{,}0\times10^{-3}$ mol

ــ إذا كان المرجع I^- هو المتفاعل المحد فإن : $(n_{réd})_0 - 2x_{max} = 0$ أي : $x_{max} = (n_{réd})_0/2 = 8{,}0\times10^{-3}$ mol

بالتالي : $x_{max} = 5{,}0\times10^{-3}$ mol و المتفاعل المحد هو الجسم المؤكسد $S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}$.

ب) زمن نصف التفاعل $t_{½}$ للتفاعل (1) يمثل المدة الضرورية لتقدم x يساوي نصف التقدم الأعظمي $x = x_{max}/2 = 2{,}5$ mmol

بالتالي : من البيان و لأجل $x = 2{,}5$ mmol نجد : $t_{½} = 12$ min .

3) **<u>العوامل الحركية (*Les facteurs cinétiques*)</u>** :

لنحاول الإجابة عن التساؤلات التالية :

أ) لماذا نحافظ على المأكولات في الثلاجة ؟

ب) لماذا يتم طهي الطعام بسرعة في آلة طهي خاصة (Cocotte minute) ؟

ج) لماذا نضيف الى جملة كيميائية ماءً و جليدًا ؟

د) كيف يمكن تفسير بعض التفاعلات البيوكيميائية الحادثة بوجود أنزيمات ؟

ــ التحليل :

أ) داخل جهاز التبريد ، التفاعلات البيوكيميائية التي تحدث للأطعمة تكون لها بفعل التبريد سرعة ضعيفة جدًا .

ب) يصل الضغط الداخلي في آلة الطهي الخاصة الى 2 bar فتصل درجة غليان الماء الى 112 °C بدلاً من 100 °C ، و بالتالي طهي الطعام يتطلب مدة أقصر مقارنة مع طريقة الطهي العادية .

ج) إضافة (ماء + جليد) الى جملة كيميائية يؤدي الى توقيف التفاعل ، حيث يكون تركيب الجملة نفسه كما لو كان عند درجة حرارة عالية .

د) يمكن تسريع بعض التفاعلات البيوكيميائية البطيئة جدًا بإستعمال أنواع كيميائية في الوسط التفاعلي البيوكيميائي و تسمى هذه المواد بالوسائط : ــ إفراز المعدة يساعد على تحليل البروتينات .

ــ الأنزيمات الناتجة عن الخميرة تساعد على تحضير الجبن .

(1-3 درجة الحرارة :

يكون تطور جملة كيميائية أسرع كلما إرتفعت درجة الحرارة

(2-3 التركيز الإبتدائي للمتفاعل :

كلما تزايد التركيز المولي الإبتدائي لمتفاعل كلما كان التفاعل أسرع

(3-3 التفسير المجهري :

➢ **الحركة البروونية (Mouvement Brownien) و الحركة الناتجة عن الحرارة (Agitation thermique) :**

الحركة البروونية هي الحركة العشوائية لدقائق صلبة صغيرة تحت تأثير جزيئات مائع (سائل أو غاز) . إن ملاحظة الظاهرة البروونية تكشف بأن حركة الأفراد الكيميائية (ذرات ، جزيئات أو شوارد) المتواجدة في مائع لها حركة عشوائية سريعة ، و نتيجة لهذه الحركة ، تكتسب هذه الأفراد طاقة حركية مجهرية متعلقة بدرجة الحرارة .

إن التغير الحادث في درجة حرارة مائع يغير من الطاقة الحركية لهذه الأفراد و لذلك تسمى هذه الحركة بالحركة الحرارية (agitation thermique) .

➢ **الإصطدام الفعال (Choc efficace) :**

قولنا بأن تفاعل كيميائي حدث بين نوعين A و B يعني أنه بعد تلامسهما في وسط كيميائي يتشكل نوعين جديدين C و D .

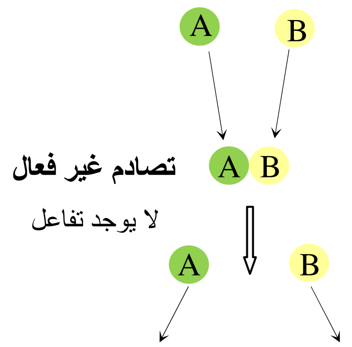
$$A + B \rightarrow C + D$$

بالتالي تتحطم روابط كيميائية للإنتقال من الحالة الإبتدائية (A + B) الى الحالة النهائية (C + D) .

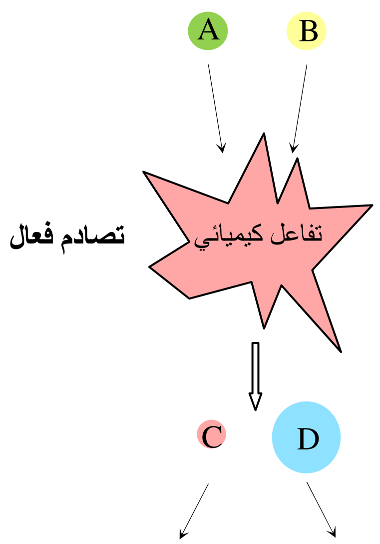
يكون النوعين A و B مزودين بسرعة و لهما بذلك طاقة حركية ميكروسكوبية .

إذا كانت هذه الطاقة ضعيفة فإن إلتقاء A و B يترجم بتصادم مرن بينهما و في هذه الحالة لا تتغير الروابط الكيميائية .

نقول عن التصادم الحادث بين A و B أنه " **غير فعال** " و لا يحدث تفاعل كيميائي بين A و B .



إذا كانت هذه الطاقة كافية فإن إلتقاء A و B يترجم بإنكسار الروابط الكيميائية و التصادم الحادث بين A و B نقول عنه أنه " **فعال** " و يحدث تفاعل كيميائي بين A و B يقود الى تشكل النوعين C و D .



نسبة فقط من التصادمات تكون فعالة .

ينتج التحول الكيميائي عن الإصطدامات الفعالة للأفراد المتفاعلة حيث تنكسر روابط لتتشكل روابط أخرى بسبب الطاقة الحركية الكافية للأفراد و كذلك لتوجهها المناسب

(4-3 الوساطة :

❖ التجربة : نسكب في بياشر : A ، B ، C ، D حجم قدره 20 mL من الماء الأكسجيني H_2O_2 حيث :
- البيشر A يستعمل كشاهد .
- نغمس في البيشر B أسطوانة من البلاتين .
- نضيف الى البيشر C محلولاً من كلور الحديد III .
- نضيف الى البيشر D قطعة صغيرة من كبد حيوان كمصدر للــ « كاتالاز : catalase » .

الماء الأكسجيني يتحلل الى ماء و ثنائي الأكسجين وفق التفاعل المنمذج بالمعادلة :

$$\boxed{H_2O_{2\,(aq)}/H_2O_{(\ell)}} \; : \; H_2O_{2\,(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^- = 2H_2O_{(\ell)}$$
$$\boxed{O_{2\,(g)}/H_2O_{2\,(aq)}} \; : \; H_2O_{2\,(aq)} = O_{2\,(g)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^-$$
$$\boxed{2\,H_2O_{2\,(aq)} = O_{2\,(g)} + 2H_2O_{(\ell)}}$$

نلاحظ أن الماء الأكسجيني H_2O_2 يلعب دور مؤكسد و مرجع بآن واحد ، هذه الظاهرة تعرف بـــ « التفكك الذاتي » (dismutation) .

❖ المشاهدة : ــ لا نشاهد في البيشر A إنطلاق غاز لأن تحليل الماء الأكسجيني في الظروف المألوفة بطيء جدًا .
ــ بعد لحظات نشاهد إنطلاق غاز في البيشر B قرب أسطوانة البلاتين يمكن التعرف عليه بأنه O_2 .
ــ نلاحظ في البيشر C إنطلاق غاز ، و زوال اللون المميز للشوارد Fe^{3+} (رمادي صدئي) و ظهور اللون الأسمر ، ثم عندما ينتهي التفاعل نلاحظ ظهور اللون المميز للشوارد Fe^{3+} من جديد .
ــ نلاحظ في البيشر D إنطلاق غاز O_2 بسبب أنزيم الكاتالاز الحاوي للشوارد Fe^{3+} .

❖ نتيجة : كل من البلاتين ، الشوارد Fe^{3+} و أنزيم الكاتالاز أنواع تساعد على تسريع التفاعل ، فهي « **وسائط** » و ظاهرة تسريع التفاعل تسمى : **الوساطة** .

تبين التجارب السابقة بأن الوسائط أنواع كيميائية تستعمل بكميات قليلة من أجل تسريع التفاعل (الذي يكون بطيئًا جدًا في الحالة المألوفة) ، و رغم أنها تساهم في التفاعل إلا أنها تظهر في الحالة النهائية كما كانت عليه في الحالة الإبتدائية ، و لهذا لا تكتب في معادلة التفاعل

❖ خلاصة :
أ) الوسيط : نوع كيميائي يسرع التفاعل الكيميائي دون أن يظهر في معادلة التفاعل و لا يغير الحالة النهائية للجملة الكيميائية .
ب) الوساطة : هي عملية تأثير الوسيط على التفاعل الكيميائي (تسريع التفاعل) .
ج) أنواع الوساطة : عمومًا تصنف عملية الوساطة الى ثلاثة أصناف حسب طبيعة المتفاعلات و الوسائط المستعملة :
- ✓ الوساطة المتجانسة : عندما يشكل الوسيط و المتفاعلات طورًا واحدًا نقول أن الوساطة متجانسة – مثل : تحليل الماء الأكسجيني بوساطة من الشوارد Fe^{3+} لأن الماء الأكسجيني و الشوارد Fe^{3+} متواجدة في نفس الوسط المائي الذي يشكل طورًا واحدًا سائلاً .
- ✓ الوساطة غير المتجانسة : إذا كان الوسيط و المتفاعلات غير متواجدة في نفس الطور نقول أن الوساطة غير متجانسة – مثل : وساطة تحليل الماء الأكسجيني بوجود البلاتين الصلب غير متجانسة لأن البلاتين يشكل طورًا صلبًا بينما الماء الأكسجيني يشكل طورًا سائلاً في محلول مائي .
- ✓ الوساطة الإنزيمية : إذا كان الوسيط إنزيمًا نقول أن الوساطة إنزيمية – مثل : تحليل الماء الأكسجيني بوجود كاتالاز الكبد .

4) أهمية العوامل الحركية :

(1-4 تأثير التركيز المولي للمتفاعلات :

ــ من أجل توقيف تفاعل كيميائي عنيف ، نقوم أحيانًا بتمديد الوسط التفاعلي و ذلك بإضافة كميات كبيرة من الماء .
ــ في المخبر يمكن مثلاً أن نوقف التفاعل بين النحاس و شوارد النترات في وسط حمضي بتمديد المحلول ، بالمقابل يمكن تسريع التفاعل أكثر بإضافة حمض الآزوت (النيتريك) المركز .
ــ في المخابر الصناعية حيث يتم تحضير نواتج غير مستقرة (كالنيتروغليسيرين : مادة متفجرة) يوضع الوسط التفاعلي فوق وعاء كبير يحتوي على ماء . عند بداية التفاعل يغمر فيه الوسط التفاعلي حتى يتمكن من التحكم في التفاعل (تفاعل عنيف) بحيث تنحل المتفاعلات في الماء و تصبح ممددة ...

(2-4 تأثير درجة الحرارة :

ــ درجة الحرارة الداخلية لجسم الإنسان في الحالة العادية تكون محصورة تقريبًا بين 36 °C و 38 °C ، في هذا المجال يكون جسم الإنسان في حالته الطبيعية السليمة .
ــ عند درجة الحرارة المنخفضة تتناقص سرعة التفاعلات البيوكيميائية بحيث يفقد الإنسان وعيه مثلاً عند 33 °C .

ـ عند درجة الحرارة المرتفعة تتغير جزئيًا بنية الجزيئات الإنزيمية (البروتينات) التي تلعب دور وسيط في التفاعلات البيوكيميائية ، و بالتالي يكون الإنزيم في حالة غير طبيعية و يفقد بذلك خاصية الوساطة و تصبح سرعة التفاعل البيوكيميائي ضعيفة ، فمثلاً عند 42 °C يفقد المخ وظيفته ، بينما تتوقف الحياة عند 44 °C . لهذا تنظم الآليات العضوية للجسم درجة الحرارة في المجال المذكور .

ـ إن إستعمال أجهزة التبريد بأنواعها ، يمكن من المحافظة على الأطعمة الغذائية لأن سرعة التفاعلات البيوكيميائية تتناقص عند درجة الحرارة المنخفضة مما يضعف من فعالية الكائنات المجهرية . بالمقابل درجة الحرارة العالية تمكن من الطهي السريع للأطعمة .

ـ في الصناعة و في المخبر يمكن تسريع التفاعل البطيء جدًا عند الدرجة الإعتيادية 20 °C بالتسخين مع مراقبة الوسط التفاعلي لأن التفاعلات الحرارية تولد بعض الإشكاليات التي تحول دون التحكم الجيد في الظواهر الحرارية . أحيانًا تحدث تفاعلات ثانوية غير منتظرة بسبب التغيرات الحرارية للوسط التفاعلي (كما هو الحال في : مناجم الفحم ، عمليات تصوير الوثائق ، ...) .

3-4) **أهمية الوسيط** :

1.3.4. في البيوكيمياء : تعتبر الإنزيمات وسائط هامة في البيوكيمياء : فهي جزيئات عضوية عملاقة ذات بنية معقدة تصنف في عائلة البروتينات ، غيابها في المادة الحية يجعل التفاعلات الحادثة بطيئة جدًا .

ـ توجد الإنزيمات عند الإنسان في : اللّعاب ، النسغ الهضمية ، النسغ المعوية و البنكرياسية ، العضلات ، الدم ، و كل الأعضاء .

ـ في الصناعة الغذائية تستعمل الإنزيمات في تحضير الخبز و بعض المشروبات .

ـ في الطب تساعد الإنزيمات على التشخيص و التداوي .

إن التطبيقات المتعددة للإنزيمات في مختلف المجالات جعلت البحث العلمي يتعمق في دراسة طبيعتها ، وظيفتها و كيفية تأثيرها حتى يسهل إصطناعها .

2.3.4. في الصناعة :

ـ في الصناعة عدة تفاعلات تحتاج الى وسيط (الهدرجة ، البلمرة ، الأكسدة المدبرة ، إصطناع NH_3 ، NO ، NO_3 ...

ـ في المجالات الأخرى خاصة قطاع البترول ، المواد البلاستيكية ، الملونات ، المواد الصيدلانية تستعمل وسائط خاصة مناسبة (النيكل المرجع ، البلاديوم ، ...) .

❖ **بحث** : بحث توثيقي حول الوسائط وتطبيقاتها .

❖ **تطبيقات** :

❑ **التمرين 1)** : تمرين محلول 1 (الكتاب المدرسي – ص : 44)

نحضر مزيجين عند درجة الحرارة 20 °C :

- المزيج الأول : يتشكل من حجم $V = 25$ mL من الماء الأكسجيني H_2O_2 تركيزه المولي $C = 0{,}60$ mol/L ، و حجم $V' = 50$mL من محلول يود البوتاسيوم المحمض تركيزه المولي $C' = 1{,}0$ mol/L .
- المزيج الثاني : يتشكل من حجم $V = 25$ mL من الماء الأكسجيني H_2O_2 تركيزه المولي $C = 0{,}60$ mol/L ، و حجم $V' = 50$mL من محلول يود البوتاسيوم المحمض تركيزه المولي $C'' = 0{,}50$ mol/L .

نلاحظ ظهور اللون الأسمر مع مرور الزمن في كل مزيج و لكن بسرعة أكبر في المزيج الأول منه في المزيج الثاني .

1. أكتب معادلة تفاعل الأكسدة – الإرجاعية الحادث في المزيجين .
2. أحسب التراكيز المولية للأنواع الكيميائية المتفاعلة في كل مزيج .
3. فسِّر المشاهدات التجريبية .
4. إذا أضفنا في لحظة ما الى المزيج الأول (ماء + جليد) . ماذا يمكن ملاحظته ؟ كيف تسمى هذه العملية ؟

تعطى الثنائيتان (ox/réd) : $I_{2\,(aq)} / I^-_{(aq)}$ ؛ $H_2O_{2\,(aq)} / H_2O_{(\ell)}$

❑ **الحل** :

1. معادلة تفاعل الأكسدة – الإرجاعية الحادث هي :

المعادلة النصفية للإرجاع : $H_2O_{2\,(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^- \rightarrow 2H_2O_{(\ell)}$

المعادلة النصفية للأكسدة : $2I^-_{(aq)} \rightarrow 2e^- + I_{2\,(aq)}$

المعادلة الإجمالية أكسدة – إرجاع : $H_2O_{2\,(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2I^-_{(aq)} \rightarrow 2H_2O_{(\ell)} + I_{2\,(aq)}$

2. حساب التراكيز المولية للمتفاعلات في كل مزيج :

في كل من المزيجين : $[H_2O_2]_0 = C.V/(V+V') = 0{,}60 \times 25/75 = 2{,}0 \times 10^{-1}$ mol . L^{-1}

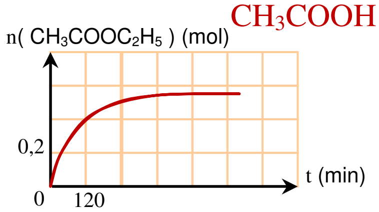
في المزيج الأول : $[I^-]_0 = C'.V'/(V+V') = 1{,}0 \times 50/75 = 6{,}66 \times 10^{-1}$ mol . L^{-1}

في المزيج الثاني : $[I^-]_0 = C''.V'/(V+V') = 0{,}50 \times 50/75 = 3{,}33 \times 10^{-1}$ mol . L^{-1}

3. تفسير المشاهدات : اللون الأسمر الظاهر في المزيج يعزى لتشكل ثنائي اليود $I_{2\,(aq)}$
ظهور ثنائي اليود في المزيج الأول أسرع من ظهوره في المزيج الثاني لأن التركيز المولي الإبتدائي لشوارد اليود $[I^-]_0$ أكبر بمرتين في المزيج الأول من تركيزها المولي في المزيج الثاني .
4. إضافة (ماء + جليد) – ظاهرة التمديد و التبريد : La Trempe
عند إضافة (ماء + جليد) للمزيج الأول نلاحظ توقف تطور اللون (توقف التفاعل) ، و هذا راجع لتغير عاملين حركيين هما :
✓ درجة الحرارة (تبريد) .
✓ التركيز المولي (تمديد) .
تسمى مثل هذه العملية بالتمديد و التبريد La Trempe .

- **التمرين 2)** : تمرين 12 (الكتاب المدرسي – ص : 49)

نعتبر التفاعل ذي المعادلة : $CH_3COOH_{(\ell)} + C_2H_5OH_{(\ell)} = CH_3COOC_2H_{5\,(\ell)} + H_2O_{(\ell)}$
يمثل البيان التالي تغيرات كمية المادة لـ $CH_3COOC_2H_5$ المتشكل بدلالة الزمن .

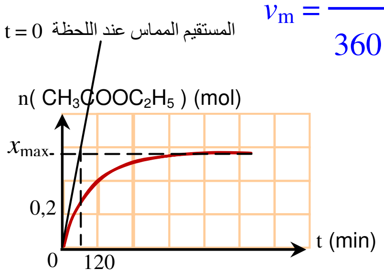


1. أحسب السرعة المتوسطة في المجال الزمني : [120 , 360] (min) .
2. أحسب السرعة اللحظية عند t = 0 .
3. عين بيانيًا زمن نصف التفاعل .

- **الحل** :

1. حساب السرعة المتوسطة في المجال [120 , 360] (s) :

عبارة السرعة المتوسطة : $v_m = \dfrac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$ ⇐ من البيان : $v_m = \dfrac{0{,}54 - 0{,}40}{360 - 120} = 5{,}83\times10^{-4}\ \text{mol.min}^{-1}$



2. حساب السرعة اللحظية عند t = 0 :
السرعة اللحظية تمثل ميل المماس في النقطة من البيان $n = f(t)$ عند تلك اللحظة أي عند اللحظة t = 0 في حالتنا هذه .

$$v_0 = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0{,}6 - 0}{60 - 0} = 10^{-2}\ \text{mol.min}^{-1}$$

3. تعيين زمن نصف التفاعل $t_{½}$ بيانيًا :
زمن نصف التفاعل $t_{½}$ يمثل المدة الزمنية الضرورية لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي $x = x_{max}/2$ ، بالتالي :
بيانيًا : $x = x_{max}/2 = 0{,}57/2 = 0{,}285$ mol ⇐ بالإسقاط نجد : $t_{½} \approx 60$ min ≈ 1 h .

- **التمرين 3)** : تمرين 20 (الكتاب المدرسي – ص : 53)

عند درجة الحرارة 20 °C و في دورق كروي حجمه V = 500mL ، نتابع بإستعمال جهاز قياس الضغط ، التحول الذي يحدث بين حجم V' = 200mL من محلول حمض كلور الماء ($H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$) ذي التركيز المولي $C = 1{,}0\times10^{-1}$ mol.L^{-1} و كتلة m(Mg) = 9,0 cg من المغنيزيوم .
معادلة التفاعل المنمذج للتحول الكيميائي الحادث هي : $Mg_{(s)} + 2H^+_{(aq)} = Mg^{2+}_{(aq)} + H_{2\,(g)}$
يعطى : M(Mg) = 24 g.mol^{-1} ؛ R = 8,31 j.K^{-1}.mol^{-1} (ثابت الغازات)

1. ما هي النواتج المتشكلة خلال هذا التحول ؟
2. أحسب كميات المادة الإبتدائية للمتفاعلات .
3. ما هو المتفاعل المحد ؟ علل .
4. الضغط الجوي في شروط التجربة $p_{atm} = 1{,}009\times10^5$ Pa . نقيس الضغط p للغاز الموجود في الدورق في أزمنة مختلفة ، و تعطى قيمته بالعلاقة : $p = p_{atm} + p_{H2}$
نتحصل على جدول القياسات التالي :

t (s)	0	18	52	71	90	115	144	160	174	193	212	238	266	290
p (10^5Pa)	1,009	1,034	1,097	1,127	1,159	1,198	1,239	1,261	1,273	1,294	1,297	1,297	1,297	1,297

أوجد العبارة الحرفية للتقدم x بدلالة p_{H2} .
5. مثل بيان تغيرات التقدم x بدلالة الزمن . السلم : 20 s ↔ 1 cm للفواصل ؛ 4×10^{-4} mol ↔ 1 cm للتراتيب .
6. عين زمن نصف التفاعل $t_{½}$.

7. عين السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة $t = 180\ s$.

8. عين عند اللحظة $t = 180\ s$ ، حجم ثنائي الهيدروجين المتشكل و التركيز المولي للشوارد $Mg^{2+}{}_{(aq)}$ في الوسط التفاعلي .

الحل :

1. النواتج المتشكلة خلال التحول :

- شوارد المغنيزيوم المميهة $Mg^{2+}{}_{(aq)}$.
- غاز ثنائي الهيدروجين $H_{2\,(g)}$.
- الماء السائل $H_2O_{(\ell)}$.

2. حساب كميات المادة الإبتدائية للمتفاعلات :

ـــ كمية مادة معدن المغنيزيوم : $n(Mg) = m(Mg)/M(Mg) = 0{,}09/24 = 3{,}75\ mmol \Rightarrow n_0(Mg) = 3{,}75\times10^{-3}\ mol$

ـــ كمية مادة شوارد الأكسونيوم H_3O^+ : $n(H_3O^+) = [H_3O^+].V' = 1{,}0\times10^{-1}\times2{,}0\times10^{-1} = 2{,}0\times10^{-2}\ mol$

$\Rightarrow n_0(H_3O^+) = 2{,}0\times10^{-2}\ mol$

3. المتفاعل المحد :

ـــ جدول التقدم x للتفاعل :

معادلة التفاعل		$Mg_{(s)} + 2H_3O^+{}_{(aq)}$	$=$	$Mg^{2+}{}_{(aq)} + H_{2\,(g)} + 2H_2O_{(aq)}$		
الحالة	التقدم x (mol)	$n(Mg)$	$n(H_3O^+)$	$n(Mg^{2+})$	$n(H_2)$	$n(H_2O)$
ح.الإبتدائية (t=0)	0	$3{,}75\times10^{-3}$	$2{,}0\times10^{-2}$	0	0	بزيادة
ح.الإنتقالية (t)	x	$3{,}75\times10^{-3} - x$	$2{,}0\times10^{-2} - 2x$	x	x	بزيادة
ح.النهائية (t_f)	$x_f = x_{max}$	$3{,}75\times10^{-3} - x_{max}$	$2{,}0\times10^{-2} - 2x_{max}$	x_{max}	x_{max}	بزيادة

خلال التفاعل تبقى كميات المادة للمتفاعلات موجبة أو معدومة ، و منه :

$3{,}75\times10^{-3} - x_{max} \geq 0$ و $2{,}0\times10^{-2} - 2x_{max} \geq 0$

أي : $x_{max} \leq 3{,}75\times10^{-3}\ mol$ و $x_{max} \leq 1{,}0\times10^{-2}\ mol$

بالتالي : $x_{max} = n_0(Mg) = 3{,}75\times10^{-3}\ mol$ ، و المتفاعل المحد هو معدن المغنيزيوم $Mg_{(s)}$ لأنه لا يبقى في نهاية التفاعل .

4. إيجاد العبارة الحرفية للتقدم x بدلالة p_{H2} :

ـــ لدينا بالتعريف : $p_{H2} = p - p_{atm}$ .... (1)

ـــ حسب المعادلة العامة للغازات المثالية : $x(t) = n(H_2) = p_{H2}.V/RT$ .... (2)

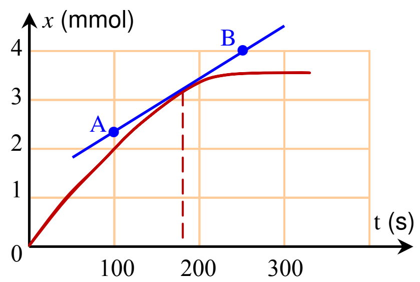
حيث : $T(°K) = \theta(°C) + 273 = 20 + 273 = 293\ °K$ ؛ $V = 300\ mL = 3{,}00\times10^{-4}\ m^3$.

من (1) و (2) نجد : $x(t) = n(H_2) = (p - p_{atm})\ 3{,}00\times10^{-4}/(8{,}31\times293) \Rightarrow x(t) = n(H_2) = (p - p_{atm})\times1{,}23\times10^{-7}\ (mol)$

بالتالي يمكن أن ننشئ الجدول : $n(H_2) = x(t) = f(t)$

t (s)	0	18	52	71	90	115	144	160	174	193	212	238	266	290
x (mmol)	0	0,31	1,10	1,45	1,85	2,33	2,83	3,10	3,25	3,42	3,51	3,55	3,55	3,55

5. تمثيل البيان : $x = f(t)$ .... (لاحظ البيان جانبه)



6. تحديد زمن نصف التفاعل $t_{½}$:

نلاحظ من جدول القياسات (أو البيان : $x = f(t)$) أن : $x_{max} = 3{,}55\ mmol$

عند اللحظة $t_{½}$ يكون بالتعريف : $x = x_{max}/2 = 1{,}78\ mmol$

بالقراءة على البيان نجد بالإسقاط : $t_{½} \approx 88\ s$

7. تحديد السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة $t = 180\ s$:

بيانيًا ، قيمة السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة t تمثل النسبة بين ميل المستقيم المماس للبيان $x = f(t)$ في تلك اللحظة ، و حجم الوسط التفاعلي :

لتكن النقطتان A ، B من هذا المماس حيث : $A(t = 100\ s\ ; x = 2{,}4\ mmol)$ ؛ $B(t = 250\ s\ ; x = 4\ mmol)$

$\therefore$ قيمة السرعة الحجمية : $v_{(t = 180\ s)} = (1/V)\ (\Delta x/\Delta t) = (1/0{,}2)(4 - 2{,}4)/(250 - 100) = 5{,}33\times10^{-5}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$

$\Rightarrow v_{(t = 180\ s)} = 5{,}33\times10^{-5}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$

8. تعيين حجم H_2 المتشكل عند اللحظة $t = 180\ s$ ، و التركيز المولي للشوارد $Mg^{2+}{}_{(aq)}$:

من البيان عند اللحظة $t = 180\ s$: $x_{(t = 180\ s)} = 3{,}3\ mmol$ ، و حسب جدول التقدم « الجواب – 3. » نستنتج أن :

$n_{(H2)} = x = 3{,}3\ mmol$ و كذلك $n_{(Mg2+)} = x = 3{,}3\ mmol$

ـــ حجم $H_{2\,(g)}$ المتشكل : $V_{(H2)} = n_{(H2)}.V_M$

حسب المعادلة العامة للغازات المثالية : $pV = nRT$ ، الحجم المولي الغازي في شروط التجربة :

$V_M = nRT/p = 24{,}1\times10^{-3}\ m^3.mol^{-1} = 24{,}1\ L/mol \Leftarrow p = 1{,}009\times10^5\ Pa$ ، $T = 293\ °K$ ، $R = 8{,}31\ u.I$ ، $n = 1\ mol$

∴ $V_{(H2)} = 24{,}1\times3{,}3\times10^{-3} = 8\times10^{-2}\ L \Rightarrow \boxed{V_{(H2)} = 8\times10^{-2}\ L}$

ـــ التركيز المولي للشوارد $Mg^{2+}{}_{(aq)}$: $[Mg^{2+}{}_{(aq)}] = n_{(Mg^{2+})}/V_S = 3{,}3/200 = 0{,}0165\ mol/L$

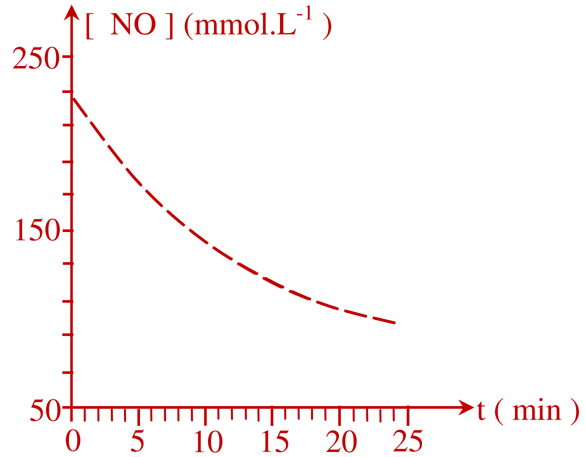
∴ $\boxed{[Mg^{2+}{}_{(aq)}] = 1{,}65\times10^{-2}\ mol.L^{-1}}$

▫ **التمرين 4)** : السرعة الحجمية للتفاعل و علاقتها بتركيز المتفاعلات

إن التفكك الحراري لأحادي أكسيد الآزوت يتم وفق التفاعل المنمذج بالمعادلة التالية :

$$2\ NO_{(g)} \ = \ N_{2\,(g)} \ + \ O_{2\,(g)}$$

تم تحقيق التجربة عند درجة حرارة $\theta = 1151°C$ في مفاعل حجمه V ثابت و بتركيز إبتدائي لأحادي أكسيد الآزوت $[NO]_0 = 226\ mmol/L$. المنحنى المقابل يمثل تغيرات التركيز $[NO](t)$ بدلالة الزمن t .



1 . أنجز جدولا لتقدم التفاعل .

2 . أوجد العلاقة التي تربط التقدم $x(t)$ بالتركيز $[NO](t)$

3 . أعط عبارة السرعة الحجمية للتفاعل في لحظة ما كيفية t .

4 . عبر عن السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة $[NO](t)$.

5 . حدد السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 5\ min$.

▫ **الحل** :

1. جدول تقدم التفاعل :

معادلة التفاعل		$2\ NO_{(g)}$	$= \ N_{2\,(g)}$	$+ \ O_{2\,(g)}$
حالة الجملة	التقدم	$n(NO)$	$n(N_2)$	$n(O_2)$
الحالة الإبتدائية	0	$[NO]_0V$	0	0
الحالة الإنتقالية	x	$[NO]_0V - 2x$	x	x

2. العلاقة بين $x(t)$ و $[NO](t)$:

$n_{NO}(t) = [NO]_0V - 2x \rightarrow [NO](t) = (1/V)\,n_{NO}(t) = [NO]_0 - 2x/V \rightarrow 2x/V = [NO]_0 - [NO](t)$

$\rightarrow \boxed{x = ([NO]_0 - [NO](t))V/2}$

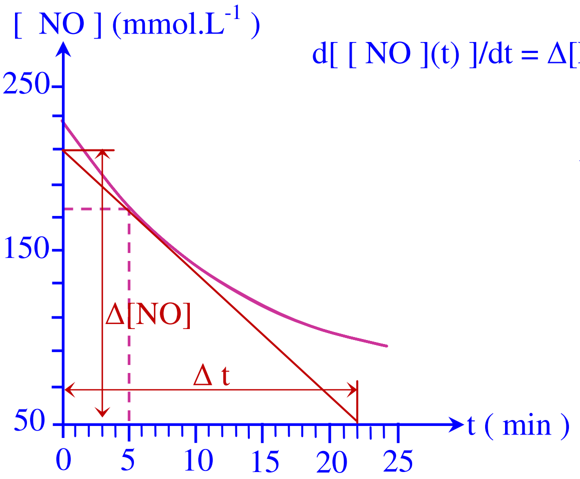
3. عبارة السرعة الحجمية للتفاعل :

$$\boxed{v(t) = (1/V)\,dx/dt}$$

4. عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة $[NO](t)$:

$v(t) = (1/V)\,dx/dt = (1/V)\,d[([NO]_0 - [NO](t))V/2]/dt = (-½)\,d[[NO](t)]/dt$

$\rightarrow \boxed{v(t) = (-½)\,d[[NO](t)]/dt}$



5. السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 5$ min :

$d[\,[NO](t)\,]/dt = \Delta[NO] / \Delta t = (50 - 210)/22 = -7{,}3\ mmol.L^{-1}.min^{-1}$

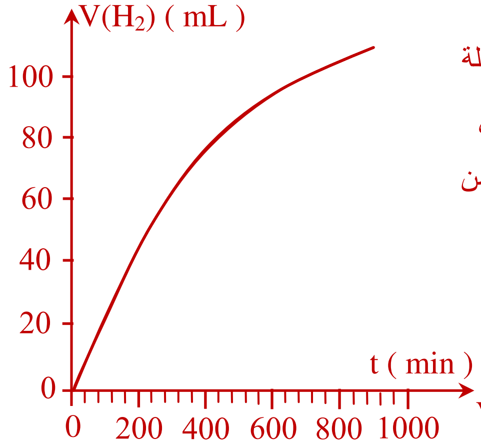
إعتمادا على ما سبق فإن :

$v(t) = (-½)\, d[\,[NO](t)\,]/dt = 3{,}6\ mmol.L^{-1}.min^{-1}$

$\rightarrow$ $v(t) = 3{,}6\ mmol.L^{-1}.min^{-1}$

▫ **التمرين 5)** : زمن نصف التفاعل

يتفاعل حمض كلور الماء $H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$ مع معدن الألمنيوم وفق تفاعل تام و الذي ينتج عنه غاز ثنائي الهيدروجين رفقة شوارد الألمنيوم (III) Al^{3+} .



عند اللحظة $t = 0$ ، نضع كتلة $m = 0{,}80$ g من حبيبات الألمنيوم في حوجلة تحتوي على حجم $V = 60{,}0$ mL من محلول حمض كلور الماء تركيزه المولي $C_a = 0{,}180\ mol.L^{-1}$. يتم جمع غاز ثنائي الهيدروجين المتشكل بمرور الزمن و نقيس حجمه $V(H_2)$. نحصل في النهاية على البيان المرفق .

أوجد زمن نصف التفاعل $t_{½}$ لهذه الجملة .

المعطيات : $M(Al) = 27\ g.mol^{-1}$

الحجم المولي الغازي (ش.التجربة) : $V_M = 22{,}0\ L.mol^{-1}$

▫ **الحل** :

معادلة التفاعل الكيميائي :

$$[\,2H^+_{(aq)} + 2e^- = H_{2(g)}\,] \times 3$$
$$[\,Al_{(s)} = Al^{3+}_{(aq)} + 3e^-\,] \times 2$$
$$2Al_{(s)} + 6H^+_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)}$$

جدول تقدم التفاعل :

معادلة التفاعل		$2Al_{(s)}$	$+\ 6H^+_{(aq)}$	$=\ 2Al^{3+}_{(aq)}$	$+\ 3H_{2(g)}$
حالة الجملة	التقدم	$n(Al)$	$n(H^+)$	$n(Al^{3+})$	$n(H_2)$
الحالة الإبتدائية	0	$n_0(Al)$	$n_0(H^+)$	0	0
الحالة الإنتقالية	x	$n_0(Al) - 2x$	$n_0(H^+) - 6x$	$2x$	$3x$
الحالة النهائية	x_{max}	$n_0(Al) - 2x_{max}$	$n_0(H^+) - 6x_{max}$	$2x_{max}$	$3x_{max}$

لدينا :

$n_0(Al) = m/M = 0,80/27,0 = 0,030\ mol = 30\ mmol$

$n_0(H^+) = C_aV = 0,180 \times 60,0 = 10,8\ mmol$

التفاعل الحادث تام : ــ إذا كان Al هو المتفاعل المحد فإن : $n_0(Al) - 2x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = n_0(Al)/2 = 15\ mmol$

ــ إذا كان H^+ هو المتفاعل المحد فإن : $n_0(H^+) - 6x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = n_0(H^+)/6 = 1,8\ mmol$

بالتالي : H^+ هو المتفاعل المحد ؛ $x_{max} = 1,8\ mmol$ (الأصغر) .

و منه : $n(H_2)_{max} = 3\ x_{max} = 1,8 \times 3 = 5,4\ mmol$

$V(H_2)_{max} = n(H_2)_{max} \times V_M = 5,4 \times 10^{-3} \times 22,0 = 119 \times 10^{-3}\ L = 119\ mL$

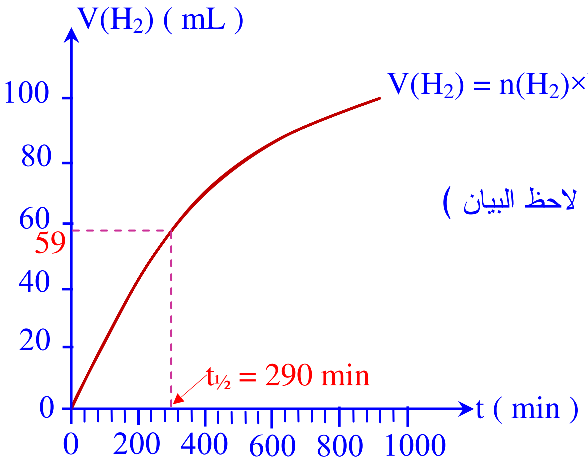
عند بلوغ زمن نصف التفاعل $t = t_{½}$ فإن : $x = x_{max}/2 = 0,9\ mmol$

و بالتالي : $n(H_2) = 3\ x = 2,7\ mmol$

في هذه الحالة : $V(H_2) = n(H_2) \times V_M = 2,7 \times 10^{-3} \times 22,0 = 59 \times 10^{-3}\ L = 59\ mL$

بالرجوع الى البيان نجد :

لأجل $V(H_2) = 59\ mL$ يكون $t = t_{½} = 290\ min$ .... (لاحظ البيان)



التمرين 6) : السرعة الحجمية للتفاعل – زمن نصف التفاعل – العوامل الحركية

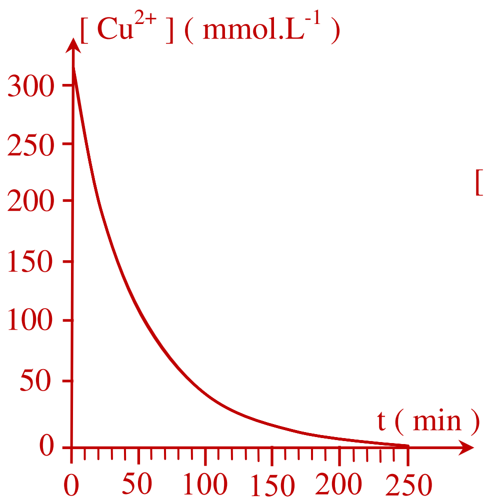
في واحدة من مراحل تعدين معدن الزنك و هي مرحلة السقاية *cémentation*

أي إرجاع شوارد Cu^{2+} بزيادة من مسحوق معدن الزنك وفق المعادلة :

$$Cu^{2+}{}_{(aq)} + Zn_{(s)} = Cu_{(s)} + Zn^{2+}{}_{(aq)}$$

خلال تجربة أجريت عند درجة حرارة 20°C تم تحديد التركيز $[Cu^{2+}](t)$

و رسم البيان المقابل .



1 . حدد زمن نصف التفاعل $t_{½}$.

2 . عبر عن السرعة الحجمية للتفاعل و حددها عند اللحظة $t_{½}$.

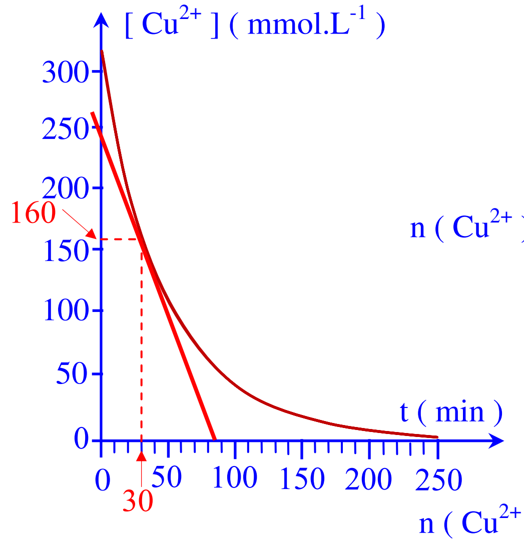
3 . كيف تتطور هذه السرعة بمرور الزمن ؟ و ماهو العامل الحركي الذي تم تطويره عندئذٍ في هذه التجربة ؟ .

الحل :

1. زمن نصف التفاعل :

بالرجوع الى البيان لدينا : $\lim_{t \to 0} [Cu^{2+}](t) = 0$

بالتالي : التحول الحادث تحول تام ، و أن الشوارد Cu^{2+} هي المتفاعل المحد .



و منه : $n(Cu^{2+}) = n_0(Cu^{2+}) - x$

حيث : $x_{max} = n_0(Cu^{2+}) = C_0V$

لأجل : $t = t_{½}$ فإن : $x = x_{max}/2$ ؛ $n(Cu^{2+}) = n_0(Cu^{2+}) - n_0(Cu^{2+})/2$

أي أن : $n(Cu^{2+}) = n_0(Cu^{2+})/2$

هذا يعني أن : $[Cu^{2+}](t_{½}) = C_0/2 = 320/2 = 160\ mmol.L^{-1}$

و منه : $t_{½} = 30\ min$ .... (لاحظ البيان)

2. السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة : $t = t_{½}$

لدينا : $n(Cu^{2+}) = C_0V - x \rightarrow x = C_0V - n(Cu^{2+}) = C_0V - [Cu^{2+}](t)V$

بالتعريف : $v(t) = (1/V)\ dx/dt = (1/V)\ d[C_0V - [Cu^{2+}](t)V]/dt = -\ d[Cu^{2+}](t)/dt$ .... (ميل المماس)

بالرجوع للبيان : $v(t) = 2,9\ mmol.L^{-1}.min^{-1}$ $\rightarrow$ $v(t) = -\ \Delta[Cu^{2+}]/\Delta t = 245/85 = 2,9\ mmol.L^{-1}.min^{-1}$

3. تطور سرعة التفاعل و العامل الحركي المتحكم في ذلك الذي تم إخضاعه للتجربة :

تبين التجربة المجراة أن : السرعة الحجمية للتفاعل تتناقص بمرور الزمن بتناقص التركيز $[Cu^{2+}]$ ، و بالتالي العامل الحركي الذي تم تطويره في هذه التجربة هو التركيز .

التمرين 7) : تمرين 22 (الكتاب المدرسي – ص : 54)

ندرس تفاعل إماهة 2–كلور–2– ميثيل البروبان $(CH_3)_3C — Cl$. من أجل هذا نسكب في بيشر حجمًا $V = 2,0\ mL$ من محلول 2–كلور–2– ميثيل البروبان تركيزه الكتلي : $c = 4,0\ g.L^{-1}$. في اللحظة $t = 0$ ، نسكب في هذا المحلول $80\ mL$ من مذيب يتكون من 95 % من الماء و 5 % خلون (أستون : acétone) .

نشغل جهاز الإعلام الآلي الموصول بجهاز قياس الناقلية ، بحيث يسجل جهاز الإعلام الآلي في البداية قيم التوتر ثم يحولها بالحساب الى الناقلية النوعية الموافقة . نتحصل على جدول القياسات التالي :

t (s)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
σ (µS/cm)	0	52,79	74,53	99,38	121,1	142,9	161,5	117	192,5	205	214,3	226,7
t (s)	120	140	160	190	220	240	285	315	365	375	380	450
σ (µS/cm)	232,9	248,4	260,9	273,3	279,5	285,7	291,9	295	298,1	298,1	298,1	298,1

معادلة التفاعل المنمذج للتحول المدروس هي :

$$(CH_3)_3C — Cl_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = (CH_3)_3C — OH_{(\ell)} + H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$$

المعطيات : $M(H) = 1\ g.mol^{-1}$ ؛ $M(C) = 12\ g.mol^{-1}$ ؛ $M(Cl) = 35,5\ g.mol^{-1}$

1. إشرح لماذا يمكن متابعة تطور هذا التحول عن طريق قياس الناقلية ؟
2. أحسب كميات المادة الإبتدائية للمتفاعلات .
3. أنشئ جدولا لتقدم التفاعل .
4. أكتب العبارة الحرفية للناقلية النوعية σ للمحلول بدلالة التقدم x .
5. لماذا تكون الناقلية النوعية للوسط التفاعلي معدومة عند اللحظة $t = 0\ s$ ؟
6. أعط عبارة الناقلية النوعية σ_f في نهاية التفاعل .
7. أحسب التقدم الأعظمي x_{max} .
8. إنطلاقا من العبارات المتحصل عليها في السؤالين **4** و **6** و قيمة x_{max} ، عيِّن عبارة التقدم x في اللحظة t بدلالة σ و σ_f .
9. أنجز جدولا لقيم التقدم x عند مختلف اللحظات .
10. أرسم البيان : $x = f(t)$ — السلم : $20\ s \leftrightarrow 1\ cm$ للفواصل ؛ $1\times10^{-5}\ mol \leftrightarrow 2\ cm$ للتراتيب .

11. عرِّف ثم عيِّن زمن نصف التفاعل $t_{½}$.
12. عيِّن قيمة السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظات : $t = 60\ s$ و $t = 200\ s$.
13. بمقارنة قيمتي السرعة المتحصل عليها في السؤال 12 . وضح كيف تتطور السرعة خلال هذا التفاعل ، مبررًا هذا التطور . كيف يمكن التأكد من ذلك بيانيًا ؟

❑ **الحل :**

1. متابعة تطور هذا التحول بالقياس الناقلي :
هذا التفاعل ينتج الشوارد $H^+_{(aq)}$ و الشوارد $Cl^-_{(aq)}$ و التي تتحكم في قيمة الناقلية النوعية σ للمحلول (الوسط التفاعلي) بالتالي يمكن متابعة تطوره بالقياس الناقلي .

2. حساب كميات المادة الإبتدائية للمتفاعلات :
ــ نرمز إختصارا للمركب $(CH_3)_3C — Cl$ بالرمز $R – Cl$ حيث : $M(R – Cl) = 92,5\ g.mol^{-1}$
بالتالي : $n(R – Cl) = m/M$ حيث : $c = m/V \Leftarrow m = c.V = 4 \times 2 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-3}\ g$
و منه : $n(R – Cl) = 0,008/92,5 = 8,65 \times 10^{-5}\ mol \Leftarrow n(R – Cl) = 8,65 \times 10^{-5}\ mol$
ــ كمية الماء تكون بزيادة .

3. جدول التقدم للتفاعل :

معادلة التفاعل		$R – Cl + H_2O = R – OH + H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$				
حالة الجملة	التقدم	$n(RCl)$	$n(H_2O)$	$n(ROH)$	$n(H^+)$	$n(Cl^-)$
الحالة الإبتدائية	0	$8,65\times10^{-5}$	بزيادة	0	0	0
الحالة الإنتقالية	$x(t)$	$8,65\times10^{-5}–x(t)$	بزيادة	$x(t)$	$x(t)$	$x(t)$

4. العبارة الحرفية للناقلية النوعية σ للمحلول بدلالة التقدم x :
بالتعريف : $\sigma(t) = \lambda_{H^+}[H^+](t) + \lambda_{Cl^-}[Cl^-](t)$ حيث : $[H^+] = [Cl^-] = \dfrac{x(t)}{V}$
بالتالي : $\sigma(t) = (\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-})\, x(t)/V$ ... (1)

5. تبرير إنعدام الناقلية النوعية عند لحظة بداية التفاعل :
تكون الناقلية النوعية للوسط التفاعلي معدومة عند اللحظة $t = 0\ s$ لأنه عند هذه اللحظة يكون التقدم منعدمًا تقريبًا ($x \approx 0$) ، و لا يوجد في الوسط التفاعلي أنواع كيميائية مشحونة (شوارد) . حيث توجد الشوارد H^+ و HO^- في الماء و لكنها بكميات ضعيفة جدًا .

6. عبارة الناقلية النوعية σ_f في نهاية التفاعل :
في نهاية التفاعل يكون التقدم أعظميًا : $x = x_{max}$ ، بالعودة الى عبارة الناقلية النوعية السابقة نجد :
$\sigma_f = (\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-})\, x_{max}/V$ ... (2)

7. حساب التقدم الأعظمي x_{max} :
حسب جدول التقدم فإن : $x_{max} = n(R – Cl) = 8,65 \times 10^{-5}\ mol$

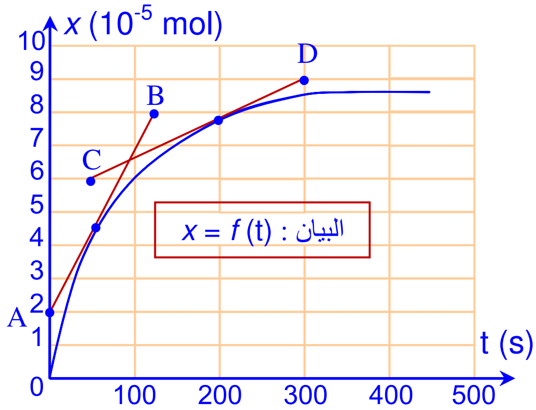
8. عبارة التقدم x في اللحظة t بدلالة $\sigma(t)$ و σ_f :
بأخذ النسبة بين (1) و (2) طرفا لطرف نحصل على : $\sigma(t)/\sigma_f = x(t)/x_{max} \Leftarrow$ $x(t) = x_{max}\dfrac{\sigma(t)}{\sigma_f}$
ت . ع : $x_{max} = 8,65 \times 10^{-5}\ mol$ ؛ $\sigma_f = 298,1\ \mu S/cm$ (لاحظ جدول القياسات)
بالتالي : $x(t) = (8,65 \times 10^{-5}/298,1)\, \sigma(t)$

9. جدول قيم التقدم عند مختلف اللحظات :

t (s)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
$x\ (10^{-5}\ mol)$	0	1,5	2,4	2,9	3,5	4,1	4,7	5,1	5,5	5,9	6,2	6,5
t (s)	120	140	160	190	220	240	285	315	365	375	380	450
$x\ (10^{-5}\ mol)$	6,7	7,2	7,5	7,8	8,1	8,2	8,4	8,5	8,6	8,6	8,6	8,6

10. رسم البيان : $x = f(t)$ .... (أنظر الصفحة الموالية) .

11. تعريف و تعيين زمن نصف التفاعل $t_{½}$:
زمن نصف التفاعل $t_{½}$ هو المدة التي يبلغ فيها التقدم x للتفاعل نصف تقدمه الأعظمي $x_{max}/2$.
بيانيًا : عند اللحظة $t = t_{½}$ لدينا : $x = x_{max}/2 = 4,3 \times 10^{-5}\ mol$ ، بالإسقاط (القراءة البيانية) نجد : $t_{½} = 52\ s$ ... (لاحظ البيان) .



12.تعيين قيمتي السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظات : $t = 60\ s$ و $t = 200\ s$:

ـــ السرعة الحجمية عند اللحظة $t = 60\ s$: $v_{(60s)} = (1/V)\ dx/dt$

$= (1/V)\ (x_B - x_A)/(t_B - t_A)$

$= (10^{-5}/8{,}2 \times 10^{-2})(8{,}0 - 2{,}0)/(140 - 0)$

$= 5{,}2 \times 10^{-6}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$

ـــ السرعة الحجمية عند اللحظة $t = 200\ s$: بنفس الطريقة

$v_{(200s)} = (1/V)\ (x_D - x_C)/(t_D - t_C)$

$= (10^{-5}/8{,}2 \times 10^{-2})(9{,}0 - 6{,}0)/(300 - 50)$

$= 1{,}5 \times 10^{-6}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$

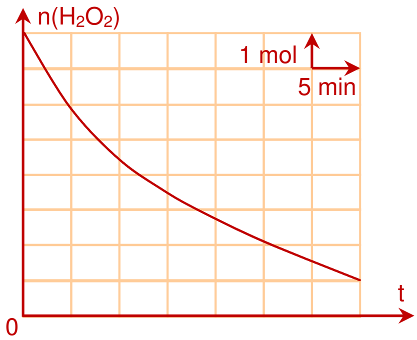
13.تطور السرعة الحجمية للتفاعل :

ـــ مما سبق نلاحظ أن : $v_{(200s)} < v_{(60s)}$ ⇐ السرعة تتناقص خلال التفاعل ، و بالتالي العامل الحركي الذي هو التركيز المولي للمتفاعلات يتناقص . يمكن التأكد من ذلك بيانيًا بملاحظة تناقص معاملات توجيه المماسات للبيان عند لحظات مختلفة أثناء التطور .

❑ **التمرين 8)** : تمرين 27 (الكتاب المدرسي – ص : 56)

يتحلل الماء الأكسجيني (بر أوكسيد ثنائي الهيدروجين) وفق التفاعل ذي المعادلة التالية : $2H_2O_{2\ (aq)} = O_{2\ (g)} + 2H_2O_{\ (\ell)}$

أ) لدراسة تطور هذا التفاعل عند درجة حرارة ثابتة ، نضيف للماء الأكسجيني عند اللحظة $(t = 0)$ كمية قليلة من ثنائي أكسيد المنغنيز (MnO_2) و نتابع تغيرات كمية المادة للماء الأكسجيني المتبقي في المحلول عند عدة لحظات فنحصل على النتائج الممثلة في البيان المرفق جانبه .



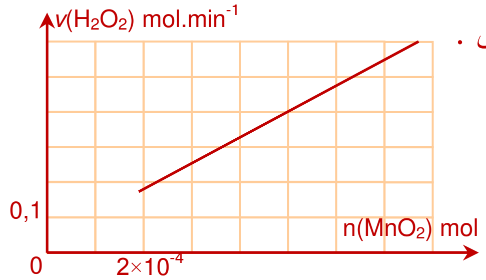
أوجد عند اللحظة $t = 10\ min$:

أ) كمية المادة المتبقية لـــ H_2O_2 .

ب) التركيب المولي للمزيج .

ج) سرعة إختفاء الماء الأكسجيني .

ب) نغير كمية مادة الوسيط MnO_2 عدة مرات ، و نحدد في كل مرة سرعة إختفاء الماء الأكسجيني عند نفس اللحظة $t = 10\ min$ ، فنتحصل على البيان المقابل .



أ) أوجد سرعة إختفاء الماء الأكسجيني في غياب الوسيط .

ب) ماهي كمية مادة الوسيط MnO_2 المستخدمة في السؤال 1. ؟

ج) ماهو تأثير كمية مادة الوسيط على سرعة التفاعل ؟

❑ **الحل :**

1. ـــ أ) إيجاد كمية المادة المتبقية لـــ H_2O_2 عند اللحظة $t = 10\ min$:

بيانيًا : عند اللحظة $t = 10\ min$ ⇐ $n(H_2O_2)_{\text{المتبقي}} = 4{,}5\ mol$

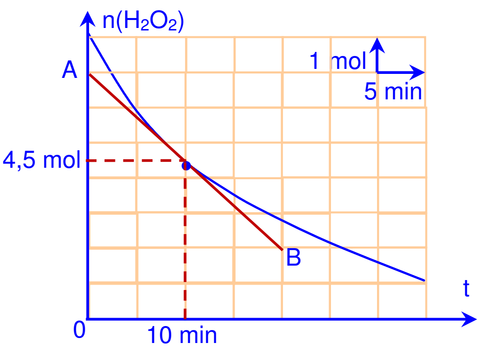
ـــ ب) التركيب المولي للمزيج :

المعادلة	$2H_2O_{2\ (aq)}$ =	$O_{2\ (g)}$ +	$2H_2O_{\ (\ell)}$
$t = 0\ min$	8	0	0
$t = 10\ min$	$8 - 2x = 4{,}5$	$x = 1{,}75$	$2x = 3{,}5$

لدينا : $8 - 2x = 4{,}5\ mol$ ⇐ $x = 1{,}75\ mol$

بالتالي التركيب المولي للمزيج : $n(O_2) = 1{,}75\ mol$ ؛ $n(H_2O) = 3{,}5\ mol$

ـــ جـ) سرعة إختفاء الماء الأكسجيني :



بالتعريف ، سرعة إختفاء النوع الكيميائي H_2O_2 عند اللحظة $t = 10\ min$:

$v_{(10min)} = -\ dn/dt = -\ (n_B - n_A)/(t_B - t_A)$

$= -\ (2 - 7)/(20 - 0) = 0{,}25$

$= 0{,}25\ mol.min^{-1}$

⇐ $v_{(10min)} = 0{,}25\ mol.min^{-1}$

2. ـــ أ) سرعة إختفاء الماء الأكسجيني في غياب الوسيط :

عند غياب الوسيط MnO_2 ⇔ $n(MnO_2) = 0\ mol$

بمد المستقيم الممثل للبيان $v(H_2O_2) = f(n_{MnO2})$ نجد : $v = 0{,}04\ mol.min^{-1}$ لأجل $n(MnO_2) = 0\ mol$.

ــ ب) كمية مادة الوسيط MnO_2 المستخدمة في السؤال 1:

بما أن : $v_{(10min)} = 0,25\ mol.min^{-1}$ ، فإن : $n(MnO_2) = 3\times10^{-4}\ mol$ … لاحظ البيان : $v(H_2O_2) = f(n_{MnO2})$.

ــ جـ) تأثير كمية مادة الوسيط على سرعة التفاعل :

بالرجوع الى البيان : $v(H_2O_2) = f(n_{MnO2})$ نلاحظ أن سرعة التفاعل تتناسب طردًا مع كمية مادة الوسيط أي : $v_{(10min)} = k.\ n(MnO_2)$ ، حيث :

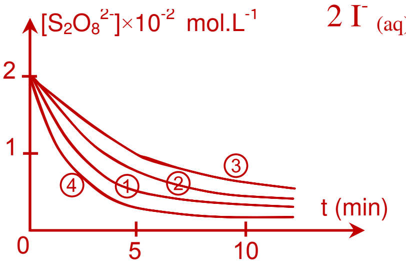
$v_{(10min)} = 0,25\ mol.min^{-1}$ بوجود الوسيط MnO_2 .

$v_{(10min)} = 0,04\ mol.min^{-1}$ بغياب الوسيط MnO_2 .

▫ **التمرين 9)** : تمرين 28 (الكتاب المدرسي – ص : 57)

نهتم بحركية أكسدة شوارد اليود I^- بواسطة شوارد البرأوكسوديكبريتات $S_2O_8^{2-}$ وفقًا للتفاعل ذي المعادلة :

$$2\ I^-_{(aq)} + S_2O_8^{2-}{}_{(aq)} = I_{2\ (aq)} + 2\ SO_4^{2-}{}_{(aq)}$$



1. عرِّف السرعة الحجمية للتفاعل ، ثم عبِّر عنها بدلالة $[S_2O_8^{2-}]$.
2. نحقق أربعة (4) تجارب في الشروط التالية :
   - أ– درجة الحرارة : $\theta_1 = 32\ °C$.
   - ب– درجة الحرارة : $\theta_2 = 23\ °C$.
   - ت– درجة الحرارة : $\theta_3 = 15\ °C$.
   - ث– درجة الحرارة : $\theta_4 = 32\ °C$ ، بوجود الشوارد Fe^{2+} و Fe^{3+} .

من أجل كل تجربة : $[I^-] = 2\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$. الوثيقة جانبه تبين المنحنى $[S_2O_8^{2-}] = f(t)$. عيّن $[S_2O_8^{2-}]$ في كل تجربة .

3. كيف تتطور سرعة التفاعل في كل تجربة ، و كيف تفسر ذلك ؟
4. ما هي العوامل الحركية التي تبرزها هذه التجارب ؟
5. عند رسم البيان $[S_2O_8^{2-}] = f(t)$ في كل تجربة ، توضع العينة المعايرة في (ماء + جليد) . لماذا ؟

▫ **الحل** :

1. تعريف السرعة الحجمية للتفاعل و التعبير عنها بدلالة $[S_2O_8^{2-}]$:

تعطى السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة : $v = (1/V)dx/dt$

حيث : V حجم الوسط التفاعلي ، x تقدم التفاعل في لحظة كيفية t . من أجل إيجاد علاقة بين السرعة الحجمية للتفاعل v و التركيز المولي لشوارد البرأوكسوديكبريتات $S_2O_8^{2-}$ ، نعطي جدولاً لتقدم التفاعل :

المعادلة	$2\ I^-_{(aq)}$ +	$S_2O_8^{2-}{}_{(aq)}$ =	$I_{2\ (aq)}$ +	$2\ SO_4^{2-}{}_{(aq)}$
الحالة الإبتدائية	n_1	n_2	0	0
الحالة الإنتقالية	$n_1 - 2x$	$n_2 - x$	$n_3 = x$	$n_4 = 2x$

من الجدول لدينا : $d[S_2O_8^{2-}]/dt = d(n_1 - 2x)/V.dt = -\ (1/V)dx/dt$

لدينا بالتعريف : $v = (1/V)dx/dt$

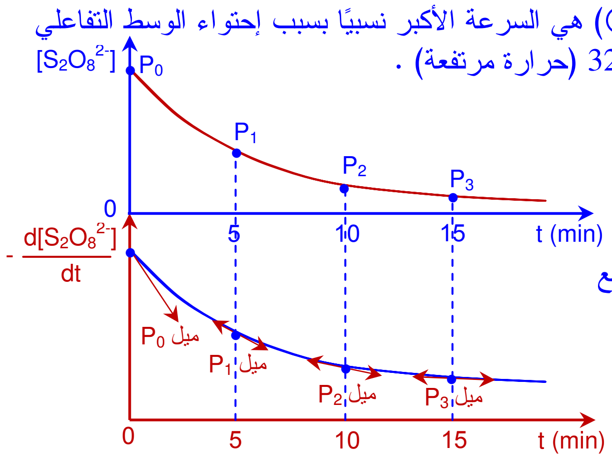
بالتالي : $v = -\ d[S_2O_8^{2-}]/dt$ (عبارة v بدلالة $[S_2O_8^{2-}]$)

2. تعيين $[S_2O_8^{2-}]$ في كل توجه من التجارب الأربع :

كل المنحنيات : ① ، ② ، ③ ، ④ لها نفس المبدأ بالتالي : $[S_2O_8^{2-}]_0 = 2\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$ … (لاحظ الوثيقة المعطاة)

3. تطور سرعة التفاعل في كل تجربة مع التبرير :

من العلاقة : $v = -\ d[S_2O_8^{2-}]/dt$ ، يتبين أن السرعة الحجمية للتفاعل تمثل ميل المماس للمنحنى : $[S_2O_8^{2-}] = f(t)$ عند اللحظة المعتبرة .



- نلاحظ أن السرعة الحجمية للتفاعل في التجربة الرابعة (المنحنى ④) هي السرعة الأكبر نسبيًا بسبب إحتواء الوسط التفاعلي على الشوارد Fe^{2+} و Fe^{3+} (وجود وسيط) عند درجة حرارة $32\ °C$ (حرارة مرتفعة) .
- عند نفس درجة الحرارة و بدون وساطة (الحالتين ① و ④) تكون السرعة الحجمية للتفاعل أصغر في الحالة ① منها في الحالة ④ .
- من أجل درجات حرارة متناقصة تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل (الحالات : ① و ② و ③) .
- من أجل منحنى معين نلاحظ أن السرعة الحجمية للتفاعل تتناقص مع الزمن الى أن تنعدم في نهاية التفاعل كما يوضحه المخطط جانبه .

4. العوامل الحركية التي تبرزها هذه التجارب :

مما سبق نستنتج ما يلي :

✓ الشوارد Fe^{2+} و Fe^{3+} لا تظهر في معادلة التفاعل و لكنها تسمح بتسريع التفاعل عند درجة حرارة معينة $\theta = 32\ °C$ ، فهي تلعب دور « وسيط » .

✓ يكون التفاعل أسرع كلما إرتفعت درجة الحرارة (العوامل الحركية الأخرى ثابتة) و هذا يعني أن درجة الحرارة عامل حركي .

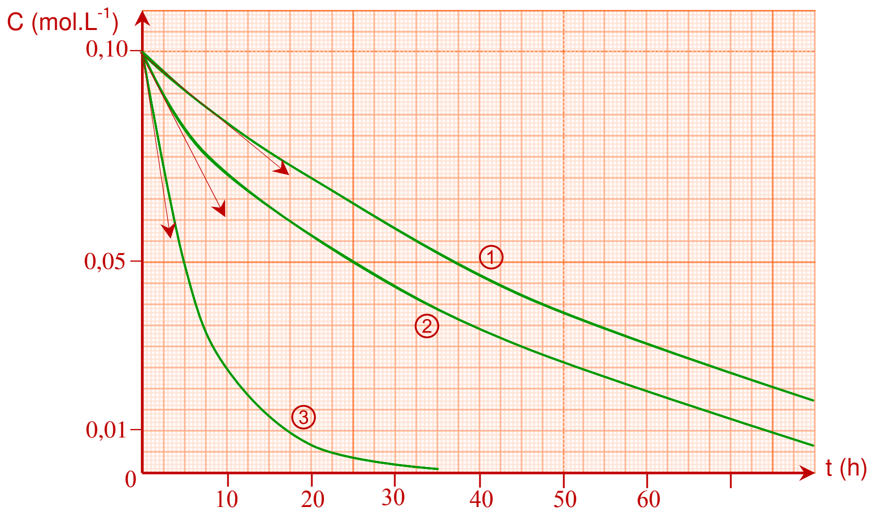
5. ظاهرة – التمديد + التبريد : La Trempe

المدة الزمنية المستغرقة في المعايرة من أجل تعيين $[S_2O_8^{2-}]$ تتعدى 1 min . نلاحظ من المنحنى أنه خلال دقيقة يتغير التركيز بصفة محسوسة و هذا ما يؤثر على دقة القياسات ، لذلك يجب إيقاف التفاعل بغمر الوسط التفاعلي في الـــ (ماء + جليد) ، و هذا يعني كذلك أن درجة الحرارة و تراكيز المتفاعلات عوامل حركية .

❑ التمرين (10) : الوساطة الإنزيمية

في محلول مائي ، يحدث لليوريا (البولة) التفاعل التام : $(H_2N)_2C{=}O \rightarrow NH_4^+ + CNO^-$

تقودنا النتائج المحصل عليها بعد إجراء ثلاثة تجارب الى إمكانية رسم المنحنيات أدناه . في الحالات الثلاث التركيز الإبتدائي لليوريا هو نفسه $C_0 = 0,1\ mol.L^{-1}$.



التجارب :
① . حرارة : 30 °C
② . حرارة : 60 °C
③ . حرارة : 30 °C
+
إنزيم uréase

1. بيّن كيف لهذه المنحنيات السماح بإبراز بعض العوامل الحركية للتفاعل ؛ حددها بدقة مع تأثيركل منها على تطور التفاعل .

2. أحسب ، في الحالات الثلاث :

أ) السرعة الإبتدائية لإختفاء اليوريا .

ب) زمن نصف التفاعل .

❑ الحل :

1. العوامل الحركية التي تبرزها التجارب الثلاث و تأثير كل منها على تطور التفاعل :

بالتعريف : سرعة إختفاء اليوريا هي : $v = -\dfrac{dC}{dt}$ ، هذه السرعة تعادل القيمة المطلقة لميل المستقيم المماس عند اللحظة t للمنحنى C(t) .

مظهر كل من المنحنيات يبيّن و بوضوح أن : **السرعة v تتزايد عندما تتزايد درجة الحرارة للوسط التفاعلي .**

- بمقارنة المنحنيين ① و ② يتبين أن : **السرعة v تتزايد عندما تتزايد درجة الحرارة .**
- بمقارنة المنحنيين ① و ③ يتبين أن السرعة v تتزايد في وجود إنزيم **l'uréase** : بالتالي إنزيم **l'uréase** يلعب دور **وسيط** للتفاعل .

2. ـــ أ) حساب السرعة الإبتدائية لإختفاء اليوريا في كل حالة :

① : $\boldsymbol{v_0 = 1,7\ mmol.L^{-1}.h^{-1}}$

② : $\boldsymbol{v_0 = 4\ mmol.L^{-1}.h^{-1}}$

③ : $\boldsymbol{v_0 = 14\ mmol.L^{-1}.h^{-1}}$

ـــ ب) تعيين زمن نصف التفاعل :

زمن نصف التفاعل يوافق المدة التي خلالها : $C = \dfrac{C_0}{2} = 0,05\ mol.L^{-1}$ ، و منه :

① : $\boldsymbol{t_{1/2} = 37,5\ h}$ ، أي : **37 h 30 min** .

② : $\boldsymbol{t_{1/2} = 25\ h}$.

③ : $\boldsymbol{t_{1/2} = 5\ h}$.

الوحدة رقم2: دراسة تحولات نووية

❖ مؤشرات الكفاءة :

- يميز بين النشاطات الإشعاعية: α ، β^-، β^+، γ .
- يوظف المنحنى (N,Z) ليكتشف مجالات إستقرار وعدم إستقرار الأنوية.
- يطبق قانون تناقص النشاط الإشعاعي .
- يفسر مخططات تناقص النشاط الإشعاعي باستعمال مجدول أو آلة حاسبة .
- يحسب: ● الطاقة الكتلية .
  ● طاقة الربط .
- يعبّر عن الإنشطار والإندماج النوويين بمعادلة .
- ينجز الحصيلة الطاقوية لتفاعل نووي .
- يتعامل بصفة مسؤولة تجاه مختلف الإستعمالات في الميدان النووي .

1) النشاط الإشعاعي: α، β^-، β^+ والإصدار γ :

1-1) النواة الذرية :

1.1.1) النواة $^{A}_{Z}X$:

ـــ **تعريف :** – يرمز للنواة الذرية بالرمز **X** (أمثلة : H ، الهيدروجين ؛ Na ، الصوديوم) .
– يتم تحديد العددين (A ؛ Z) بدقة : A ، عدد النكليونات ، و العدد Z عدد البروتونات في النواة .
– العدد Z يدعى أيضًا بـــ **العدد الذري** أو **رقم الشحنة** . العدد A يدعى **العدد الكتلي** أو **رقم الكتلة** .

ـــ **مثال :** النواة $^{14}_{6}C$، نواة ذرة الكربون مكونة من **14 نكليونًا** (A = 14) ، منهم **6 بروتونات** (Z = 6) .

ـــ **تركيبة النواة :** – تتكون النواة من **بروتونات** و **نيترونات (النكليونات)** .
– الشحنة الكهربائية للبروتونات **موجبة** ، بينما شحنة النيترونات **منعدمة** .
– يمكننا إستنتاج عدد النيترونات N في النواة من خلال معطيات العددين A و Z : $\boxed{N = A - Z}$

ـــ **مثال :** نواة ذرة الكربون C ، من A = **14 نكليونًا** أي : Z = **6 بروتونات** ؛ N = 14 – 6 = **8 نيترونات** .

2.1.1) النظائر : Isotopes

ـــ **تعريف :** – النظائر هي أنوية لذرات نفس العنصر الكيميائي $_{Z}X$ ، لها نفس العدد من البروتونات و عددًا مميزًا من النكليونات . بالتالي يكون لنظيرين نفس القيمة للعدد Z ، و قيمة مختلفة للعدد A .

☒ **ملاحظة :** لنظائر العنصر الواحد نفس العدد الذري Z ؛ و نفس الإسم (المنمذج بالرمز X) . مثلاً :
نظيري الهيدروجين : $^{1}_{1}H$ (1 بروتون) و $^{2}_{1}H$ (1 بروتون ، 1 نيترون) .
– نشير أحيانًا للنظائر بتحديد أعداد نكليوناتها : مثل « **الكربون 14** : ^{14}C» و « **الكربون 12** : ^{12}C» .

ـــ **كتلة النواة :** نعرِّف **واحدة الكتل الذرية** (**u . m . a**) unité de masse atomique ، أو إختصارا (**u**) ، كما لو كانت تعادل **(1/12)** من كتلة ذرة النظير (النكليد) : $^{12}_{6}C$ **لأن** :
– نواة هذه الذرة تحتوي 12 نكليونًا ، و كتلة السحابة الإلكترونية مهملة أمام كتلة النواة .
– كمية مادة قدرها 1 mole من « الكربون 12 » كتلتها 12 g ، و منه نستنتج : $\boxed{m_{\text{بروتون}} = m_{\text{نيترون}} = 1\ u}$
– عمومًا : الكتلة $m(^{A}_{Z}X)$ للنواة $^{A}_{Z}X$ تعادل تقريبًا : $\boxed{m(^{A}_{Z}X) = A\ u}$

1-2) النشاط الإشعاعي :

– إن الأنوية الذرية بعضها مستقر و البعض الآخر غير مستقر إشعاعيًا . إذا كانت للنواة إمكانية التفكك (الإستحالة) تلقائيًا ، نقول عنها أنها **نواة مشعة** . في الحالة المعاكسة ، نقول عن النواة بأنها **مستقرة** و ليست **مشعة** .
– لا يكون لأنوية ذرات نظائر العنصر الواحد نفس الخصائص : لذلك $^{12}_{6}C$ **مستقر** ، بينما $^{14}_{6}C$ **مشع** .
– عندما تتواجد نواة مشعة في الطبيعة (الكربون 14) ، فإننا بصدد الكلام عن **نشاط إشعاعي طبيعي** . أما إذا تم الحصول عليها إصطناعيًا (الأزوت 13) فإن ذلك يخص **نشاط إشعاعي إصطناعي** .

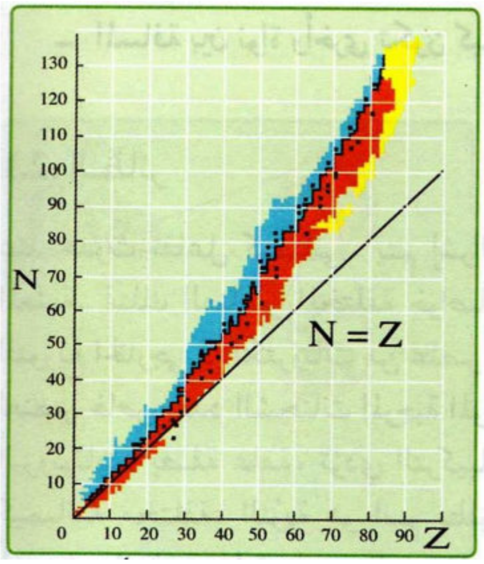
1.2.1) الإستقرار و عدم الإستقرار :

ـــ إن غالبية الأنوية **غير المستقرة** تتحول الى أنوية **مستقرة** ، و تعرف الآلية التي تتحول بها هذه الأنوية بـــ : **التفكك الإشعاعي** .
ـــ كل تفكك يؤدي الى إنبعاث (إصدار) إحدى الإشعاعات الممكنة : **ألفا (α)** ، **بيتا (β)** و **غاما (γ)** .
ـــ تبين **الوثيقة – 1** ، المخطط (N – Z) و فيه تتوزع جميع الأنوية المستقرة و غير المستقرة في الحزمة بألوان مختلفة .
– إن الشق الفاصل بين الأزرق و الأحمر على المخطط يمثل **الأنوية المستقرة** (بلون أسود) . هذا الشق يدعى **وادي الإستقرار** .
– النقاط الزرقاء ، الحمراء و الصفراء تمثل **أنوية غير مستقرة** (**أنوية مشعة**) .

– إن الخط N = Z يمثل الأنوية التي تحتوي على عدد صغير من البروتونات يتساوى و عدد النيترونات ، عندما يكبر عدد البروتونات Z فإن عدد النيترونات N يزيد عن عدد البروتونات : (N > Z) .

ـــ بصفة عامة : عند حدوث التناقص الإشعاعي ، تؤول الأنوية غير المستقرة الى الإستقرار و الإقتراب من وادي الإستقرار – **الوثيقة 1** :

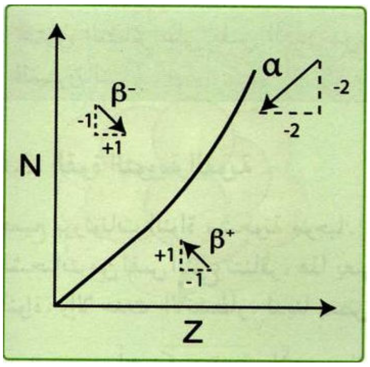
– اللون الأزرق يخص الأنوية الباعثة للإشعاعات بيتا السالبة (β^-) ، و التي لها فائض في النيترونات .
– اللون الأحمر يخص الأنوية الباعثة للإشعاعات بيتا الموجبة (β^+) ، و التي لها فائض في البروتونات .
– اللون الأصفر يخص الأنوية الباعثة للإشعاعات (α) .
– عند الإصدار α (أنوية ذرات الهليوم : ${}^{4}_{2}He$) يتناقص كل من العددين N و Z بـــ 2 ، مما يؤدي بالنواة بالإنسحاب قطريًا نحو الأسفل يسارًا ، نحو وادي الإستقرار ... (أنظر – **الوثيقة 2**) .
– في الإشعاع بيتا السالبة β^- (إصدار الإلكترونات : ${}^{0}_{-1}e$) تنقص N بـــ 1 و تزداد Z بـــ 1 مما يؤدي بالنواة بالإنسحاب قطريًا نحو الأسفل يمينًا ، نحو وادي الإستقرار .
– في الإشعاع بيتا الموجبة β^+ (إصدار البوزيتونات : ${}^{0}_{+1}e$) يزداد N بـــ 1 و ينقص Z بـــ 1 ، مما يؤدي بالنواة بالإنسحاب قطريًا نحو الأعلى يسارًا ، نحو وادي الإستقرار .



وثيقة 1 : المخطط (N – Z) ؛ الألوان تمثل أنماط التفكك . بين الأحمر و الأزرق يوجد واد الإستقرار (الأسود)

– يمكن للنواة الثقيلة أن تتعرض لسلسلة من التفككات على إمتداد وادي الإستقرار قبل إستقرارها . نسمي **العائلة المشعة** (famille radioactive) مجموعة الأنوية المتشكلة بالتتابع قبل تشكل النواة المستقرة .
مثال ذلك **اليورانيوم 238** يتعرض الى تفكك α ، β و γ ليصبح **رصاص 206** مستقر و أكثر خفة . مجموع الأنوية من اليورانيوم 238 حتى الرصاص 206 تدعى **العائلة المشعة لليورانيوم 238** :

$${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{232}_{90}Th \rightarrow {}^{231}_{91}Pa\ (\ldots) \rightarrow {}^{206}_{82}Pb$$



وثيقة 2 : التناقص الإشعاعي يؤدي الى إنسحاب النواة نحو وادي الإستقرار

2.2.1) معادلات التفكك: (إنحفاظ الشحنة الكهربائية و إنحفاظ عدد النويات):

ـــ إن النشاط الإشعاعي ظاهرة عفوية لتفاعل نووي تقوم خلاله نواة مشعة تدعى : **النواة الأب (الأم)** بالإنقسام ، بإصدار جسيم لتعطي نواة أخرى تدعى : **النواة الإبن (البنت)** : $X_{(\text{نواة أم})} \rightarrow Y_{(\text{نواة بنت})} + \ldots$

ـــ النواة البنت المتشكلة غالبًا ما تكون في **حالة مثارة (مهيّجة)** . يشار لحالة الإثارة هذه بإرفاق رمز النواة البنت بنجم (*) : Y^*

$$X \rightarrow Y^*_{(\text{مثارة})} + \ldots$$

ـــ الجسيمات المنبعثة ثلاث أنواع : الجسيمات α ، β^- و β^+ زيادة على ذلك يوجد نوع رابع من الإشعاعات الصادرة يتمثل في إصدار طاقة من النواة تدعى الإثارة المعاكسة γ .

– **التفكك α** : إصدار لأنوية ذرات الهليوم : ${}^{4}_{2}He$ (جسيمات **α** : أحيانًا يرمز لها بالرمز ${}^{4}_{2}\alpha$)

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A-4}_{Z-2}Y \quad \text{أو} \quad {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{A-4}_{Z-2}Y$$

– **التفكك β^-** : إصدار لإلكترون : ${}^{0}_{-1}e$. هذا النوع من الإشعاعات يخص الأنوية التي تظهر في المخطط (N , Z) و كأن لها فائض من النيترونات : N > Z

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z+1}Y^* \quad \text{أو} \quad {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta^- + {}^{A}_{Z+1}Y^*$$

➢ في التفكك β^- يتحول النيترون الى بروتون : ${}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$

➢ يرافق إنبعاث الجسيم β^- إصدار **نيترينو مضاد** ${}^{0}_{0}\bar{\nu}$ (جسيم مهمل الكتلة مثل الإلكترون و مهمل الشحنة مثل النيترون) .

➢ توجد إشعاعات طبيعية β^- .

– **التفكك** β^+ : إصدار لبوزيتون : $^{0}_{+1}e$. لا يمكننا عمومًا مشاهدة هذا النوع من الإصدارات في الطبيعة ، و لكن إصطناعيًا يمكن الحصول عليه بوفرة . هذا الجسيم له نفس كتلة الإلكترون (مهمل الكتلة) و لكن شحنته موجبة (شحنة البروتون) .

هذا النوع من الإشعاعات يخص الأنوية التي تظهر في المخطط (N , Z) و كأن لها فائض من البروتونات : $N < Z$

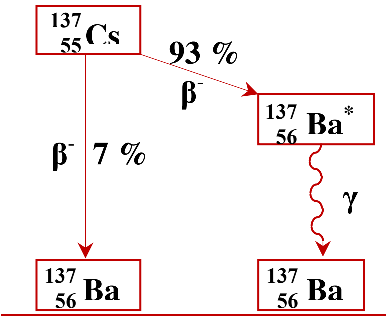
$$\boxed{^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{+1}e + {}^{A}_{Z-1}Y^{*}}$$ أو $$\boxed{^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{+1}\beta^{+} + {}^{A}_{Z-1}Y^{*}}$$

➢ في التفكك β^+ يتحول البروتون الى نيترون و بوزيتون : $^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu$

➢ يرافق إنبعاث الجسيم β^+ إصدار **نيترينو** $^{0}_{0}\nu$ (جسيم مهمل الكتلة مثل الإلكترون و مهمل الشحنة مثل النيترون) .

– **الإصدار** γ : الإشعاعات γ عبارة عن إشعاعات كهرمغناطيسية شديدة النفاذية ، عند إنبعاثها من النواة يبقى العدد الكتلي و العدد الذري بدون تغيير في حين تزول الإثارة للنواة البنت المتشكلة لتصبح مستقرة أو تنتقل من حالة مثارة الى حالة أقل إثارة :

$$Y^{*}_{(\text{مثارة})} \rightarrow Y_{(\text{مستقرة أو أقل إثارة})} + \gamma$$



وثيقة 3 : تفكك β^- للسيزيوم 137

➢ غالبًا ما يرافق الإصدارات α ، β^- و β^+ إنبعاث للإشعاعات γ – **الوثيقة 3** .

➢ الإشعاعات γ عبارة عن إشعاعات كهرمغناطيسية (موجة من جنس نوع الموجة الضوئية) ذات أطوال موجة قصيرة جدًا ($\lambda < 10^{-10}$ m) .

– **دساتير الإنحفاظ** : أثناء حصول تفكك نووي إشعاعي يكون هناك إنحفاظ لــ : **أعداد الكتلة** و **أعداد الشحنة** ــ مثال : $^{238}_{92}U \xrightarrow{\alpha} {}^{4}_{2}He + {}^{234}_{90}Th$

حيث : $(92 = 2 + 90)$ ؛ $(238 = 4 + 234)$

– **المظهر الطاقوي :**

➢ يمكن لورقة عادية إيقاف جسيم α .
➢ في أغلب الأوقات ، يمتلك النيترينو و النيترينو المضاد طاقة عالية جدًا .
➢ يمكن لإشعاعات γ إجتياز بضعة سنتمترات من معدن الرصاص .

تطبيقات :

▫ **تطبيق** ① : أعط أسماء و رموز الجسيمات المنبعثة خلال التفككات التالية :
– التفكك α .
– التفكك β^- .
– التفكك β^+ .

▫ **الحل :**
– التفكك α : جسيم (α) ، نواة ذرة الهليوم : $^{4}_{2}He$.
– التفكك β^- : إلكترون : $^{0}_{-1}e$.
– التفكك β^+ : بوزيتون : $^{0}_{+1}e$.

▫ **تطبيق** ② : برّر أرقام الشحنة و أرقام الكتلة المختارة عند تمثيل رموز البوزيتون و الإلكترون .

▫ **الحل :**
رقمي الكتلة للإلكترون و البوزيتون يساويان الصفر (0) لأن كتلة كل منهما مهملة أمام كتلة النكليون .
رقم الشحنة للبوزيتون هو 1+ (مثل البروتون ، لأن شحنة هذين الجسيمين متماثلة) ؛ رقم الشحنة للإلكترون هو 1− (لأن شحنته معاكسة لشحنة البروتون) .

▫ **تطبيق** ③ : يعتبر الكربون 14 مصدر إشعاعي للإشعاعات β^- :
أ) ماذا يعني « الكربون 14 » ؟
ب) أكتب معادلة التفكك الموافقة .

▫ **الحل :**
أ) يعني « الكربون 14 » النواة الذرية : $^{14}_{6}C$.
ب) $^{14}_{6}C \xrightarrow{\beta^-} {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$

- **تطبيق ④** : يتفكك البزموث إشعاعيًا وفق المعادلة : $^{212}_{83}Bi \rightarrow X + ^{208}_{81}Tl$

أ) ما هو العنصر الكيميائي الذي يرمز له بــ : Tl ؟

ب) تعرّف على الجسيم X .

ج) ما نوع الإشعاع النووي المنبعث من تفكك البزموث ؟

- **الحل** :

أ) يشير رمز العنصر Tl الى : التاليوم (Thallium) .

ب) $^{212}_{83}Bi \xrightarrow{\alpha} ^4_2He + ^{208}_{81}Tl$ (الجسيم X عبارة عن دقيقة α) .

ج) إصدار α .

- **تطبيق ⑤** : الإشعاعات الكهرمغناطيسية .

أ) ما هو مجال طول موجة الإشعاع γ في الخلاء (الفراغ) ؟

ب) ما هو مجال طول موجة الإشعاعات المرئية (radiations visibles) ؟

ج) ما هي الإشعاعات التي مجال طول موجاتها ينحصر بين المجال المرئي و مجال الإشعاعات γ ؟

- **الحل** :

أ) الإشعاعات γ : $10^{-13}\ m < \lambda < 10^{-7}\ m$

ب) المجال المرئي : $4 \times 10^{-7}\ m < \lambda < 7 \times 10^{-7}\ m$ (يعطى أحيانا كحد للمجال المرئي $7{,}5 \times 10^{-7}\ m$ و يمكن أن يصل الى $8 \times 10^{-7}\ m$) .

ج) الإشعاعات السينية X : ($10^{-10}\ m < \lambda < 10^{-8}\ m$) .

الإشعاعات فوق البنفسجية (U.V) : ($10^{-8}\ m < \lambda < 4 \times 10^{-7}\ m$) .

- **تطبيق ⑥** : هل المفاهيم التالية صحيحة أم خاطئة ؟ برِّر .

أ) النواة المشعة نواة تنتج إصطناعيًا .

ب) الأنوية المشعة من بين نظائر عنصر كيميائي هي تلك التي تكون نسب تواجدها في الطبيعية الأكثر ضعفًا .

ج) خلال تفاعل نووي تحفظ العناصر .

د) إنحفاظ الكتلة يترجم بإنحفاظ العدد الكتلي (رقم الكتلة) .

ه) خلال تفكك إشعاعي يصدر عنه إلكترون (التفكك β^-) ، الإلكترون المنبعث لا يتأتى من السحابة الإلكترونية للذرة .

- **الحل** :

أ) **خطأ** . قد يكون مصدر النواة المشعة مصدر طبيعي (الكربون 14 ، البوتاسيوم 40 أنوية مشعة تتواجد طبيعيًا على الأرض) .

ب) **صحيح** .

ج) **خطأ** . تحفظ العناصر في التفاعلات الكيميائية فقط . معادلة تفاعل تفكك الكربون 14 الى الآزوت تبين بوضوح بأن عنصر (الكربون) يعطي عنصر آخر (الآزوت) .

د) **صحيح** .

ه) **صحيح** . إنبعاث الإلكترون من النواة المتفككة يفسر بتحول نيترون الى بروتون و الإلكترون المنبعث : هذا التحول غير مطروح في البرنامج ، و لكن ما يجب معرفته هو أن الإلكترون لا يصدر عن السحابة الإلكترونية للذرة – و لا نهتم في هذا الفصل إلا بالأنوية الذرية .

- **تطبيق ⑦** :

أ) ذكر بقوانين الإنحفاظ المميزة للتفاعلات النووية .

ب) أكمل ما يلي :

② $^{...}_{...}Pb^* \rightarrow ^{206}_{82}Pb + \gamma$ ① $^{210}_{84}Po \rightarrow ^{...}_{...}Pb^* + ^4_2He$

④ $^{...}_{27}Co \rightarrow ^{56}_{...}Fe + ^0_{+1}e$ ③ $^{214}_{82}Pb \rightarrow ... + ^0_{-1}e$

ج) مالفرق بين $^{214}_{82}Pb$ و $^{206}_{82}Pb^*$ ؟

- **الحل** :

أ) إنحفاظ الكتلة (رقم الكتلة) و الشحنة (رقم الشحنة) .

ب) ② $^{206}_{82}Pb^* \rightarrow ^{206}_{82}Pb + \gamma$ ① $^{210}_{84}Po \rightarrow ^{206}_{82}Pb^* + ^4_2He$

④ $^{56}_{27}Co \rightarrow ^{56}_{26}Fe + ^0_{+1}e$ ③ $^{214}_{82}Pb \rightarrow ^{214}_{83}Bi + ^0_{-1}e$

ج) يرمز Pb^* الى نواة رصاص مثارة (مهيّجة) ، بينما يشير الرمز Pb الى نواة رصاص في حالة الرّاحة (مستقرة) . زيادة على ذلك ، هاتين النواتين لهما نفس عدد البروتونات (82) و ليس لهما نفس عدد النكليونات (206 و 214) بالتالي لهما عدد من النيترونات N مختلف :
($N = 206 - 82 = \mathbf{124}$) لإحداهما و ($N = 214 - 82 = \mathbf{132}$) للأخرى : إنهما نظيرين من نظائر الرصاص .

- **تطبيق** 8 :

علق على الوثيقة – 3 من الدرس السابق ، ص 26 .

- **الحل** :

تتوضع الأنوية في المخطط أسفل بعضها البعض . النواة التي تكون في حالة طاقوية أكثر إرتفاعًا (الأقل إستقرارًا أو الأكثر هيجانًا) تتوضع في الأعلى . مخطط تفكك السيزيوم 137 .

93% من الإشعاعات β^- الحادثة للسيزيوم 137 يرافقها إصدار لإشعاعات γ ، حيث تكون النواة البنت المتشكلة في البداية في حالة « **مثارة** » : Ba^* ، و تزول إثارتها بإصدارها للإشعاعات γ : $Ba^* \rightarrow Ba + \gamma$.

7% من الإشعاعات β^- تحدث مباشرة لتتشكل النواة البنت المستقرة Ba دون المرور بالحالة المهيجة لنواة الباريوم .

- **تطبيق** 9 :

إليك بعض المعطيات التي تخص مجموعة أنوية مشعة :

العنصر	A	Z	N	نوع التفكك الإشعاعي
اليورانيوم	238	92	...	α
اليورانيوم	235	92	...	α
البلاديوم	234	91	...	β^-
الثوريوم	234	90	...	β^-
الثوريوم	230	90	...	α
الرادون	226	88	...	α

أ) أكمل الجدول أعلاه .

ب) شكل المخطط (N , Z) للأنوية المعطاة .

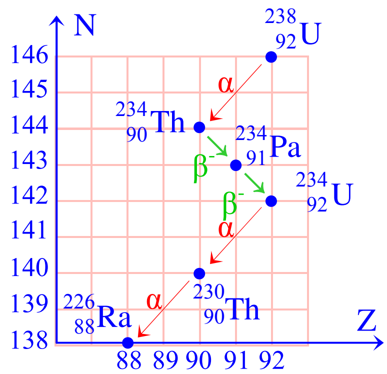
ج) مثل التفكك **α** بسهم (⟶) لونه **أحمر** ، و التفكك β^- بسهم **أخضر** .

د) كيف تسمى مجموعة الأنوية المتفككة الممثلة في المخطط ؟

- **الحل** :

أ) و ب) و ج) .

العنصر	N = A – Z
اليورانيوم	146
اليورانيوم	142
البلاديوم	143
الثوريوم	144
الثوريوم	140
الرادون	138



المخطط (N , Z)

د) مجموعة الأنوية في المخطط (N , Z) جانبه تنتمي الى **عائلة اليورانيوم** . للأمانة فإن **العائلة المشعة لليورانيوم** تتشكل من جميع الأنوية البنات (الأبناء) و لا تتوقف عند هذا الحد . التمرين أعطى فقط التفككات الإشعاعية الخمس الأوائل و قصد لنا بأن عملية التفكك مازالت متواصلة (نشير بأن الرادون 226 مشع للدقائق α) : عشرة تفككات إشعاعية فيما بعد تقود في النهاية الى تشكل الرصاص 206 المستقر .

1- 3) <u>التناقص في النشاط الإشعاعي</u>:

- **المعادلة التفاضلية للتطور** :

1.3.1. النشاط الإشعاعي (A) *L'activité* :

1 ــ **تعريف** : النشاط الإشعاعي A ، الذي يقاس بوحدة **البيكيرل** (**Bq**) *becquerel* ، لمنبع إشعاعي هو نسبة عدد التفككات ΔN المعاينة الى المدة Δt المستغرقة في ذلك : $A = \dfrac{\Delta N}{\Delta t}$.

ــ إذا كان N هو عدد الأنوية المشعة لعيّنة ما ، تتفكك هذه الأنوية تلقائيًا و عليه فإن N تابع للزمن يرمز له بالرمز $N(t)$.

ـــ التغير ΔN لعدد الأنوية المتفككة من العيّنة هو : $\Delta N = N(t+\Delta t) - N(t)$ ، هذا التغير يكون **سالبًا** ($\Delta N < 0$) لأن عدد الأنوية المشعة ينقص بالتفكك مع الزمن . لذلك نتكلم عن **التناقص الإشعاعي** للعيّنة .

ـــ **واحد بيكيرل 1 Bq يعادل تناقصًا (تفككًا) واحدًا في الثانية** . النشاط الإشعاعي هو إذًا مجانس لعكس الزمن : $[A] = T^{-1}$.

نعرّف النشاط الإشعاعي A للعيّنة بعدد التفككات التي تنتج في الثانية الواحدة من الزمن .

جسم الإنسان مشع لإحتوائه على « الكربون 14 » و « البوتاسيوم 40 » . يقدر نشاطه الإشعاعي بحوالي 10^4 Bq .

② ـــ **المعنى الفيزيائي للنشاط :**

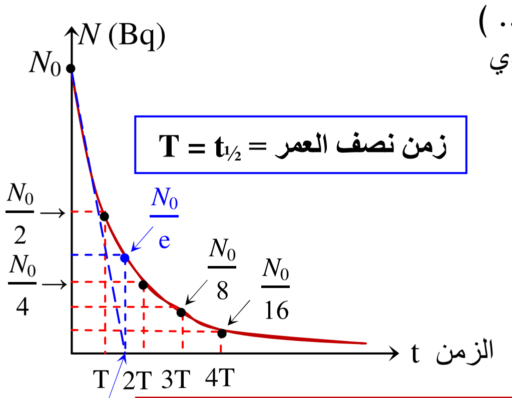
- يتعلق النشاط الإشعاعي لمادة مشعة بكمية المادة المكونة لعيّنة منها (كلما كانت كمية المادة للمشع معتبرة كلما تم معاينة المزيد من التفككات) .
- النشاط الإشعاعي لمنبع إشعاعي ينقص بالتفكك مع الزمن ، بفعل كمية المادة المتبقية للتفكك تتناقص مع الزمن .
- إن تأثير الإشعاعات الصادرة عن منبع إشعاعي على الجسم البشري مرتبط بالنشاط الإشعاعي لهذا المنبع و بطاقة الإشعاع المنبعث . لا يكفي معرفة النشاط الإشعاعي لمنبع لتقييم الأخطار المترتبة عنه .

③ ـــ **الخاصية الإحتمالية (الطابع العشوائي) للتناقص الإشعاعي :**

- معاينة تناقص إشعاعي : نعاين ، في المخبر ، السيرورة العشوائية لتفكك جيل من أنوية السيزيوم 137 (منبع إشعاعي) بواسطة عداد جيجر *Compteur Geiger* . نختار مدة زمنية للعد Δt فيسجل العداد عدد الأنوية المتفككة ΔN المكتشفة .
- الفرضية المتعلقة بالمعاينة : كاشف العداد الذي يتميز بنافذة دخول محدودة في الفضاء و ليست له فعالية 100% ، لا يمكنه الكشف عن التناقص الإشعاعي كلية . كل ما نستطيع معرفته هو حظوظ التناقص الحاصلة في هذه الآونة ، لكن حتى و إن كان الأسلوب عشوائيًا فإن عددًا كبيرًا من الأنوية المعنية يسمح لنا بإجراء توقعات دقيقة . نفترض بأن التفككات المحسوبة تتناسب مع التفككات الحاصلة فعلاً .
- ضرورة إجراء عدد كبير من القياسات : بواسطة التجهيز المتاح في المخبر ، يمكننا معاينة عملية إحصائية إنطلاقًا من مئات القياسات . حديثًا إستعمال نظام قياس مربوط بحاسوب يسمح بإجراء بضعة آلاف من القياسات و تكون بذلك النتائج المتحصل عليها أكثر مدلولية .

④ ـــ **النتائج التجريبية :**

- كما أسلفنا لا يمكننا بالضبط توقع لحظة حدوث تفكك إشعاعي لنواة مشعة معينة : يتعلق الأمر بظاهرة إحصائية عشوائية ، تفكك نواة لا يؤدي الى تفكك نواة مجاورة . تتلاشى (تموت) نواة دون أن تُعمَّر (تشيخ) .
- التناقص الإشعاعي مستقل عن الشروط الفيزيائية الخارجية (الحرارة ، الضغط ، ...) التي تتواجد فيها عيّنة مشعة كما أن التفكك الإشعاعي لا يتعلق بالمركب الكيميائي الذي تنتمي إليه النواة المشعة .



وثيقة 4 : دالة التناقص الإشعاعي

2.3.1. نصف العمر (t½) *Demi-vie* :

ـــ نسمي نصف العمر t½ لنظير مشع المدة الزمنية التي خلالها يتناقص (يتفكك) نصف الجيل الماكروسكوبي من الأنوية المشعة لنفس النظير .

ـــ يسمح نصف العمر بتصنيف التناقص الإشعاعي في العيّنة ، حيث يمثل المدة التي يتناقص فيها النشاط الإشعاعي الى النصف .

ـــ تتغير أنصاف الحياة من أجزاء الثانية الى ملايين السنوات .

3.3.1. تطور جيل من الأنوية المشعة :

① ـــ **العلاقة : $\Delta N = -\lambda N \Delta t$**

لأجل جيل من الأنوية المشعة نكتب :

– $N(t)$ عدد الأنوية في اللحظة t .
– $N(t+\Delta t)$ عدد الأنوية في اللحظة $t+\Delta t$.

بالتالي : $\Delta N = N(t+\Delta t) - N(t) < 0$ ، كلما إمتدت المدة الزمنية Δt ، كلما كبر عدد الأنوية المتفككة ΔN و بذلك يمكن التأكد تجريبيًا من أن ΔN متناسبة مع Δt . من جهة ثانية يمكن الإثبات تجريبيًا من أن ΔN متناسبة مع العدد N للأنوية المشعة المتبقية دون تفكك في اللحظة t .

ـــ نسمي λ ثابت التناسب الموجب الذي يعبر بأن ΔN متناسب مع N و مع Δt ، و منه العلاقة : $\boxed{\Delta N = -\lambda N \Delta t}$.

☒ **ملاحظة** : الإشارة السالبة « − » تفسر بكون λ عدد موجب و كون ΔN عدد سالب لأن جيل الأنوية في تناقص إشعاعيًا أقل فأقل عددًا .

② ــ قانون التناقص الإشعاعي : $N = N_0\, e^{-\lambda t}$

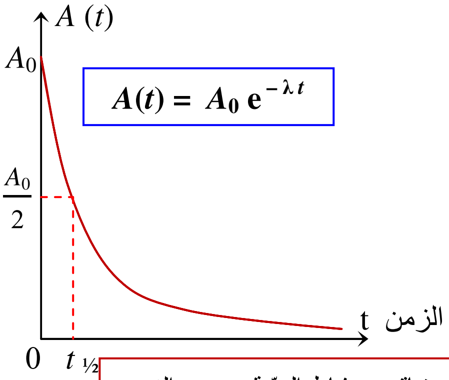
في الفيزياء	في الرياضيات
$\dfrac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N$ تكتب $\dfrac{dN}{dt} = -\lambda N$	$f'(x) = -\lambda f(x)$
أو : $N' = -\lambda N$	معادلة تفاضلية تقبل حلاً
	من الشكل : $f(x) = A e^{-\lambda x}$

العلاقة : $\dfrac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t)$ تقبل حلاً من الشكل : $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$

حيث : N_0 قيمة N عند اللحظة $t = 0$ ، لأنه عندما $t = 0$: $N(0) = N_0\, e^{-\lambda \times 0} = N_0 \times 1 = N_0$

③ ــ ثابت الزمن (τ) *Constante de temps* :

ــ من العلاقة : $\Delta N = -\lambda N \Delta t$ نستنتج بأن المقدار $\lambda\, \Delta t$ مقدار غير بعدي (sans dimension) لأن Δt مدة زمنية ، بينما λ مجانس لعكس الزمن هذا الأخير (الزمن) يرمز له بالرمز τ ، و يدعى « ثابت الزمن » .



وثيقة 5 : تناقص نشاط العيّنة بمرور الزمن

ــ ثابت الزمن τ هو المقدار : $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$ حيث : τ ــ بـ (s) و λ ــ بـ (s^{-1})

بالتعريف : $N(t_{½}) = \dfrac{N_0}{2}$ (من تعريف نصف العمر)

بالتالي : $N(t_{½}) = N_0\, e^{-\lambda(t½)} = \dfrac{N_0}{2}$ و منه : $e^{-\lambda(t½)} = \dfrac{1}{2}$

$\Leftarrow$ $t_{½} = \dfrac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2$

④ ــ النشاط الإشعاعي A :

$A = \lambda N$ بالتالي $A = \lambda N_0\, e^{-\lambda t}$

أو : $A_0 = \lambda N_0$ بالتالي $A = A_0\, e^{-\lambda t}$

بالفعل : $A = \dfrac{dN(t)}{dt}$ مع $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$ ؛ ومنه : $A = -[-\lambda N_0\, e^{-\lambda t}] = \lambda N_0\, e^{-\lambda t} = \lambda N$

4.3.1. تطبيق في مجال التأريخ : *Datation*

① ــ **مبدأ التأريخ :** – يمكن بواسطة الإشعاع تقدير عمر المواد العضوية كبقايا الأعضاء النباتية أو الحيوانية ذات عمر يقارب 40 000 سنة بإستعمال « الكربون 14 » .

– النواة $^{14}_{6}C$ نواة مشعة بنصف حياة 5 730 سنة . يتواجد الكربون في كل المركبات العضوية ، و يتكون أساسًا من الكربون 14

– أنوية النظير $^{14}_{6}C$ المتفككة تعوض في الجو بتلك الناتجة عن تفاعل النيترونات الكونية مع أنوية الآزوت ، و لذلك مبدأ التأريخ بواسطة الكربون 14 يستند الى النظرية القائلة بأن « **نسبة النظير ^{14}C في الجو مستقلة عن الزمن** » أي أن النسبة : $\dfrac{^{14}C}{^{12}C}$ في الكون و في العالم الحي ثابتة عمومًا (ثابتة لأجل 20 000 سنة الأخيرة) .

تم هذا بفضل التبادلات التي تحدث بإستمرار مثل التحليل الضوئي و التغذية (يمتص الغطاء النباتي الكربون المشع المحتوى في ثنائي أكسيد الكربون عند تحقيق عملية البناء الضوئي *La photosynthèse* و بالتالي نسبة الكربون 14 في عضوية كائن حي هي عندئذٍ نفسها التي يحتويها الجو) . عند موت عضو نباتي مثلا فإن نسبة الكربون 14 فيه لا تتجدد (تبدأ بالتناقص إشعاعيًا) .

– معرفة نسبة الكربون 14 المتبقى تسمح بإستنتاج عمر عيّنات من الخشب أو الحفريات .

② ــ **التأريخ بالحساب :**

لدينا مما سبق : $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$ $\Leftarrow$ $\dfrac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$ ... (1) ، كذلك لدينا : $t_{½} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$ $\Leftarrow$ $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{½}}$ ... (2)

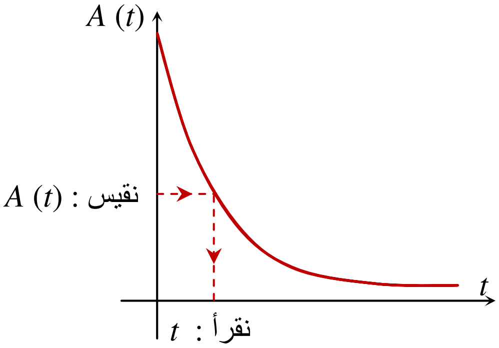
بأخذ اللوغاريتم النيبري لطرفي العلاقة (1) و التعويض عن قيمة λ من العلاقة (2) نحصل على :

$t = \dfrac{t_{½}}{\ln 2} \ln \dfrac{A}{A_0}$ حيث : $t_{½} = 5{,}6 \times 10^{3}$ سنة (نصف عمر الكربون 14)

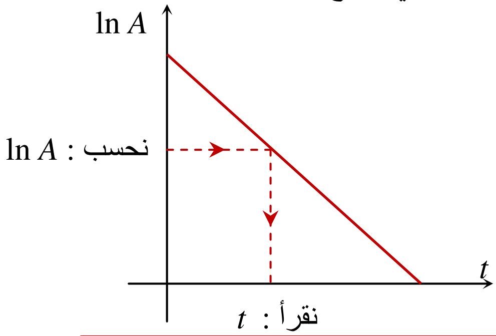
بالتالي : $\boxed{t\ (\text{ans}) = 8{,}1\times10^{3}\ \ln \dfrac{A(t)}{A_0}}$.

③ ــ **التأريخ بالطريقة البيانية :**

يمكننا رسم البيان المميز للعلاقة : $A(t) = \lambda N_0\, e^{-\lambda t} = A_0\, e^{-\lambda t}$ ، الوثيقة – 6 و لكن من الأفضل بعد ذلك رسم البيان : $\ln A = f(t)$ ، الوثيقة – 7 التي تسمح بإجراء قياس أكثر دقة .



وثيقة 6 : البيان $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$



وثيقة 7 : البيان $\ln A = f(t)$

تطبيقات :

- **تطبيق ① :**

فسر العبارتين التاليتين :

أ) التفكك الإشعاعي لنواة مشعة لا يؤدي الى تفكك نواة مجاورة .

ب) تتلاشى (تموت) نواة دون أن تُعمِّر (تشيخ) .

- **الحل :**

أ) في عيّنة مشعة ، تتفكك الأنوية عشوائيًا ، بالتالي الأنوية المجاورة لنواة بصدد التفكك ليس لها حظوظ أقل أو أكثر لكي تتفكك إلا إذا تباعدت .

ب) لا يكون لنواة مشعة عمر محدد : و إنما من المحتمل أن تتفكك خلال فترة معطاة من الزمن . هذا الإحتمال هو نفسه لجميع الأنوية من هذا النوع . مثلاً : عيّنة من أنوية « السيزيوم 137 » مبتاعة سنة 1970 لم تتفكك بعد الى غاية سنة 2010 ، يكون لها نفس الحظ لكي تتفكك في 2010 مثل ما هو الحال بالنسبة لعيّنة مشعة أخرى يتم شراؤها في نفس السنة هذه .

- **تطبيق ② :**

يمكننا أن نقرأ في أحد المراجع التعليمية ، بأن « نلاحظ عند دراستنا لتفكك من التفككات الإشعاعية ، الجمع بين سيرورة عشوائية *Processus aléatoire* على السلم الميكروسكوبي (المجهري) و بين تطور *évolution* ماكروسكوبي (عياني) حتمي (جبري أو مقدّر) *déterministe* » .

أ) ما هو المصطلح المعاكس لمصطلح « عشوائي : *aléatoire* » ؟

ب) ما هي الظاهرة العشوائية في المجال الإشعاعي ؟

ج) هل تطور جيل أنوية مشعة ظاهرة عشوائية ؟

- **الحل :**

أ) حتمي : *déterministe* .

ب) التفكك الإشعاعي .

ج) لا .

التفكك الإشعاعي سيرورة عشوائية : لا يمكننا معرفة متى يحدث بالضبط تفكك إشعاعي لنواة مشعة معينة .
لكن بالنسبة لجيل كبير كفاية من الأنوية المشعة ، يوجد قانون إحصائي – حتمي ، يَتحكم في (يُنَظِم) تطور هذا الجيل من الأنوية المشعة على المستوى الماكروسكوبي (العياني) : يمكننا توقع كم من الأنوية غير المتفككة المتبقية عند لحظة معينة .

- **تطبيق ③ :**

في محررة لتجهيز تجريبي معد في المخبر من أجل دراسة التفكك الإشعاعي لأنوية « السيزيوم 137 » يمكننا قراءة ما يلي :

- العدد الذري : 55
- نصف الحياة : 30 ans (خلال 30 سنة يتناقص إشعاعيًا بمعامل 2)
- النشاط الإشعاعي : $3{,}7\times10^{5}$ Bq .

أ) ما هي تركيبة نواة السيزيوم 137 ؟

ب) ماذا يقصد المحرر بـــ « يتناقص إشعاعيًا بمعامل 2 » ؟

ج) ماذا يعني الـــ « Bq » ؟ في المنبع الإشعاعي المخبري ، كم هو عدد التفككات في الثانية الواحدة الحادثة فيه لحظة شرائه ؟

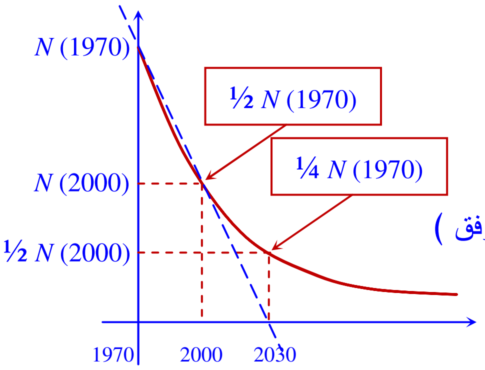
الحل :

أ) 55 بروتون ، 137 نكليون ، 137 – 55 = **82 نيترون** .
العبارة المستخدمة من طرف المحرر غير صحيحة في القياس لأن « التحول الإشعاعي » ليس بمقدار فيزيائي و إنما ظاهرة إشعاعية قابلة للتكميم ؛ من مقاديرها المكممة « نصف العمر » .
ب) العبارة الأصح بهذا الخصوص هي : « خلال 30 سنة (فترة نصف الحياة للسيزيوم 137) نصف الأنوية المشعة للعيّنة حدث لها تفكك » .
ج) يعني الــ « Bq » : البيكريل – becquerel و هي وحدة قياس النشاط الإشعاعي $A(t)$ تمجيدًا لأحد الفيزيائيين ، حيث : **$A = 1$ Bq** ، يوافق **تفكك (تناقص) واحد في الثانية الواحدة** .
نلاحظ بالنسبة لهذا المنبع الإشعاعي حسب المحررة أنه ينشط إشعاعيًا لحظة شرائه بمقدار : $3,7\times10^5$ Bq تفكك كل ثانية .

تطبيق ④ :

في إحدى الثانويات ، تم إستعمال منبع إشعاعي مبتاع في سنة 1970 .
– فترة نصف العمر للسيزيوم 137 هي : 30 ans .
– النشاط الإشعاعي لعيّنة المنبع في سنة 1970 : $A_0 = 3,7\times10^5$ Bq .
هل الفرضيات التالية « صحيحة » أم « خاطئة » ؟ برّر :
أ) في سنة 2000 يوجد في المنبع عدد من الأنوية المشعة أقل بمرتين من عددها وقت الشراء .
ب) النشاط الإشعاعي للمنبع أضعف بأربع (4) مرات سنة 2030 مما هو عليه في تاريخ الشراء .
ج) النشاط الإشعاعي للمنبع أضعف بثلاث (3) مرات سنة 2015 مما هو عليه في تاريخ الشراء .
د) عند إجرائنا لعملية إحصائية (قياس) للتفككات الإشعاعية الحادثة ، نفترض بطبيعة الحال أن النشاط الإشعاعي للمنبع عمومًا ثابت .

الحل :



أ) **صحيح** . المدة : 30 ans تفصل العام 2000 عن العام 1970 .
ب) **صحيح** . المدة : 30 ans تفصل العام 2030 عن العام 2000 ؛ بذلك يبقى سنة 2030 نصف الأنوية التي لم تتفكك بعد سنة 2000 .
ج) **خطأ** . الإجابة بصحة الفرضية تستدعي دون شك علاقة تناسب طردية بين عدد الأنوية المتبقية دون تفكك و بين الزمن (يمثلها الخط المستقيم المتقطع بالشكل المرفق) تقود في النهاية الى القول بأن جيل الأنوية المشعة ينعدم (يختفي تمامًا) سنة 2030 !!
د) **صحيح** . بفرض أن زمن القياس صغير جدًا مقارنة مع زمن نصف العمر للعنصر المشع ، و أن النشاط يبقى ثابتًا خلال مدة القياس .

تطبيق ⑤ :

من أجل تحديد نشاط منبع إشعاعي لعيّنة من السيزيوم 137 في المخبر ، نقوم بإجراء عدة سلاسل من القياسات . مدة كل قياس هي : 2 s
تتكون أول سلسلة من 10 قياسات ، و ثاني سلسلة من 200 قياس .

1. الجدول الموالي يلخص القياسات 10 الأولى :

رقم القياس	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
عدد التفككات (n)	8	5	9	4	1	2	0	2	5	1

أ) كم مرة يتم فيها ملاحظة حدوث : 1 تفكك ؟ 9 تفككات ؟
ب) نسمي f تواتر القياس (عدد المرات التي يلاحظ خلال مدة إجراء القياس ، حدوث عدد (n) من التفككات الإشعاعية) .
مثل f بدلالة n .
ج) ماذا تستنتج ؟

2. السلسلة الثانية لــ 200 قياس أعطت النتائج التالية :

عدد التفككات (n)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
التواتر (عدد المرات التي يلاحظ فيها n من التفككات)	5	29	35	51	35	24	11	5	2	3

أ) كيف يمكننا التحقق من أن عدد القياسات التي تم إجراؤها في هذه السلسلة هو 200 قياس ؟
ب) أرسم المنحنى البياني النسجي : $f = \Phi(n)$ *(L'histogramme)* الموافق لهذه السلسلة من القياسات .
ج) ما هي القيمة الأكثر إحتمالية للعدد n ؟

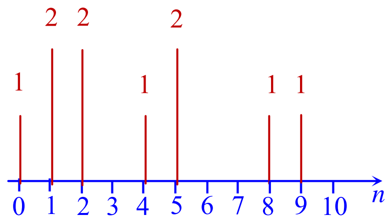
3. لماذا منحنى السؤال **1** غير قابل للتفسير ، في حين منحنى السؤال **2** يمكن تفسيره بسهولة ؟

▫ **الحل :**

.1 – أ) نلاحظ حدوث تفكك 1 مرتين ، و حدوث 9 تفككات مرة واحدة .

– ب) البيان النسجي : $f = \Phi(n)$ … ①

– جـ) البيان ① غير قابل للتفسير (عدد قياسات السلسلة الأولى قليل) .



البيان : ①

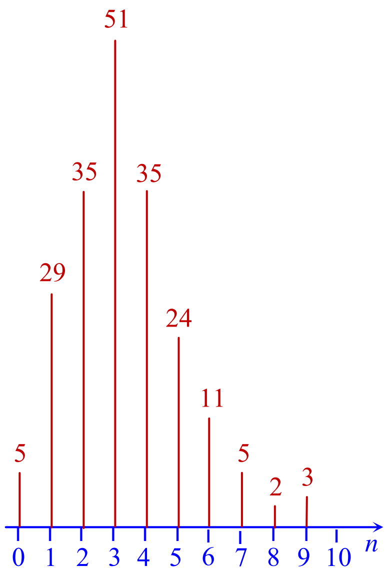
.2 – أ) تم إجراء 200 قياس فعلاً في السلسلة الثانية من القياسات لأن :

$$5 + 29 + 35 + 51 + 35 + 24 + 11 + 5 + 2 + 3 = 200$$

– ب) لاحظ البيان النسجي ② جانبه .

– جـ) من البيان ② : $(n = 3)$.

.3 لا يمكن تفسير البيان النسجي ① لأن عدد قياسات السلسلة الأولى (10 قياسات) قليل ، في حين يمكن تفسير البيان النسجي ② لأن عدد قياسات السلسلة الثانية (200 قياس) كبير نسبيًا .



البيان : ②

▫ **تطبيق ⑥ :**

ـــ تم تحقيق تأريخ عمر حلية من العظم بطريقة الكربون 14 .

ـــ بالنسبة للحلية ، يلاحظ حدوث 15 تفككًا إشعاعيًا لكل غرام من الكربون في الساعة ؛ بينما يلاحظ حدوث 13,6 تفككًا إشعاعيًا لكل غرام من الكربون في الدقيقة بالنسبة لعظم فتي .

ـــ فترة نصف العمر للكربون 14 هي : $t_{½} = 5{,}6{\times}10^3$ ans .

أ) حدد حسابيًا العهد الذي صيغت فيه الحلية .

ب) مثل مظهر منحنى تغيرات النشاط لغرام من الكربون بدلالة الزمن .

ج) هل بالإمكان و بسهولة تأريخ الأشياء الأقدم من الحلية ؟ لماذا ؟

د) عثر على قطعة من فحم الخشب كتلتها 15 g في ضريح لأحد الفراعنة الذين عاشوا (3 000 ans) قبل عصرنا الحالي . يصل النشاط الإشعاعي لكامل العيّنة الى 130 تفككًا كل دقيقة .
هل يثبت تأريخ هذه العيّنة بأن الضريح لم تتم زيارته منذ وفاة الفرعون ؟

▫ **الحل :**

أ) ليكن $A(t)$ النشاط الإشعاعي لغرام واحد من كربون الحلية حاليًا . يؤخذ مبدأ الأزمنة في عهد صياغة الحلية من عظم النشاط الإشعاعي للكربون فيه آنذاك : $A(0)$.

☒ إرشاد : يعبر عن النشاطات الإشعاعية بنفس الوحدات ، لأننا نتعامل مع نسب بين النشاطات أو نسب بين الأزمنة .

– قانون التناقص الإشعاعي : $A = A_0\, e^{-\lambda t}$ ؛ بالتعريف : $A(t_{½}) = \dfrac{1}{2}A_0$ ، بالتالي ثابت الإشعاع : $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{½}}$.

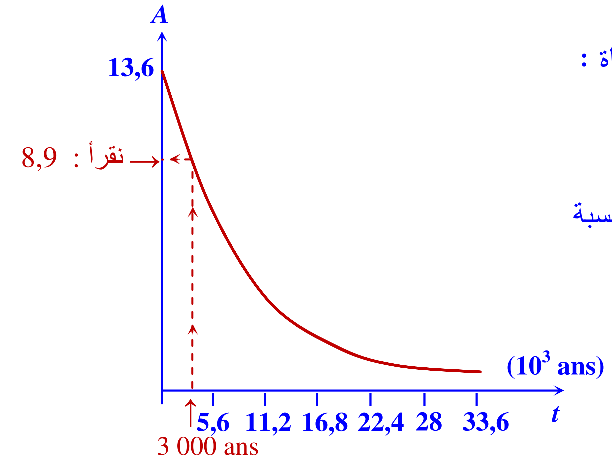
– بالتالي : $\dfrac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$ ، و منه : $\boxed{\dfrac{t}{t_{½}} = \dfrac{1}{\ln 2}\ln\dfrac{A}{A_0}}$.

☒ ملاحظة : في الدستور السابق تظهر النسب : $\dfrac{A}{A_0}$ ، $\dfrac{t}{t_{½}}$ و التي هي نسب « غير بُعدية » بحيث يعبر عن البسط و المقام بنفس الوحدة ، مما لا يستدعي العودة الى وحدات الجملة الدولية (S.I) .

15 تفككًا إشعاعيًا في الساعة ، يوافق $60/15 = 2{,}5$ تفككًا إشعاعيًا في الدقيقة .

بالتالي : $t = \dfrac{t_{½}}{\ln 2}\ln\dfrac{A}{A_0} = \dfrac{5{,}6{\times}10^3}{\ln 2}\ln\dfrac{13{,}6}{0.25} = 3{,}2 \times 10^4$ ans

30 000 ans قبل الميلاد ، تنحدر الى عهد إختفاء : *L'homme de Cro-Magnon* الذي عاصر *L'homme de Neandertal* .



ب) من أجل رسم المنحنى المطلوب ، نستخدم تعريف زمن نصف الحياة :

$A(t_{½}) = \dfrac{13,6}{2}$ ، ثم $A(2t_{½}) = \dfrac{13,6}{4}$ ، ... إلخ

(لا ضرورة لإجراء أي حساب) .

ج) لا يمكننا تأريخ الأشياء القديمة جدًا : المنحنى يصبح أفقيًا تقريبًا بالنسبة للأشياء التي عمرها أكثر من 30 000 ans (عمر الحلية) .

☒ ملاحظة : من غير الملائم أن نقترح رسم بيان $\ln A$ بدلالة t ؛ لأن عدم الدقة في ذلك ترجع لقياس A نفسه (A ضعيف جدًا : 15 تفكك إشعاعي في الساعة) .

د) لأجل عيّنة 1 g كربون عمرها 3 000 ans ، نلاحظ 8,9 تفكك كل دقيقة (لاحظ البيان) ، أي : $15 \times 8,9 = 1,3 \times 10^2$ تفكك كل دقيقة لعيّنة من الكربون كتلتها 15 g . مما يثبت أن قطعة فحم الخشب التي تم العثور عليها لأول مرة تعود فعلاً الى العهد الفرعوني .

▫ تطبيق ⑦ :

في عيّنة 1 μg مأخوذة من $^{210}_{83}Bi$ تم تحضيره اللحظة ، يحدث كل ثانية عدد من التفككات قدره : $A_0 = 4,54 \times 10^9$. كتلة ذرة واحدة من ^{210}Bi هي : 210 u .

أ) أحسب ثابت الإشعاع (λ) لهذا النكليد .

ب) إستنتج دوره الإشعاعي (زمن نصف العمر : $T = t_{½}$) .

ج) خلال كم من الوقت لا يتبقى في العيّنة إلا 0,01 μg من ^{210}Bi ؟

د) خلال كم من الزمن يصل النشاط الإشعاعي للعيّنة القيمة : 10^9 Bq ؟

يعطى : $1\ u = 1,66 \times 10^{-27}$ kg .

▫ الحل :

أ) بالتعريف : $A_0 = \lambda (N_{Bi})_0 = 4,54 \times 10^9$ Bq ، حيث : $(N_{Bi})_0 = \dfrac{10^{-9}}{210 \times 1,66 \times 10^{-27}} = 2,87 \times 10^{15}$

بالتالي : $\lambda = \dfrac{4,54 \times 10^9}{2,87 \times 10^{15}} = 1,59 \times 10^{-6}\ s^{-1}$ ⇐ $\boxed{\lambda = 1,59 \times 10^{-6}\ s^{-1}}$

ب) بالتعريف : $T = t_{½} = \dfrac{\ln 2}{\lambda} = 4,36 \times 10^5\ s \approx 121\ h$ ⇐ $\boxed{T = t_{½} = 121\ h}$

ج) حيث أن : $\dfrac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$ ، فإن : $\ln \dfrac{N}{N_0} = -\lambda t$ ⇐ $t = -\dfrac{1}{\lambda} \ln \dfrac{N}{N_0} = \dfrac{t_{½}}{\ln 2} \ln \dfrac{A}{A_0}$

عدديًا : $\dfrac{N}{N_0} = \dfrac{m}{m_0} = 0,01$ ⇐ $\boxed{t = 2,90 \times 10^6\ s \approx 33,5\ \text{يومًا}}$

د) بالتعريف : $A = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$ ⇐ $\dfrac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$ ، و منه : $\ln \dfrac{A}{A_0} = -\lambda t$

في الأخير : $t = -\dfrac{1}{\lambda} \ln \dfrac{A}{A_0}$ ⇐ $\boxed{t = 5,3 \times 10^6\ s \approx 61\ \text{يومًا}}$

☒ ملاحظة : إفترضنا في هذا التمرين بأن الأنوية المشعة الوحيدة المتواجدة في العيّنة هي أنوية « البزموث 210 » ^{210}Bi .

▫ تطبيق ⑧ :

ــ إن نظير الصوديوم 24 مشع لجسيمات β^- ، و دوره الإشعاعي : $T = 15$ h .

ــ يحقن في دم أحد الأشخاص 10 cm^3 من محلول يحتوي في البداية على الصوديوم 24 ($^{24}_{11}Na$) ذي التركيز المولي الحجمي : 10^{-3} mol.L^{-1} .

أ) كم هو عدد مولات (كمية مادة) الصوديوم 24 الموضوعة في الدم ؟

ب) كم هو النشاط الإشعاعي للشخص مقدرًا بـــ « Bq » ؟ (عدد آفوغادرو : $\mathcal{N} = 6,02 \times 10^{23}$)

ج) – 1°) أوجد العبارة التي تعطي عدد أنوية الصوديوم 24 بدلالة الزمن .

– 2°) إستنتج كم يتبقى من عدد مولات الصوديوم 24 خلال 6 h ؟

د) خلال 6 h ، نأخذ 10 cm^3 من دم الشخص المعني . نجد بأن الكمية المأخوذة تحتوي على $1,5 \times 10^{-8}$ mol من الصوديوم 24 . بإفتراض أن الصوديوم 24 متوزع بإنتظام و حصريًا في كامل حجم الدم . أحسب هذا الحجم من الدم .

□ الحل :

أ) كمية المادة « عدد المولات » لذرات $^{24}_{11}Na$: $n_{Na} = CV = 10^{-3}\times 10\times 10^{-3} = 10^{-5}\ mol$

ب) النشاط الإشعاعي A ، المقدر بعدد الأنوية المتفككة كل ثانية من الزمن (أو البيكريل : Bq) ، يتناسب مع العدد N_{Na} لأنوية الصوديوم المشع $^{24}_{11}Na$ الحاضرة : $A = \lambda N_{Na}$.

في البداية : نواة $N_{Na} = n_{Na}\times \mathcal{N} = 10^{-5} \times 6,02 \times 10^{23} = 6,02 \times 10^{18}$

ثابت الإشعاع λ هو بحيث : $T = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$ ، بالتالي : $\lambda = \dfrac{\lambda}{\ln 2} = \dfrac{0,693}{15\times 3600} = 1,28\times 10^{-5}\ s^{-1}$

النشاط الإشعاعي الإبتدائي للمنبع المشع المتوزع في الدم هو : $A = \lambda N_{Na} = 1,28\times 10^{-5}\times 6,02\times 10^{18} = 7,71\times 10^{13}\ Bq$

ج) – 1°) نرمز بـــ N لعدد أنوية الصوديوم 24 الحاضرة في اللحظة t ، عند هذه اللحظة يكون النشاط :

$A = -\dfrac{dN}{dt} = \lambda N$ ؛ يمكن كتابة هذه العلاقة بالشكل : (1) … $\boxed{\dfrac{1}{N}\dfrac{dN}{dt} = \lambda}$

$\dfrac{dN}{dt}$ تمثل مشتق N بالنسبة للزمن . بأخذ التكامل للعلاقة (1) نجد : $\ln N = -\lambda t + C^{te}$

لتحديد قيمة ثابت التكامل ، نكتب لأجل $t = 0$: $N = N_0$ ، حيث : $\ln N_0 = C^{te}$

بالتالي : $\ln N = -\lambda t + \ln N_0$ ، و منه : $\ln \dfrac{N}{N_0} = -\lambda t$ ؛ هذه العلاقة يمكن كتابتها بالشكل : (2) … $\boxed{N = N_0\, e^{-\lambda t}}$

– 2°) بقسمة طرفي العلاقة (2) على عدد أفوغادرو $\mathcal{N}$: $n = \dfrac{N}{\mathcal{N}}$ ، $n_{Na} = \dfrac{N_0}{\mathcal{N}} = 10^{-5}\ mol$ $\Leftarrow$ $\boxed{n = n_{Na}\, e^{-\lambda t}}$:

▪ لأجل : $t = 6\ h$ نحصل على : $n = 7,58\times 10^{-6}\ mol$ (عدد مولات الصوديوم 24 المتبقية خلال 6 h) .

د) ليكن V_S حجم الدم مقدر بوحدة (L) ، التركيز المولي C_S للأنوية المشعة في الدم عند اللحظة $t = 6\ h$ هو :

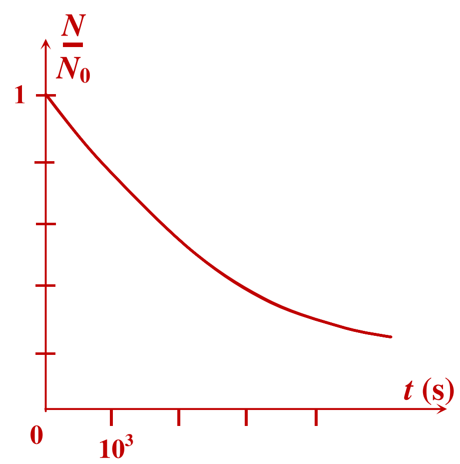
$C_S = \dfrac{n}{V_S} = \dfrac{7,58\times 10^{-6}}{V_S}\ mol.L^{-1}$ … (1)

هذا التركيز هو نفس التركيز في الكمية المأخوذة من الدم : $C_S = \dfrac{1,5\times 10^{-8}}{10\times 10^{-3}} = 1,5\times 10^{-6}\ mol.L^{-1}$

بالتعويض في العلاقة (1) ، نستنتج حجم الدم : $V_S = \dfrac{7,58\times 10^{-6}}{1,5\times 10^{-6}} \approx 5\ L$.

□ تطبيق 9 :

ليكن النكليد المستقر ، غير المشع $^{35}_{17}Cl$. تخضع عيّنة من أنوية هذا النكليد لعملية قصف بالنيترونات . نحصل بإلتقاط النيترونات على أنوية نكليد مشع : $^{A'}_{Z'}X'$ قياسات النشاطات الإشعاعية المطبقة على هذا النكليد المشع سمحت بالحصول على البيان جانبه .



• N_0 يمثل عدد أنوية $^{A'}_{Z'}X'$ المشعة عند اللحظة $t = 0$.

• N يمثل عدد أنوية $^{A'}_{Z'}X'$ المشعة عند اللحظة t .

أ) حدد إنطلاقًا من المنحنى البياني ، الدور الإشعاعي للنكليد الحاصل $^{A'}_{Z'}X'$

ب) خلال كم من الزمن تصبح النسبة : $\dfrac{N}{N_0}$ مساوية : $\dfrac{1}{16}$ ؟

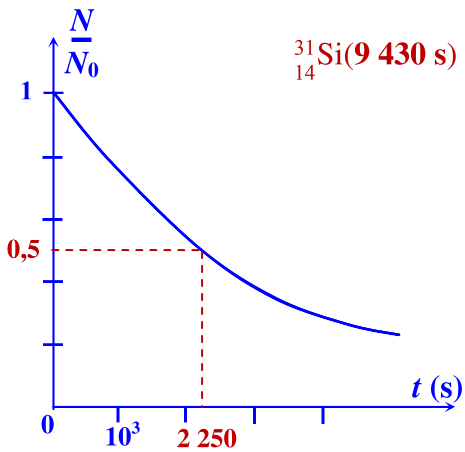
ج) تعرَّف على النكليد $^{A'}_{Z'}X'$ الذي ينتمي الى القائمة التالية :

$^{13}_{7}N$(**594 s**) ؛ $^{38}_{17}Cl$(**2 240 s**) ؛ $^{39}_{17}Cl$(**3 300 s**) ؛ $^{18}_{9}F$(**6 740 s**) ؛ $^{31}_{14}Si$(**9 430 s**)

• ما بين القوسين يمثل الدور الإشعاعي للعنصر المشع .

د) إستنتج التفاعل النووي الذي يسمح بالحصول على $^{A'}_{Z'}X'$.

ه) هل يمكن حسب المنحنى البياني التعرف على التفكك الإشعاعي للنكليد $^{A'}_{Z'}X'$ ؟



□ الحل :

أ) الدور الإشعاعي (نصف العمر) للنكليد الناتج $^{A'}_{Z'}X'$ ، بيانيًا يوافق : $\dfrac{N}{N_0} = \dfrac{1}{2}$

و منه : $t = 2\ 250\ s$ $\Leftarrow$ $\boxed{T = t_{1/2} = 2\ 250\ s}$

ب) بالتعريف : لأجل $t = T \Leftarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{2}$ ؛ بالتالي : $t = 2T \Leftarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{4}$ ؛ $t = 3T \Leftarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{8}$ ؛ $t = 4T \Leftarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{16}$.

و منه : $\frac{N}{N_0} = \frac{1}{16} \Leftarrow \boxed{t = 4T = 9\ 000\ s}$

ج) الأدوار الإشعاعية للعناصر المشعة المقترحة متمايزة كفاية بحيث تسمح لنا بأن نؤكد على أن النكليد المشع الناتج ${}^{A'}_{Z'}X'$ هو : $\boxed{{}^{38}_{17}Cl}$ الذي يتميز بدور إشعاعي : $\boxed{T = 2\ 240\ s}$.

د) التفاعل النووي الحادث هو التفاعل المنمذج بالمعادلة : ${}^{35}_{17}Cl + x\ {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{38}_{17}Cl$

حسب قوانين الإنحفاظ (إنحفاظ عدد النكليونات) نجد : $\boxed{x = 3}$.

ه) كل التفككات الإشعاعية α ، β^- و β^+ تخضع لنفس قانون الإحتمال : نواة مشعة يكون لها حظ من إثنين لكي تتفكك خلال دور إشعاعي T . وحده الدور الإشعاعي T يختلف من نكليد مشع لآخر .
من غير الممكن حسب مسير المنحنى أن نستنتج أي نوع من التفككات الإشعاعية يُمَثِّلْ هذا الأخير (لا يمكن التعرّف بالتحديد نوع التفكك الإشعاعي للنكليد ${}_{A'}X'$) . للتعرف على نوع الإشعاع من الضرورة بما كان إجراء عملية تحليل للإشعاعات الصادرة (بواسطة حقل كهربائي أو حقل مغناطيسي) .

2) الإنشطار النووي و الإندماج النووي :

1-2) التفاعلات النووية :

1.1.2. التفاعلات التلقائية (Spontanés) و التفاعلات المفتعلة (Provoqués) :

ــ كما أسلفنا ، فإن الجسم المشع يصدر عفويًا إشعاعات طبيعية مختلفة : α ، β^- ، β^+ و γ ؛ لا يمكن إطلاقًا فعل أي شيء ضد هذه التحولات النووية الطبيعية ، و لكن ضمن شروط معينة يمكن إستحداث تفاعلات نووية غير طبيعية . تسمى مثل هذه التفاعلات بــ : « **التفاعلات المفتعلة** » أو « **التحولات الإصطناعية** » .

ــ مثال : يمكن قذف نواة بجسيم ألفا (${}^{4}_{2}\alpha$) ، أو قصفها بالنيترونات (${}^{1}_{0}n$) .

ــ إن أول تحول إصطناعي كان قد تم من قبل الفيزيائي – رازرفورد Rutherford عام 1919 م ، حيث قام بقذف ذرات الآزوت بدقائق (α) ثم الكشف عن الأكسجين المتشكل بوسائل طيفية : $\boxed{{}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}p}$.

في هذا التفاعل الإصطناعي المفتعل ، تبقى الأعداد الكتلية (عدد النكليونات : 17+1 = 14+4) و أرقام الشحنة (8+1 = 7+2) **محفوظة**

2.1.2. المظهر الطاقوي للتفاعلات النووية:

① **واحدة الكتل الذرية** : الكتل النووية صغيرة جدًا ، و للتعامل مع هذه الكتل يستخدم الفيزيائيون وحدة للكتل النووية و الذرية ($u.m.a$) أو إختصارًا (u) ، معرّفة على أساس النظير المستقر الأكثر تواجدًا في الكربون ${}^{12}_{6}C$ ، حيث :

$$\boxed{1\ u = \frac{1}{12} m({}^{12}_{6}C) = \frac{1\ g}{\mathcal{N}} = 1{,}66 \times 10^{-27}\ kg}$$

② **الطاقة الكتلية (التكافؤ بين الكتلة و الطاقة) : علاقة إنشتاين**

في إطار **النظرية النسبية لإنشتاين** إقترح هذا الأخير في مطلع القرن 20 أن كل « **كتلة** » ترافقها في الكون « **طاقة كتلة** » ، و عبّر عن ذلك بعلاقة تكافؤ بين الكتلة و الطاقة :

تمتلك كتلة : m ، في الكون طاقة كتلة : $E_0 = m.c^2$

حيث : $c = 3 \times 10^8\ m.s^{-1} = 300\ 000\ km/s$ (سرعة الضوء في الفراغ) ؛ $m(kg)$: الكتلة ؛ $E_0(J)$: الطاقة .

ــ بإستعمال علاقة إنشتاين فإن : 1 kg كتلة تكافئ طاقة 9×10^{16} J ، و هي طاقة جد معتبرة ؛ لذلك في السلّم الذري ، توجد وحدة أخرى للطاقة أكثر تطبيقًا في الفيزياء النووية هي : « **الإلكترون– فولط** : eV » حيث : $\boxed{1\ eV = 1{,}6\times10^{-19}\ J}$.

- أحيانًا ، يعبر عن الطاقة الكتلية بوحدة : **الميغا إلكترون– فولط** ، حيث : $\boxed{1\ MeV = 1{,}6\times10^{-13}\ J}$.
- المكافئ الطاقوي لواحدة الكتل الذرية : $\boxed{1\ u = 931{,}5\ MeV/c^2}$.

✓ مثال : ما هي الطاقة المتحررة عن التفكك الإشعاعي لــ 14 g (1 mole) من الكربون 14 وفق المعادلة المنمذجة للتحول النووي الحادث : ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}\beta^-$ ؟

المعطيات : $m({}^{14}C) = 14{,}003\ 242\ u$ ؛ $m({}^{14}N) = 14{,}003\ 074\ u$ ؛ $m_e = 0{,}000\ 549\ u$.

✓ الحل : فرق الكتلة Δm بين كتل المتفاعلات و النواتج هو :

$\Delta m = 14{,}003\ 242 - 14{,}003\ 074 - 0{,}000\ 549 = 0{,}000\ 168\ u$ ؛ $\Delta m > 0 \Leftarrow$ التفاعل يحرر الطاقة .

ــ الطاقة المتحررة عن تفاعل تفكك نواة واحدة : $\Delta E = \Delta m.c^2 = 0{,}000\ 168 \times 931{,}5 = 0{,}156\ 492\ MeV$

ـ الطاقة المتحررة عن تفاعل تفكك مول من الأنوية (14 g) : $E = \Delta E.\mathcal{N} = 0,156\,492 \times 6,02 \times 10^{23} = 9,42 \times 10^{22}\ MeV$

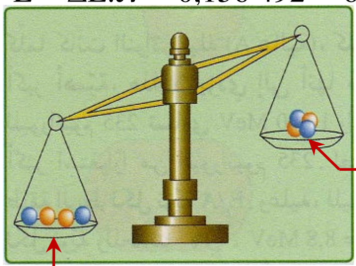
∴ $\boxed{E = 9,42 \times 10^{22}\ MeV = 150\,73\ J = 15\ kJ}$

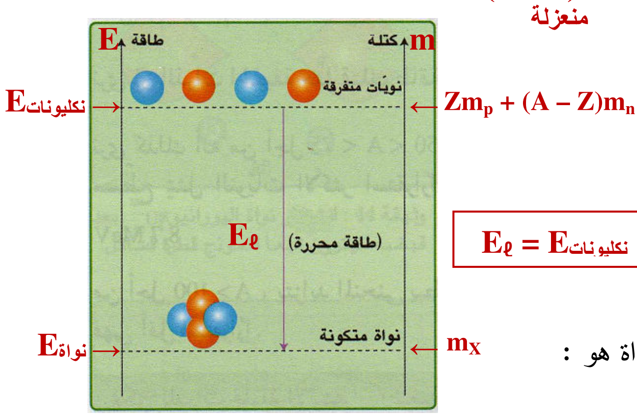
③ النقص في الكتلة ($\Delta m < 0$) ؛ طاقة الربط (E_ℓ) :

لقد وجد أن مجموع كتل النويات المكونة لنواة ذرية أكبر قليلاً عندما تكون هذه النويات منعزلة (منفصلة) عنها عندما تكون مجتمعة (متراصة) داخل النواة أي : **" كتلة النواة أصغر دوماً من مجموع كتل نوياتها المنعزلة "** ، ويرجع ذلك حسب مبدأ التكافؤ بين الطاقة والكتلة الى أن النقص الحادث في كتلة النواة هو بسبب طاقة معينة تحفظ تماسكها تعرف هذه الطاقة بـــ :

" طاقة تماسك النواة : E_ℓ "

وهي الطاقة الواجب توفرها لكي تتشكل كل نواة إنطلاقاً من نكليوناتها المنعزلة في البداية لتصبح متراصة أو متماسكة داخل النواة الناشئة ، وهي كذلك نفس الطاقة الممنوحة لنواة متماسكة من أجل فصل مكوناتها وتحويلها الى نكليونات منعزلة وبذلك تتحول الطاقة المقدمة للنواة الى زيادة في كتل هذه الجسيمات .





$\boxed{E_\ell = E_{نكليونات} - E_{نواة}}$

∴ طاقة تماسك النواة : E_ℓ ، تمثل الفرق بين مجموع طاقات كتل نوياتها المنعزلة وطاقة كتلة النواة الكلية – الوثيقة 1 .

بإعتبار نواة ذرية لنكليد ^A_ZX ، فإن النقص في الكتلة Δm المرافق لتشكيل هذه النواة هو :

$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_X$ ، يتحول الى طاقة إرتباط نووي E_ℓ :

$$\boxed{E_\ell = \Delta m.c^2 = (Zm_p + (A - Z)m_n - m_X)c^2 = E_{نكليونات} - E_{نواة}}$$

حيث : m_p (كتلة البروتون المنعزل) ؛ m_n (كتلة النيترون المنعزل) ؛ m_X (كتلة النواة الذرية للنكليد ^A_ZX) ؛ Z (العدد الذري أو عدد البروتونات في النواة) ؛ $N = (A - Z)$ (عدد النيترونات في النواة) .

وثيقة 1 : علاقة التكافؤ بين الكتلة و طاقة الكتلة لنواة الهليوم ^4_2He

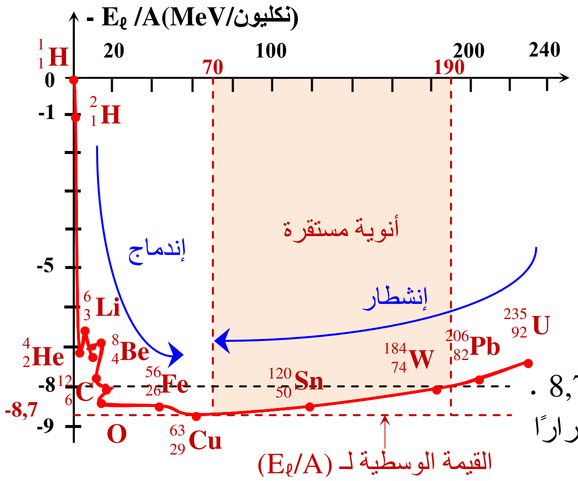
وتمثل هذه الطاقة أيضاً **" الطاقة المحررة من جراء تكون نواة مستقرة إنطلاقاً من نكليوناتها المنعزلة وهي في حالة راحة (سكون) أو الطاقة التي تمتصها النواة لفصل مكوناتها في الحالة المعاكسة "** .

2–2) الإنشطار و الإندماج :

.1.2.2 طاقة الربط لكل نوية :

يرتبط إستقرار النواة بطاقة تماسك كل نكليون من نكليوناتها ، حيث لاتكون هذه النواة مستقرة دوماً وإنما الأنوية الأكثر إستقراراً هي تلك الأنوية التي تتميز بطاقة لكل نكليون أكبر ما يمكن قدرها :

$\boxed{\dfrac{|E_\ell|}{A} = \dfrac{|\Delta m|.c^2}{A}}$ ، وتخص النكليدات ذات أعداد الكتلة A الأقل ما يمكن : (لاحظ – الوثيقة 2 : منحنى أستون) $70 < A < 190$.



وثيقة 2 : منحنى أستون ، يمثل عكس طاقة الربط لكل نوية أي المقدار - E_ℓ/A بدلالة عدد النويّات A . الأنوية المستقرة هي التي تتشكل بحيث : $70 < A < 190$

ـ يظهر من منحنى أستون أن : القيمة الوسطية لـ (E_ℓ/A) هي : 8,7 MeV/نكليون .

ـ يمكن للذرات قليلة الإستقرار (E_ℓ/A : ضعيفة) أن تتحول الى ذرات أكثر إستقرارًا عن طريق تحرير الطاقة ، توجد آليتان مختلفتان ممكنتان لأجل ذلك هما :

- ➢ الإنشطار النووي الذي يؤدي الى إنقسام النواة الثقيلة غير المستقرة ، بقذفها بجسيمات مثل النيترونات .
- ➢ الإندماج النووي الذي يقود الى تشكل أنوية أكثر ثقلاً بسبب التصادم بين أنوية خفيفة أقل إستقرارًا .

.2.2.2 تفاعلات الإنشطار النووي : *Réactions de fission nucléaires*

ـ مبدأ الإنشطار :

تفاعل الإنشطار النووي هو تفاعل يحدث بقذف نواة ثقيلة بواسطة نيترون فتنشطر هذه النواة الى نواتين خفيفتين مع تحرير طاقة وإنبعاث نيترونات أخرى حيث تعرف النواة الأم بـــ "النواة الإنشطارية" والطاقة المتحررة عن إنشطارها تكون معتبرة (مثلاً إنشطار 1g من اليورانيوم المشع يحرر طاقة : 85×10^{11} J !) ويحدث هذا في المفاعلات النووية وفي القنابل الذرية وفق إنقسام تسلسلي خلال فترات

ضئيلة جدًا $(10^{-6}\ s)$ يؤدي الى إنفجار هائل ناتج عن تولد طاقة هائلة جدًا بشكل حراري أو إشعاعي (إشعاعات γ) وترتفع السحابة الذرية الناشئة عن الإنفجار بعد تمددها الى أعلى ويحدث الخراب والدمار في دائرة قطرها 15 km ، حيث يحرر إنشطار ذرة واحدة : 200 MeV من الطاقة وهي كمية ضئيلة جدًا لكن إذا ما علمنا أن عينة بسيطة (كمية صغيرة جدًا) من المادة المنشطرة تحتوي على بلايين الذرات الإنشطارية فلنا أن نتصور مقدار ما نحصل عليه من الطاقة عند إنشطار كل الذرات !! .

- **أمثلة** : $\boxed{{}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{148}_{57}La + {}^{85}_{35}Br + 3\ {}^{1}_{0}n}$ ؛ $\boxed{{}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr + 2\ {}^{1}_{0}n}$

ــ حصيلة الطاقة لتفاعل إنشطار: " دراسة تفاعل إنشطار نووي "

بمفهوم مبسط جدًا نقبل بأنه في مفاعل نووي يحدث تفاعل الإنشطار النووي الوحيد من بين الإنشطارات المتسلسلة لنواة اليورانيوم والذي ننمذجه بالمعادلة التالية : $\mathbf{{}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr + 2\ {}^{1}_{0}n}$

(1) ماهي الطاقة المتحررة عند إستنفاذ نواة واحدة من اليورانيوم ؟

(2) يستنفذ المفاعل النووي كل يوم ما مقداره **30 g** يورانيوم . أحسب الإستطاعة المتوسطة التي يولدها المفاعل .

يعطى : ــ طاقة الإرتباط الوسطية لكل نكليون بالقيمة المطلقة : **في النواة** $\mathbf{{}^{235}_{92}U}$ **هي : 7,4 MeV/نكليون** .

〃 〃 $\mathbf{{}^{94}_{38}Sr}$ 〃 **: 8,4 MeV/نكليون** .

〃 〃 $\mathbf{{}^{140}_{54}Xe}$ 〃 **: 8,1 MeV/نكليون** .

$\mathbf{1\ u = 931,5\ MeV/c^2 = 1,66 \times 10^{-27}\ kg}$

(1) لنجد أولاً : طاقة الإرتباط لكل نواة بالقيمة المطلقة : $|E_\ell|_U = 7,4 \times 235 = 1739\ MeV$ .... للنواة ${}^{235}_{92}U$.

$|E_\ell|_{Sr} = 8,4 \times 94 = 790\ MeV$ .... للنواة ${}^{94}_{38}Sr$.

$|E_\ell|_{Xe} = 8,1 \times 140 = 1134\ MeV$ .... للنواة ${}^{140}_{54}Xe$.

ثانياً : طاقة الكتلة الإبتدائية للجملة : $E_0 = m_U.c^2 + m_n.c^2$ ، حيث : $m_U.c^2 = 92\ m_p.c^2 + 143\ m_n.c^2 - |E_\ell|_U$

$\therefore$ $\boxed{E_0 = 92\ m_p.c^2 + 144\ m_n.c^2 - |E_\ell|_U}$ .... (1)

ثالثاً : طاقة الكتلة النهائية للجملة : $E = m_{Xe}.c^2 + m_{Sr}.c^2 + 2\ m_n.c^2$ ، حيث : $m_{Xe}.c^2 = 54\ m_p.c^2 + 86\ m_n.c^2 - |E_\ell|_{Xe}$

$M_{Sr}.c^2 = 38\ m_p.c^2 + 56\ m_n.c^2 - |E_\ell|_{Sr}$ $\Leftarrow$ $\boxed{E = 92\ m_p.c^2 + 144\ m_n.c^2 - |E_\ell|_{Xe} - |E_\ell|_{Sr}}$ ....(2)

أخيرًا الطاقة المتحررة عن الإنشطار النووي الحادث :

$|\Delta E| = |E - E_0|$ $\Leftarrow$ $\boxed{\Delta E = E_0 - E = |E_\ell|_{Xe} + |E_\ell|_{Sr} - |E_\ell|_U}$ .... حسب العلاقتين : (1) و (2) .

بالتالي : $\boxed{\mathbf{\Delta E = 185\ MeV = 2,96 \times 10^{-11}\ J}}$.

(2) حيث أن : $m_U.c^2 = 92\ m_p.c^2 + 143\ m_n.c^2 - |E_\ell|_U$ ، فإن : $m_U = 92\ m_p + 143\ m_n - |E_\ell|_U/c^2$

ــ مالم تعطى في التمرين قيم $\mathbf{m_p}$ و $\mathbf{m_n}$ فإننا نعطي للكتلة $\mathbf{m_U}$ القيمة التقريبية : **235 u**

ــ أو : $\mathbf{m_p = 1,0072765\ u}$ ؛ $\mathbf{m_n = 1,0086652\ u}$

$\Leftarrow$ $\mathbf{m_U = (92 \times 1,0072765) + (143 \times 1,0086652) - 1739/931,5 = 235,0416802\ u}$

ــ يستنفذ المفاعل كل يوم عدد من أنوية الذرات المنشطرة ${}^{235}_{92}U$ قدره : نواة $N_U = (30\times10^{-3})/(235\times1,66\times10^{-27}) = 7,69\times10^{22}$

ــ الطاقة المتحررة عن هذا العدد من الأنوية المستنفذة يومياً في المفاعل هي : $\mathbf{E = N_U.\Delta E}$

$\therefore$ $\boxed{\mathbf{E = 7,69 \times 10^{22} \times 2,96 \times 10^{-11} = 2,28 \times 10^{12}\ J}}$ أو $\boxed{\mathbf{E = 7,69\times10^{22} \times 185 = 1,42 \times 10^{25}\ MeV}}$

ــ أما الإستطاعة المتوسطة المنتجة للمفاعل فهي بالتعريف :

$\boxed{\mathbf{P_u = E/\Delta t}}$ $\Leftarrow$ $P_u = 2,28 \times 10^{12} / (24 \times 3600) = 2,64 \times 10^7\ W$ $\Leftarrow$ $\boxed{\mathbf{P_u = 26,4\ MW}/\textbf{يوم}}$.

3.2.2. تفاعلات الإندماج (الإلتحام) النووي : *Réactions de fusion nucléaires*

ــ مبدأ الإلتحام (الإندماج) :

تفاعل الإندماج النووي هو تفاعل يحدث بأن تتحد نواتان خفيفتان أثناء التصادم الحاصل بينهما لتتشكل نواة ثقيلة ، إلا أن تحقيق مثل هذا التفاعل عملياً صعب للغاية بسبب خفة الأنوية المندمجة التي غالباً ما تكون مستقرة ، وكذا بسبب التنافر الذي يحدث بينها ، ولذلك يتطلب الأمر توفر طاقة حرارية عالية لإحداث هذا التفاعل الإلتحامي تحت ضغط كبير (ومنه تسمية التفاعل بتفاعل الإندماج النووي الحراري) .
من أمثلة التفاعلات النووية الإلتحامية الحرارية تلك التي تحدث في **الشمس** وفي **القنابل الهيدروجينية** التي تعمل بمبدأ الطاقة المنطلقة من **تفاعلات الإندماج لنوى نظائر الهيدروجين** مشكلة أنوية ذرات الهليوم المستقرة ويحدث هذا بأسلوب مدّمر قد لانتحكم فيه حيث تنتج الطاقة والحرارة الهائلتان من تفاعل تُدَّمر فيه المادة بحيث كتلة نواة الهليوم الناتجة لايكون لها نفس كتلة الديتريوم الذي أستنفذ وإن تغير الكتلة هذا تتحرر عنه طاقة هائلة كما تكهن بذلك الفيزيائي إينشتاين .

من بين التفاعلات الإلتحامية الحادثة في القنابل الحرارية(القنابل الهيدروجينية) مثلاً :

$$ {}^{2}_{1}D + {}^{2}_{1}D \rightarrow {}^{3}_{1}T + {}^{1}_{1}P + 4\ MeV \quad ; \quad {}^{2}_{1}D + {}^{2}_{1}D \rightarrow {}^{3}_{2}\alpha + {}^{1}_{0}n + 4\ MeV $$

$$ {}^{3}_{1}T + {}^{3}_{1}T \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + 2\,{}^{1}_{0}n + 11\ MeV \quad ; \quad {}^{2}_{1}D + {}^{3}_{1}T \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{1}_{0}n + 18\ MeV $$

يتطلب تفاعل الإندماج النووي مقدار كبير جدًا من الطاقة ، فهو لايمكن أن يحدث إلا عند درجة حرارة عالية جدًا (ملايين الدرجات) وفي هذه الشروط فقط يمكن للنوى التحرك بسرعة كافية للتغلب على قوى التنافر بينها ، ومن أجل ذلك فقد أستعملت في البداية قنبلة ذرية كفتيل لتفجير القنبلة الهيدروجينية وهذه الأخيرة أقوى و أشد فتكاً من القنبلة الذرية ...

(أول قنبلة هيدروجينية فجرها الأمريكيون عام 1952 م فوق جزيرة إينوتوك آتول في المحيط الهادي ، أدت ضخامة الطاقة الناتجة عن التفجير الى تبخير الجزيرة) ...

(نجح السوفيات عام 1961 م في تفجير أقوى قنبلة هيدروجينية قدرت طاقتها بنحو 60 ميغا طن أي ما يعادل القوة التفجيرية لـــ : 60 مليون طن من متفجر T.N.T) .

أول الإندماجات النووية التجريبية أجريت عام 1930 م منها ما قام به كل من (جوليو : زوج إيرين كوري) وهما صهر وإبنة الزوج (بيير وماري كوري) حيث تمكنا من الحصول على نواة فحم من نواة بريليوم : $ {}^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{-1}\beta^{-} + {}^{0}_{+1}\beta^{+} + \gamma $

وأجري إندماج آخر بين نواتي الهليوم (دقيقة α) والألمنيوم ونتج عنه نواة فوسفور مشع ${}^{30}_{15}P^{*}$ هذا الأخير تحول الى نواة سيليسيوم ${}^{30}_{14}Si$:

$ {}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{30}_{15}P^{*} + {}^{1}_{0}n \Leftarrow {}^{30}_{15}P^{*} \rightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{0}_{+1}\beta^{+} $.

عموماً التفاعلات النووية الإندماجية هي أصل الطاقة المنطلقة من النجوم خاصة تلك الآتية من الشمس (درجة حرارة سطح الشمس قدرت بنحو : 5800 °C) .

ــ **حصيلة الطاقة لتفاعل إندماج :** " دراسة تفاعل إندماج نووي "

إن تفاعل الإلتحام النووي الأكثر أهمية بالدراسة حالياً ينمذج بالمعادلة : $ {}^{2}_{1}\mathbf{H} + {}^{A}_{Z}\mathbf{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathbf{He} + {}^{1}_{0}\mathbf{n} $

(1) حدد قيمتي **A** و **Z** (إقترح طريقتين لتحديد قيمة **Z**) .

(2) يعطى :

D الذي يشير الى نواة الديتريوم ${}^{2}_{1}\mathbf{H}$ حيث : $\mathbf{m_D = 2{,}0140\ u}$ ؛ **α** التي تشير الى نواة الهليوم ${}^{4}_{2}\mathbf{He}$ حيث : $\mathbf{m_\alpha = 4{,}0015\ u}$

T الذي يشير الى نواة التريتيوم ${}^{A}_{Z}\mathbf{H}$ حيث : $\mathbf{m_T = 3{,}0151\ u}$ ؛ $\mathbf{(1u).c^2 = 931{,}5\ MeV}$

p بروتون منعزل ${}^{1}_{1}\mathbf{p}$ كتلته $\mathbf{m_p = 1{,}00728\ u}$ ؛ **n** نيترون منعزل ${}^{1}_{0}\mathbf{n}$ كتلته $\mathbf{m_n = 1{,}00866\ u}$

α) أوجد طاقة الإرتباط لكل نكليون في الجسيمات : **D** ، **T** ، **α** بالقيم المطلقة لها على الترتيب : $\mathbf{E_D}$ ، $\mathbf{E_T}$ ، $\mathbf{E_\alpha}$.

β) أوجد الطاقة المحررة عن إلتحام نواتي : **D** ، **T** بدلالة الكتل المعطاة من جهة ، و بدلالة طاقات الإرتباط لكل نكليون من جهة ثانية .

γ) إستنتج الطاقة المتحررة عن تشكيل **1L** من غاز الهليوم النادر والخاضع للشروط النظامية من الضغط و درجة الحرارة ، حيث عدد آفوغادروا : $\mathbf{\mathcal{N} = 6{,}023 \times 10^{23}}$. علمًا أن حرق **1 kg** من الفحم الحجري يحرر : $\mathbf{3 \times 10^{7}\ J}$ ، فكم هي كمية الفحم الحجري التي يجب حرقها للحصول على نفس الكمية من الطاقة المتحررة عن تشكيل **1L** من غاز الهليوم بواسطة تفاعل الإلتحام النووي السابق ؟

(1) إنحفاظ النكليونات A ⇔ $2 + A = 4 + 1$ ⇐ $\boxed{\mathbf{A = 3}}$ ، ولأجل تحديد رقم الشحنة (العدد الذري) Z نقترح الطريقتين التاليتين :

• إنحفاظ الشحنة ⇔ $1 + Z = 2 + 0$ ⇐ $\boxed{\mathbf{Z = 1}}$.

• حيث أن النواة ${}^{A}_{Z}H$ تحمل رمز عنصر الهيدروجين H فإن العدد الذري الذي يتميز به هذا العنصر هو : $\boxed{\mathbf{Z = 1}}$.

(2- α) بالتعريف : $E_D = |E_\ell|_D/A = |m_p + m_n - m_D|.c^2/2 = 0{,}90$ MeV/نكليون ⇐ $\boxed{\mathbf{E_D = 0{,}90}}$ **MeV/نكليون**

كذلك : $E_T = |E_\ell|_T/A = |m_p + 2m_n - m_T|.c^2/3 = 2{,}95$ MeV/نكليون ⇐ $\boxed{\mathbf{E_T = 2{,}95}}$ **MeV/نكليون**

$E_\alpha = |E_\ell|_\alpha/A = |2m_p + 2m_n - m_\alpha|.c^2/4 = 7{,}07$ MeV/نكليون ⇐ $\boxed{\mathbf{E_\alpha = 7{,}07}}$ **MeV/نكليون**

β) • <u>الطريقة الأولى</u> : حيث أن : ${}^{A}_{Z}H$ تمثل نواة ذرة التريتيوم " نظير الهيدروجين الأثقل " ${}^{3}_{1}H$ أو **(T)** فإن معادلة الإلتحام النووي الحادث تكتب بالشكل : $ {}^{2}_{1}\mathbf{H} + {}^{3}_{1}\mathbf{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathbf{He} + {}^{1}_{0}\mathbf{n} $

وحسب علاقة إينشتاين : $\mathbf{|\Delta E_0| = |\Delta m|.c^2}$ ، فإن الطاقة المتحررة عن تفاعل الإندماج النووي المعتبر بدلالة الكتل المعطاة هي :

$\boxed{\mathbf{|\Delta E_0| = |\Delta m|.c^2 = |\,m_D + m_T - m_\alpha - m_n\,|.c^2}}$ ⇐ $\boxed{\mathbf{|\Delta E_0| = 17{,}6\ MeV}}$.

• <u>الطريقة الثانية</u> : ــ طاقة الكتل الإبتدائية للجملة : $E_i = (m_D + m_T).c^2$

حيث أن : $m_D.c^2 = (m_p + m_n).c^2 - 2E_D$ ، و أن : $m_T.c^2 = (m_p + 2m_n).c^2 - 3E_T$

مع العلم أن : E_D ، E_T هما على الترتيب طاقتي الإرتباط لكل نكليون في نواتي النكليدين D ، T (^2_1H و ^3_1H) بالتالي :

$E_i = (m_D + m_T).c^2 = (2m_p + 3m_n).c^2 - 2E_D - 3E_T$ ....(1)

ــ طاقة الكتل النهائية للجملة : $E_f = (m_\alpha + m_n).c^2$ ؛ حيث أن : $m_\alpha.c^2 = (2m_p + 2m_n).c^2 - 4E_\alpha$ ، مع العلم أن :

E_α هي طاقة الإرتباط لكل نكليون في النواة ^4_2He ، بالتالي : $E_f = (m_\alpha + m_n).c^2 = (2m_p + 3m_n).c^2 - 4E_\alpha$ ....(2)

∴ الطاقة المتحررة عن تفاعل الإندماج النووي المعتبر بدلالة طاقات الإرتباط لكل نكليون هي حسب العلاقتين (1) و (2) :

$|\Delta E_0| = | E_f - E_i | = E_i - E_f$ ⇐ $\boxed{|\Delta E_0| = 4E_\alpha - 2E_D - 3E_T}$ ⇐ $\boxed{|\Delta E_0| = 17{,}6\ MeV}$.

γ) إن نواة الهليوم (دقيقة α) بإلتقاطها لإلكترونين تؤدي الى تشكيل ذرة الهليوم **He** والتي بدورها تشكل جزيء أحادي الذرة من غاز الهليوم الخامل (النادر) : **He**

ــ في حجم قدره **V = 1 L** من غاز الهليوم **He** توجد كمية مادة من جزيئات الغاز قدرها : $n_{He} = V/V_M$ ؛ V_M هو الحجم المولي الغازي في الشروط النظامية من الضغط ودرجة الحرارة ($V_M = 22{,}4\ L.mol^{-1}$)

⇐ $n_{He} = V/V_M = 1/22{,}4 = 4{,}464 \times 10^{-2}\ mol$

حيث أن : **1 mol** من الغاز يحتوي على عدد آفوغادرو ($\mathcal{N}$) من الجزيئات **He** فإن تحرير **1 L** من الغاز يتطلب تحرير كمية مادة من الجزيئات قدرها n_{He} ، ويوافق ذلك تحرير عدد من الجزيئات **He** قدره :

$$N_{He} = \mathcal{N}.\ n_{He} = 6{,}023 \times 10^{23} \times 4{,}464 \times 10^{-2} = 2{,}687 \times 10^{22}\ (\text{He جزيء})$$

هذا العدد من الجزيئات يوافقه نفس العدد من الدقائق **α** الناتجة بتفاعل الإلتحام النووي السابق أي :

$$N_\alpha = N_{He} = 2{,}687 \times 10^{22}\ (\alpha\ \text{جسيم})$$

مما سبق لدينا تحرير جسيم واحد **α** يرافقه تحرير طاقة قدرها : $|\Delta E_0| = 17{,}6\ MeV$ ⇐ تحرير **1 L** من غاز الهليوم **He** ، يرافقه تحريرطاقة : $N_\alpha.\ |\Delta E_0|$

∴ $E = N_\alpha.|\Delta E_0| = 2{,}687 \times 10^{22} \times 17{,}6 = 4{,}73 \times 10^{23}\ MeV$ ⇐ $\boxed{E = 4{,}73 \times 10^{23}\ MeV = 7{,}57 \times 10^{10}\ J}$

لأجل تحرير نفس كمية الطاقة هذه يجب حرق كمية من الفحم الحجري تقدر بـــ : $(7{,}57 \times 10^{10}) / (3 \times 10^7) \approx 2500\ kg$

أي : $\boxed{m = 2500\ kg = 2{,}5\ tonnes}$.

3) العالم بين منافع ومخاطر النشاط النووي :

نشاطات توثيقية : بحوث يقدمها التلاميذ تتناول فوائد توظيف المواد المشعة قي حياة الإنسان (الطب ، إنتاج الطاقة الكهربائية بالإندماج...) و آثارها المضرة بالإنسان وبالبيئة .

تطبيقات :

تطبيق : ①

كتلة نواة اليورانيوم $^{235}_{92}U$ هي : $m_U = 235{,}043\ 9\ u$ ، علمًا أن كتلة نيترون منعزل هي : $m_n = 1{,}008\ 665\ 2\ u$ ، و كتلة بروتون منعزل هي : $m_p = 1{,}007\ 276\ 5\ u$ ، أحسب :

١°) القيمة المطلقة لطاقة الإرتباط $|E_\ell|$ للنواة $^{235}_{92}U$.

٢°) القيمة المطلقة لطاقة الإرتباط لكل نكليون $|E_\ell/A$.

يعطى : $1\ u = 931{,}5\ MeV/c^2$

الحل :

١°) القيمة المطلقة لطاقة الإرتباط النووية : $|E_\ell|$

القيمة المطلقة لطاقة إرتباط نواة ذرية مثل : $^{235}_{92}U$ هي الطاقة المتحررة عند تشكل النواة إنطلاقًا من تجمع : **92** بروتونًا منعزلاً ، و 235 − 92 = **143** نيترونًا منعزلاً ، و حسب علاقة إينشتاين بالقيم المطلقة : $|\Delta E| = |\Delta m|.c^2$ ، نكتب :

$$\boxed{|E_\ell| = (92\ m_p + 143\ m_n - m_U).c^2}$$

ت.ع : $|E_\ell| = (\ 1{,}865\ u\ )\ .\ c^2 = 1{,}865 \times 931{,}5 = 1\ 737\ MeV$ ⇐ $\boxed{|E_\ell| = 1\ 737\ MeV}$

٢°) القيمة المطلقة لطاقة الإرتباط لكل نكليون في النواة : $|E_\ell/A$

القيمة المطلقة لطاقة الإرتباط المتوسطة لكل نكليون في النواة هي بالتعريف : $\boxed{\dfrac{|E_\ell|}{A}}$

بالتالي : $\dfrac{|E_\ell|}{A} = \dfrac{1\ 737}{235} \approx 7{,}4\ MeV/\text{نكليون}$ ⇐ $\boxed{\dfrac{|E_\ell|}{A} \approx 7{,}4\ MeV/\text{نكليون}}$

تطبيق : ②

القيمة المطلقة لطاقة إرتباط نكليون واحد في النواة $^{139}_{57}La$ ، بالقيمة المطلقة هي : $8,17\ MeV$/نكليون .

١°) ما هي كتلة النواة $^{139}_{57}La$ ، مقدرة بوحدة : u ، و بوحدة : kg ؟

٢°) ما هي كتلة ذرة الـــ $^{139}_{57}La$ ؟

المعطيات : ● $1\ u = 931,5\ MeV/c^2 = 1,66 \times 10^{-27}\ kg$

● كتلة بروتون منعزل : $m_p = 1,007\ 276\ 5\ u$

● كتلة نيترون منعزل : $m_n = 1,008\ 665\ 2\ u$

● كتلة إلكترون منعزل : $m_e = 0,000\ 548\ 6\ u$

الحل :

١°) كتلة النواة $^{139}_{57}La$:

ــ لنقيم أولاً القيمة المطلقة لطاقة إرتباط (تماسك) النواة : $|E_\ell| = 139 \times 8,17 = 1\ 136\ MeV$

ــ طاقة الكتلة للنواة تعادل الفرق بين مجموع طاقات كتل نكليوناتها المنعزلة و $|E_\ell|$:

$$m_{La}.c^2 = 57\ m_p.c^2 + (139 - 57)\ m_n.c^2 - |E_\ell| \Leftarrow \boxed{m_{La} = 57\ m_p + 82\ m_n - |E_\ell|/c^2} \ \ldots\ldots\ldots (1)$$

ت.ع : $\frac{|E_\ell|}{c^2} = 1\ 136 \frac{MeV}{c^2} = \frac{1\ 136}{931,5} = 1,219\ u$ ؛ بالتعويض في (1) نحصل على :

$$\boxed{\mathbf{m_{La} = 138,91\ u} = 138,91 \times 1,66 \times 10^{-27} = \mathbf{2,31 \times 10^{-25}\ kg}}$$

٢°) كتلة الذرة $^{139}_{57}La$:

الذرة $^{139}_{57}La$ ، مكونة من النواة السابقة و عدد من الإلكترونات $(Z = 57)$ المرتبطة بالنواة ؛ لتكن $|E_{\ell\acute{e}}|$ هي طاقة ترابط مجموع الإلكترونات بالنواة " $|E_{\ell\acute{e}}|$ من رتبة بضعة عشرات الــ MeV " ، بالتالي يمكننا أن نكتب :

$$m_{الذرة}.c^2 = m_{النواة}.c^2 + Zm_e.c^2 - |E_{\ell\acute{e}}| \Leftarrow m_{الذرة}.c^2 = Zm_p.c^2 + (A - Z)\ m_n.c^2 + Zm_e.c^2 - |E_\ell| - |E_{\ell\acute{e}}|$$

عمليًا يمكن إهمال الطاقة $|E_{\ell\acute{e}}|$ لصغرها ؛ أي أن : كتلة الذرة هي مجموع كتلة نواتها و كتل إلكتروناتها

و منه : $\boxed{m_{الذرة} = m_{النواة} + 57m_e = \mathbf{138,94\ u}}$

نتيجة : لدينا ، في المثال السابق : $m_{النواة} = 138,91\ u$ ؛ $m_{الذرة} = 138,94\ u$ ⇔ $\boxed{m_{الذرة} \approx m_{النواة}}$

تطبيق : ③ « الغيمة الإشعاعية لــ " تشرنوبيل " »

في يوم 26 آفريل 1986 ، وقع حادث مرعب بالمركز النووي لمدينة تشرنوبيل (أوكرانيا) أدى الى إنفجار أحد المفاعلات للمركز . نجم عن الحادث تحرير كمية كبيرة من العناصر الإشعاعية في الغلاف الجوي المحيط .

هذه « الغيمة الإشعاعية » أحاطت بالكرة الأرضية ، و كانت قد مست كل من الدول : أوكرانيا ، بيلاروسيا ، فنلندا ، سكانديناڤيا ، بولونيا ، ألمانيا بإتجاه فرنسا و إيطاليا .

من بين العديد من العناصر الإشعاعية الملفوظة في الجو ، نسجّل اليود $^{131}_{53}I$ و السيزيوم $^{137}_{55}Cs$. اليود 131 ، المستخدم في ميدان الطب ، يتميز بفترة نصف عمر قدرها : 8 أيام . كلا النواتين مصدرة لإشعاعات β^- .

1- يتشكل عن التفكك الإشعاعي لليود عنصر الإكزنون Xe . أكتب معادلة التفكك لهذا العنصر المشع .

2- بالإستعانة بفترة نصف العمر ، أحسب ثابت الإشعاع λ لعنصر اليود .

3- لحظة الإنفجار ، تم إنتشار $100\ kg$ من أنوية اليود في الجو . الكتلة المولية الذرية لليود 131 تعادل $127\ g.mol^{-1}$ ، أحسب عدد الأنوية المنتشرة N_0 . (يعطى عدد آفوغادرو : $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$)

4- بكم يقدر النشاط الإشعاعي لكمية اليود لحظة وقوع الإنفجار ؟ يعبر عن الجواب بوحدة البيكريل (Bq) .

80 % من كمية اليود المنتشرة بعد الإنفجار هبطت في حدود موقع الحادث . باقي الكمية شكل « غيمة إشعاعية » . هذه الغيمة مست الأراضي الفرنسية بعد رحلة قاربت $3,00 \times 10^3\ km$. عند وصول الغيمة الى فرنسا ، قيس نشاطها الإشعاعي فكان : $A = 2,00 \times 10^{18}\ Bq$.

5- كم من الوقت إستغرقت الغيمة لكي تصل الى فرنسا ؟ و كم كانت السرعة المتوسطة لترحالها ؟

الحل :

1. اليود مشع لجسيمات β^- ، مما يعني إصدار لإلكترون $^{0}_{-1}e$ عند تفكك نواة من اليود 131 ، بالتالي :

$$^{131}_{53}I \rightarrow\ ^{A}_{Z}Xe +\ ^{0}_{-1}e \Leftarrow \boxed{^{131}_{53}I \rightarrow\ ^{131}_{54}Xe +\ ^{0}_{-1}e}$$

(إنحفاظ عدد النكليونات A ، و إنحفاظ الشحنة Z : $A = 131$ ؛ $Z = 54$)

2. بالتعريف : $\boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{t_{½}}}$ ، بالتالي عدديًا : $T(I) = t_{½}(I) = 8\ jours = 8 \times 24 \times 3\ 600 = 6,91 \times 10^5\ s$

نجد في النهاية : $\boxed{\lambda = 1{,}00 \times 10^{-6}\ s^{-1}}$.

.3 نسمي m_0 كتلة أنوية اليود 131 المنتشرة في الجو لحظة وقوع الإنفجار ، بالتالي : $m_0 = n_0.M(I) = \frac{N_0}{\mathcal{N}_A}M(I)$

و منه : $\boxed{N_0 = \frac{m_0.\mathcal{N}_A}{M(I)}}$ ؛ (ت.ع) : $m_0 = 100\times10^3\ g$ ؛ $\mathcal{N}_A = 6{,}02\times10^{23}\ mol^{-1}$ ؛ $M(I) = 127\ g.mol^{-1}$

$\boxed{N_0 = 4{,}74\times10^{26}}$ (نواة يود 131)

.4 بالتعريف ، عبارة النشاط الإشعاعي لعيّنة مشعة في اللحظة (t) هي : $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t)$

عند لحظة الإنفجار ، حيث نعتبر $t = 0$ ، يكون لدينا : $A_0 = \lambda N_0$

(ت.ع) : $\lambda = 1{,}00 \times 10^{-6}\ s^{-1}$ ؛ $N_0 = 4{,}74\times10^{26}$ (نواة يود 131) $\Leftarrow$ $\boxed{A(0) = 4{,}74 \times 10^{20}\ Bq}$.

.5 حيث أن الغيمة لا تحتوي إلا 20 % من عدد أنوية لليود 131 المنتشرة ، نسمي هذا العدد N'_0 ، بالتالي :

$N'_0 = 0{,}2\ N_0$ ....(1)

عند وصول الغيمة الى فرنسا في اللحظة t' ، يكون نشاطها الإشعاعي عندئذٍ : $A(t') = 2{,}00 \times 10^{18}\ Bq$ ، مما يمكننا من تقييم عدد الأنوية المشعة $N'(t')$ الذي تحتويه الغيمة في هذه اللحظة : ....(2) $N'(t') = \frac{A(t')}{\lambda}$.

يتناقص عدد الأنوية المتفككة أثناء الرحلة عفويًا تبعًا لقانون التناقص الإشعاعي الأسي ، هذا الأخير يسمح لنا بالربط بين N'_0 و $N'(t')$ بالعلاقة : $N'(t') = N'_0\ e^{-\lambda t'}$ ، و منه : $e^{-\lambda t'} = \frac{N'(t')}{N'_0} \Leftarrow -\lambda t' = \ln\frac{N'(t')}{N'_0}$ ، في النهاية و بالتعويض من (1) و (2)

نجد : $\boxed{t' = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{A(t')}{\lambda\times0{,}2N_0}\right)}$

(ت.ع) عدديًا : $N_0 = 4{,}74\times10^{26}$ (نواة يود 131) ؛ $\lambda = 1{,}00 \times 10^{-6}\ s^{-1}$ ؛ $A(0) = 4{,}74 \times 10^{20}\ Bq$ ، نجد :

$\boxed{t' = 3{,}84 \times 10^{5}\ s = 44{,}7\ jours}$

خلال هذه المدة من الزمن ، تكون الغيمة قد إرتحلت بمسافة : $d = 3\ 000\ km$ ، بالتالي السرعة المتوسطة لترحالها تعادل :

$\boxed{v_m = \frac{d}{t'}}$ ، (ت.ع) : $t' = 3{,}84 \times 10^{5}\ s = 1{,}07 \times 10^{3}\ h$ ؛ $d = 3\ 000\ km$ $\Leftarrow$ $\boxed{v_m = 2{,}80\ km/h}$

تطبيق : 4 « مصدر الطاقة الشمسية »

الشمس عبارة عن كرة من الغازات المحترقة ، بالأساس من غازي الهيدروجين و الهليوم . فهي مقر لمجموعة من تفاعلات الإندماج النووية : في الوقت الراهن ، المصدر الرئيسي للطاقة الشمسية هو تفاعل إندماج الهيدروجين لتشكيل الهليوم . لا يحدث هذا دومًا بنفس الكيفية ...

- **المعطيات** : – كتلة البوزيتون : $0{,}000\ 55\ u$ ؛
  - كتلة النواة $^{1}_{1}H$: $1{,}007\ 28\ u$ ؛
  - كتلة النواة $^{2}_{1}H$: $2{,}013\ 5\ u$ ؛
  - كتلة النواة $^{3}_{2}He$: $3{,}018\ 4\ u$ ؛
  - كتلة النواة $^{4}_{2}He$: $4{,}001\ 51\ u$ ؛
  - كتلة النواة $^{12}_{6}C$: $12{,}000\ 00\ u$ ؛
  - $1\ u = 1{,}66 \times 10^{-27}\ kg$
  - سرعة الضوء في الفراغ : $c = 3 \times 10^{8}\ m.s^{-1}$

.I التفاعل الراهن : إندماج الهيدروجين

في مركز الشمس ، الحرارة و الكثافة العاليتين جدًا تسمحان بحدوث تفاعلات الإندماج النووي . تفاعل إندماج الهيدروجين $^{1}_{1}H$ لتشكيل الهليوم $^{4}_{2}He$ يمر بعدة مراحل :

- *التفاعل 1* : تندمج نواتان من الهيدروجين لتشكيل نواة ديتريوم $^{2}_{1}H$.
- *التفاعل 2* : تندمج نواة ديتريوم مع نواة هيدروجين لتشكيل نواة هليوم $^{3}_{2}He$.
- *التفاعل 3* : تندمج نواتان من الهليوم 3 لتشكيل نواة الهليوم $^{4}_{2}He$ و نواتي هيدروجين $^{1}_{1}H$.

.1 أكتب معادلات التفاعلات الثلاثة الحادثة في الشمس . حدد طبيعة الجسيم المنبعث عند حدوث التفاعل 1 .

.2 إجمالاً ، كم هو عدد أنوية الهيدروجين المندمجة اللازمة لتشكيل نواة هليوم ؟

.3 أحسب الطاقة الكلية المتحررة عند تشكل نواة هليوم 4 إنطلاقًا من إندماج أنوية الهيدروجين .

4. تُشِعُّ كل الطاقة الناتجة . قياس الإستطاعة المشعّة أعطى النتيجة : $P = 4 \times 10^{26}$ W . كم هو عدد أنوية الهليوم المتولد في الثانية الواحدة ؟

5. كتلة الشمس : $m = 2 \times 10^{30}$ kg ، نفترض أنها مكونة فقط من الهيدروجين . كم من الزمن ، نظريًا ، تستمر الشمس في الوقود بإندماج الهيدروجين ؟ (!!! العلم لله الواحد العليم ... **إنما أمره كن فيكون**) ... تعطى النتيجة بوحدة مقبولة عمليًا .

II. التفاعلات المستقبلية : إصطناع العناصر الثقيلة

عندما تستنفذ الشمس كل الهيدروجين المتواجد فيها ، عمليًا يحدث لها إنقباض (*Contraction*) !. الهليوم المتشكل في الطور السابق ، ينضغط من القدرة بما كان ، لكي يندمج بدوره :

- *التفاعل 4* : تندمج نواتين من الهليوم لتشكيل نواة البريليوم $^{8}_{4}$Be .
- *التفاعل 5* : تندمج ثلاثة أنوية من الهليوم لتشكيل ذرة كربون $^{12}_{6}$C .

1. أكتب معادلتي تفاعلي الإندماج .
2. أحسب الطاقة المتحررة عن التفاعل 5 . قارن هذه الطاقة مع تلك المحسوبة في السؤال (**3.I**) ، و اشرح بإختصار لماذا تحمّر الشمس خلال حدوث الطور الثاني من الإندماج ؟

الحل :

I. التفاعل الراهن : إندماج الهيدروجين

1. كل تفاعل نووي يحقق الإنحفاظ لعدد النكليونات (A) و للشحنة الكهربائية (Z) ، بالتالي :

التفاعل 1 :

$$^{1}_{1}\text{H} + {}^{1}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{2}_{1}\text{H} + {}^{a}_{b}\text{X} \Leftarrow \begin{cases} \text{• إنحفاظ الشحنة : } 1 + 1 = 1 + b \text{ ، بالتالي : } \boxed{b = 1} . \\ \text{• إنحفاظ عدد النكليونات : } 1 + 1 = 2 + a \text{ ، بالتالي : } \boxed{a = 0} . \end{cases}$$

و منه : الجسيم المنبعث $^{a}_{b}$X ، عبارة عن **بوزيتون** β^+ $({}^{0}_{+1}\text{e})$ ، بالتالي : $\boxed{{}^{1}_{1}\text{H} + {}^{1}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{2}_{1}\text{H} + {}^{0}_{+1}\text{e}}$

التفاعل 2 : بنفس الطريقة نجد :

$$\boxed{{}^{1}_{1}\text{H} + {}^{2}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\text{He}}$$

التفاعل 3 :

$$\boxed{{}^{3}_{2}\text{He} + {}^{3}_{2}\text{He} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + 2\,{}^{1}_{1}\text{H}}$$

2. نجري حوصلة لتشكيل الهليوم 4 بإستخدام معادلات التفاعلات المتحصل عليها في السؤال **1.** مع العلم أن المتفاعل الوحيد الحاضر في البداية هو الهيدروجين :

$$2\times(\,{}^{1}_{1}\text{H} + {}^{1}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{2}_{1}\text{H} + {}^{0}_{+1}\text{e}\,)$$

$$2\times(\,{}^{1}_{1}\text{H} + {}^{2}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\text{He}\,)$$

$${}^{3}_{2}\text{He} + {}^{3}_{2}\text{He} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + 2\,{}^{1}_{1}\text{H}$$

$$\boxed{4\,{}^{1}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + 2\,{}^{0}_{+1}\text{e}}$$

∴ يلزم إندماج أربعة (4) أنوية هيدروجين لتشكيل نواة هليوم .

3. لحساب الطاقة الكلية المتحررة عن تشكل نواة الهليوم 4 ، نقوم بإجراء الحصيلة الطاقوية لتفاعل الإندماج الحاصل . في البداية نقيم التغير الحادث في الكتلة Δm للجملة المتفاعلة (بناءً على مبدأ التكافؤ بين الطاقة و الكتلة) :

$$\boxed{\Delta m = 2m({}^{0}_{+1}\text{e}) + m({}^{4}_{2}\text{He}) - 4m({}^{1}_{1}\text{H})} .$$

ت.ع : لدينا : $m({}^{0}_{+1}\text{e}) = 0{,}000\,55$ u ؛ $m({}^{4}_{2}\text{He}) = 4{,}001\,51$ u ؛ $m({}^{1}_{1}\text{H}) = 1{,}007\,28$ u ، بعد الحساب نجد :

$$\boxed{\Delta m = -\,0{,}02651 \text{ u}} .$$

هذا الضياع (النقص) في الكتلة : ($\Delta m < 0$) هو الذي يتحرر بناءً على مبدأ التكافؤ بين الطاقة و الكتلة لإينشتاين وفق العلاقة

$$\boxed{\Delta E = \Delta m.c^2} .$$

ت.ع : عدديًا : $c = 3\times10^{8}$ m.s^{-1} ؛ $u = 1{,}66\times10^{-27}$ kg ؛ $\Delta m = -\,0{,}02651$ u ، نحصل على :

$$\boxed{\Delta E = -\,3{,}96\times10^{-12} \text{ J}}$$

القيمة المحصل عليها سالبة ، مما يعني أن الطاقة المحسوبة سابقًا تحررها (تخسرها) الجملة .

في النهاية ، الطاقة المتحررة عن تشكل نواة الهليوم هي $E_{libérée}$: $\boxed{E_{libérée} = |\Delta E| = 3{,}96 \times 10^{-12} \text{ J} > 0}$

.4 بما أن الإستطاعة الإشعاعية المقاسة للشمس : $P = 4,0 \times 10^{26}$ W ، يمكننا إيجاد الطاقة الناتجة E_p في مجال زمني $\Delta t = 1$ s من العلاقة : $E_p = P.\Delta t = 4,0 \times 10^{26}$ J .
هذه الطاقة الناتجة كل ثانية من الزمن هي بسبب تفاعل الإندماج للهيدروجين الذي يحرر طاقة $E_{libérée}$ في كل مرة تتولد فيها نواة هليوم 4 . يمكننا عندئذٍ إستنتاج عدد الأنوية : $N(\,^4_2He)$ للهليوم المتشكلة كل ثانية : $\boxed{N(\,^4_2He) = \dfrac{E_p}{E_{libérée}}}$.
ت.ع) لدينا : $E_p = 4,0 \times 10^{26}$ J ؛ $E_{libérée} = 3,96 \times 10^{-12}$ J ، بالتالي :

$$\boxed{N(\,^4_2He) = 1,0 \times 10^{38}\ (\text{نواة/s})}$$

.5 وجدنا بأن : $(1,0 \times 10^{38})$ نواة هليوم 4 تنتج من تفاعل الإندماج الحادث في الشمس كل ثانية ، و حسب إجابة (السؤال **.2**)
يستدعي هذا العدد من الأنوية المتشكلة إستهلاك عدد مضاعف أربعة مرات من أنوية الهيدروجين المندمجة ، أي أن :
عدد الأنوية المختفية من الهيدروجين كل ثانية هو : $N(\,^1_1H) = 4\,N(\,^4_2He) = 4,0 \times 10^{38}$ (نواة/s) .
يجدر بنا الآن ، تحديد كم هو عدد الأنوية N_0 من الهيدروجين المتواجدة في الشمس : $m_{Soleil} = N_0.m(\,^1_1H)$
بالتالي : $N_0 = \dfrac{m_{Soleil}}{m(\,^1_1H)}$.
ت.ع) لدينا : $m_{Soleil} = 2 \times 10^{30}$ kg ؛ $m(\,^1_1H) = 1,007\ 28$ u ؛ $u = 1,66\times10^{-27}$ kg
$\Leftarrow$ $N_0 = 1,2 \times 10^{57}$ (نواة هيدروجين)
علمًا أن : $(4,0 \times 10^{38})$ نواة هيدروجين تختفي كل ثانية ، يمكننا إستنتاج الزمن τ " مدة وقود الشمس " نظريًا بتفاعل إندماج الهيدروجين ، و هذا بإعتبار الإستطاعة الإشعاعية للشمس ثابتة عمليًا :

$$\boxed{\tau = \frac{N_0}{N(\,^1_1H)} = \frac{N_0}{4.N(\,^4_2He)}} \Rightarrow \boxed{\tau = 3,0 \times 10^{18}\ \text{s} = 9,5 \times 10^{10}\ \text{ans}}$$

II. التفاعلات المستقبلية : إصطناع العناصر الثقيلة

.1 كل من تفاعلي الإندماج يحقق الإنحفاظ لعدد النكليونات (A) و للشحنة الكهربائية (Z) ، بالتالي :
التفاعل 4 : $^4_2He + \,^4_2He \longrightarrow \,^8_4Be$
التفاعل 5 : $3\,^4_2He \longrightarrow \,^{12}_6C$
.2 لنقيم الضياع الحادث في الكتلة $\Delta m'$ أثناء حدوث التفاعل 5 : $\Delta m' = m(\,^{12}_6C) - 3m(\,^4_2He)$
ت.ع) لدينا : $m(\,^{12}_6C) = 12,000\ 00$ u ؛ $m(\,^4_2He) = 4,001\ 51$ u ؛ $u = 1,66\times10^{-27}$ kg ، بالتالي :
$\Delta m' = -\,7,519\ 8 \times 10^{-30}$ kg
هذا التناقص في الكتلة تتحرر عنه طاقة $E'_{libérée}$: $\boxed{E'_{libérée} = |\Delta E'| = |\Delta m'|.c^2}$
ت.ع) لدينا : $\Delta m' = -\,7,519\ 8 \times 10^{-30}$ kg ؛ $c = 3\times10^8$ m.s^{-1} $\Rightarrow$ $\boxed{E'_{libérée} = 6,78 \times 10^{-13}\ \text{J}}$.
بمقارنة هذه الطاقة مع تلك المحسوبة في السؤال (**3.I**) : $\boxed{\dfrac{E'_{libérée}}{E_{libérée}} = \dfrac{6,78\times10^{-13}}{3,96\times10^{-12}} = 0,171}$
خلال الطور الثاني من تفاعلات الإندماج الحادثة في الشمس ، هذه الأخيرة تتحرر عنها طاقة أقل من تلك المتحررة خلال الطور الأول من تفاعلات إندماج الهيدروجين ، لهذا السبب ، فإن حرارة سطح الشمس تتناقص مما يسبب إنزياح إضاءة قرص الشمس ناحية المنطقة الحمراء من الطيف الإشعاعي .

تطبيق : ⑥ " دراسة مبسطة للإصدار النووي α "
النواة الذرية $^{238}_{94}Pu$ مشعة (باعثة) لجسيمات α خلال نشاط إشعاعي إصطناعي " تفاعل نووي مستحدث " ، نحصل من خلاله إضافة للجسيم α على نواة ذرية بنت ^A_ZX
• يعطى جزء من جدول التصنيف الدوري للعناصر : $_{98}$**Cf** | $_{97}$**Bk** | $_{96}$**Cm** | $_{95}$**Am** | $_{94}$**Pu** | $_{93}$**Np** | $_{92}$**U** | $_{91}$**Pa** | $_{90}$**Th** .
(أ°) حدد صيغة النواة الذرية البنت المتشكلة .
(ب°) إن لكل الأنوية : **Pu** ، **X** ، **α** هي على الترتيب : $m_{Pu} = 237,998$ u ؛ $m_X = 233,990$ u ؛ $m_\alpha = 4,0015$ u .
ماهي بالجول قيمة الطاقة المتحررة عن هذا الإصدار النووي **α** ؟ $1\ u = 1,66\times10^{-27}$ kg .
(جـ°) كيف يتم الحصول على نواة بنت **X** إنطلاقًا من نواة أم **Pu** في جدول التصنيف الدوري للعناصر ؟

(د°) كيف يتم التحول من النواة الأم الى النواة البنت في المخطط N (عدد النيترونات) بدلالة Z ؟ أنشئ المخطط (N,Z) مبيناً فيه التحول الموافق .

(هـ°) إن النواة الأم و النواة البنت عملياً ساكنتين ، والنواة البنت المتشكلة غير مثارة " تتشكل وهي في حالتها الأساسية " . ماهي سرعة إنبعاث الجسيم α ؟

الحل :

ــ أ°) حسب قوانين الإنحفاظ في تفاعلات الإصدار النووي فإن : **A = 234 ، Z = 92** ⇐ حسب بيان الجدول الدوري لتصنيف العناصر المعطى فإن العنصر الكيميائي **Z = 92** هو عنصر **اليورانيوم 234** ⇐ النواة الذرية المتشكلة (البنت) لها الصيغة : ${}^{234}_{92}U$

أي : ${}^{238}_{94}Pu \rightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{4}_{2}He$.

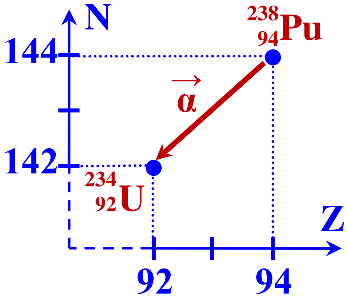
ــ ب°) حسب علاقة إينشتاين لطاقة كتلة الجملة فإن الطاقة المتحررة عن الإصدار النووي α المعتبر هي :

$|\Delta E_0| = |\Delta m|.c^2 = |\, m_{Pu} - m_U - m_{He} \,|.c^2 \Rightarrow |\Delta E_0| = 0{,}0065 \times 931{,}5 = 6{,}06\ MeV = 9{,}7 \times 10^{-13}\ J$

$\therefore\ |\Delta E_0| = 6{,}06\ MeV = 9{,}7 \times 10^{-13}\ J$

ــ جـ°) النواة البنت ${}^{234}_{92}U$ تقع في الخانة الثانية من جدول التصنيف الدوري قبل النواة الأم ${}^{238}_{94}Pu$ ، ويتم التحول من هذه الأخيرة الى النواة البنت بإصدار النواة الأم لجسيم **α** حيث يتناقص العدد الذري لها بـــ **(2) وحدتين** .

ــ د°) في المخطط(**Z ، N**) جانبه يمكن التحول من النقطة الممثلة للنواة الأم ${}^{238}_{94}Pu$ (**Z=94 ، N=144**) الى النقطة الممثلة للنواة البنت ${}^{234}_{92}U$ (**Z=92 ، N=142**) بالشعاع $\vec{\alpha}$ الذي إحداثيه (**−2 ، −2**) لأن **Z** ينقص بـــ **2** وكذلك **N** ، والتحول **α** عائد نحو وادي الإستقرار " المنطقة من المخطط التي تشمل النقاط الموافقة للأنوية المستقرة "



ــ هـ°) الجملة معزولة فرضاً بالتالي طاقة الكتلة الكلية لها تكون محفوظة ، حيث :

• قبل الإصدار النووي **α** الجملة مكونة من النواة الأم **Pu** الساكنة وعليه فالطاقة الكلية للجملة تختزن الى القيمة : $m_{Pu}.c^2$.

• بعد الإصدار النووي **α** فإن الجملة تصبح مكونة من النواة البنت **U** الساكنة و الجسيم **α** المنبعث بسرعة : v_α (فرضاً أقل من **c/10**) والطاقة الكلية للجملة ترتقي الى القيمة : $(m_U + m_H).\,c^2 + \frac{1}{2}\, m_\alpha.v_\alpha^2$.

$\therefore\ E_i = E_f \Leftrightarrow m_{Pu}.c^2 = (m_U + m_H).\,c^2 + \frac{1}{2}\, m_\alpha.v_\alpha^2 \Leftrightarrow (m_{Pu} - m_U - m_H).\,c^2 = \frac{1}{2}\, m_\alpha.v_\alpha^2 = |\Delta E_0|$

بالتالي : $\boxed{v_\alpha = \sqrt{\dfrac{2|\Delta E_0|}{m_\alpha}}} \Rightarrow v_\alpha = 1{,}71 \times 10^{7}\ m.s^{-1} \Rightarrow \boxed{v_\alpha \approx 20\ 000\ km.s^{-1}}$ (سرعة إنبعاث الجسيمات α) .

تطبيق : ⑥ « الإصدار النووي β^+ »

إن النكليد ${}^{22}_{11}Na$ (نظير الصوديوم) باعث للجسيم β^+ ويتم عند ذلك الحصول على نواة ذرة النيون **Ne** .

١°) أكتب معادلة الإصدار النووي لإستحالة هذا النكليد .

٢°) في المخطط (**Z ، N**) مثل بسهم (→) هذا التحول النووي المرافق لزوال إثارة نواة النكليد ${}^{22}_{11}Na$.

٣°) أحسب الطاقة المتحررة عن التفاعل النووي المستحدث الحاصل .

٤°) إن البوزيترون β^+ المنبعث يستنفذ **60 ٪** من الطاقة النووية المتحررة . حدد أين يستنفذ الباقي من هذه الطاقة ؟

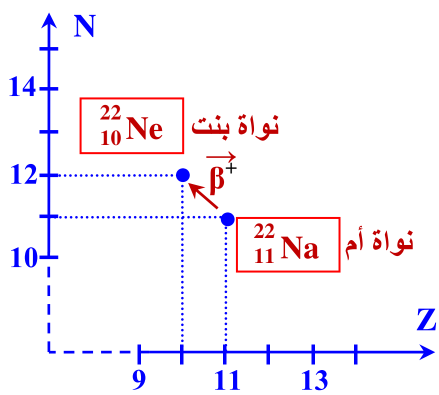
ــ يعطى :
• كتلة نواة النكليد ${}^{22}_{11}Na$ ($m_{Na} = 21{,}9944\ u$)
• كتلة نواة النكليد ${}^{22}_{10}Ne$ ($m_{Ne} = 21{,}99138\ u$)
• كتلة البوزيترون β^+ ($m_{e+} = 5{,}486 \times 10^{-4}\ u$)

$1\ u = 931{,}5\ MeV/c^2$

الحل :

١°) الإصدار النووي β^+ هو إصدار لـــ " بوزيتون ${}^{0}_{+1}e$ " رفقة نيترينو ${}^{0}_{0}\nu$ وطبقًا لقوانين الإنحفاظ النووية فإن معادلة تفاعل الإصدار النووي الحادث تكتب بالشكل :

${}^{22}_{11}Na \rightarrow {}^{22}_{10}Ne + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu$.



٢°) في المخطط (**Z ، N**) الممثل بالشكل المقابل فإن :

${}^{22}_{11}Na \rightarrow {}^{22}_{10}Ne$ وفق التحول النووي $\vec{\beta^+}$ (−1 ، +1) .

٣°) بملاحظة أن : $m_\nu = 0$ فإن الطاقة المتحررة عن التفاعل النووي السابق هي : $|\Delta E| = |\Delta m|.c^2$

بالتالي : $|\Delta E| = 2{,}30\ MeV$.

٤°) الطاقة المتحررة السابقة تتجزأ الى : طاقة حركية مصروفة للبوزيتون β^+ المنبعث $(E_c(\beta^+))$ ؛ طاقة حركية إرتدادية للنواة البنت Ne $(E_c(Ne))$ ؛ طاقة مصروفة للجسيم $^0_0\nu$ ؛ طاقة إثارة للنواة البنت (طاقة مكممة والتي تستهلك في وقت لاحق بشكل فوتونات كهرمغناطيسية منبعثة عند حدوث إختزالات هدوء النواة وعودتها الى حالتها الأساسية المستقرة (إشعاعاتγ)) .
أي أن : $|\Delta E| = E_c(\beta^+) + E_c(Ne) + E_\nu + E_{إثارة}$
حيث أن : $E_c(\beta^+) = 60\%|\Delta E_0| = 0,6\,|\Delta E|$ ، فإن فائض الطاقة المتبقية وقدره : $40\%|\Delta E| = 0,4\,|\Delta E|$ ، يمثل مجموع الطاقات : $E_c(Ne) + E_\nu + E_{إثارة}$.

تطبيق : ⑦ « دراسة تفاعل إنشطار نووي »

من بين الإنشطارات النووية المحتملة للنواة الذرية $^{235}_{92}U$ ، نواة ذرة اليورانيوم المشع عند قذفها بنيترون نعتبر تفاعل الإنشطار النووي التالي : $^{235}_{92}U + ^1_0n \rightarrow ^{139}_{57}La + ^{95}_{42}Mo + x\,^1_0n + y\,^0_{-1}e$

(1) حدد قيم x و y .
(2) حدد الطاقة المتحررة عن إستنفاذ نواة يورانيوم في هذا التفاعل الإنشطاري مقدرة بـ (MeV) و بـ (J) .
يعطى : $m_U = 235,043\,9\ u$ ؛ $m_{La} = 138,969\ u$ ؛ $m_{Mo} = 94,888\ u$ ؛ $m_n = 1,008\,665\,2\ u$ ؛ $m_e = 0,000\,548\,6\ u$ ؛ $1\ u = 931,5\ MeV/c^2 = 1,66 \times 10^{-27}\ kg$.

الحل :

(1) تحقيقاً لقانون إنحفاظ النكليونات (رقم الكتلة A) : $\Leftarrow 235 + 1 = 139 + 95 + x + 0 \Leftarrow \boxed{x = 2}$.
تحقيقاً لقانون إنحفاظ الشحنة (رقم الشحنة Z) : $\Leftarrow 92 + 1 = 57 + 42 + 0 - y \Leftarrow \boxed{y = 7}$.
ومنه معادلة تفاعل الإنشطار النووي الحادث : $^{235}_{92}U + ^1_0n \rightarrow ^{139}_{57}La + ^{95}_{42}Mo + 2\,^1_0n + 7\,^0_{-1}e$
(2) بالتعريف : $\boxed{|\Delta E| = |\Delta m|.c^2}$ ……… (علاقة إينشتاين النسبية : علاقة التكافؤ « طاقة ــ كتلة »)
$|\Delta m| = |m_U + m_n - m_{La} - m_{Mo} - 2m_n - 7m_e| = 0,174\,4\ u \Rightarrow |\Delta E| = 0,174\,4 \times 931,5 = 162\ MeV$
$\therefore \boxed{|\Delta E| = 162\ MeV = 2,6 \times 10^{-11}\ J}$

تطبيق : ⑧ " الإصدار النووي المتسلسل (α ، β^-) "

تتحول النواة $^{238}_{92}U$ الى ^A_ZTh بإصدارها للجسيمات α ، وبدورها تتحول النواة ^A_ZTh المتشكلة الى نواة $^{A'}_{Z'}Pa$ بإصدارها للجسيمات β^- .
١°) أكتب معادلتي التفاعلين النوويين المرافقين لهذين التحولين المتسلسلين .
٢°) ماهو مصدر الإلكترون المنبعث من النواة Th ؟ هل هو صادر عن النواة أو عن السحابة الإلكترونية المحيطة بها ؟
٣°) إن اليورانيوم $^{238}_{92}U$ يتحول عادة وفق سلسلة من التحولات الإشعاعية المتتالية α ، β^- الى نظير الرصاص المستقر $^{206}_{82}Pb$. حدد عدد التحولات من النوع α و عدد التحولات من النوع β^- المرافقة للتحول الإشعاعي المتسلسل من $^{238}_{92}U$ المشع (غير المستقر) الى $^{206}_{82}Pb$ المستقر .

الحل :

١°) معادلات التفاعل :
ــ التحول النووي الأول الموافق للإصدار α : $^{238}_{92}U \rightarrow ^{234}_{90}Th + ^4_2He$
ــ التحول النووي الموالي الموافق للإصدار β^- : $^{234}_{90}Th \rightarrow ^{234}_{91}Pa + ^0_{-1}e + ^0_0\bar{\nu}$
٢°) إن الجسيم المنبعث : β^- (أوالإلكترون $^0_{-1}e$) الصادر عن التحول الأخير للنواة Th يصدر عن هذه النواة الذرية وليس عن السحابة الإلكترونية المحيطة بها لأن التحول النووي الحادث هذا يخص أنوية الذرات دون الإلكترونات .
حيث أن النواة أصلاً لاتحتوي إلكترونات وإنما نكليونات أساسية (بروتونات + نيترونات) ، فإن الإلكترون المنبعث عن النواة يتشكل من تحول أحد النيترونات داخل النواة الى بروتون وهذا الإلكترون لذلك : (يزداد عدد البروتونات Z للنواة البنت بمقدار 1 **بروتون** وينقص فيها بالمقابل عدد النيترونات N بمقدار 1 **نيترون** كما يوضحه المخطط (Z ، N) للتحولات النووية الموافقة للإصدارات β^- بحيث :
$\vec{\beta^-}$ (1- ، 1+) بالنسبة للنواة البنت المتشكلة أو $\vec{\beta^-}$ (1+ ، 1-) بالنسبة للنواة الأم المختفية : $^1_0n \rightarrow ^1_1p + ^0_{-1}e + ^0_0\bar{\nu}$

نواة بنت : Pa (Z = 91 ، N = 143) $\xleftarrow{\vec{\beta^-}}$ نواة أم : Th (Z = 90 ، N = 144) ، مع إصدار نيترينو مضاد $^0_0\bar{\nu}$

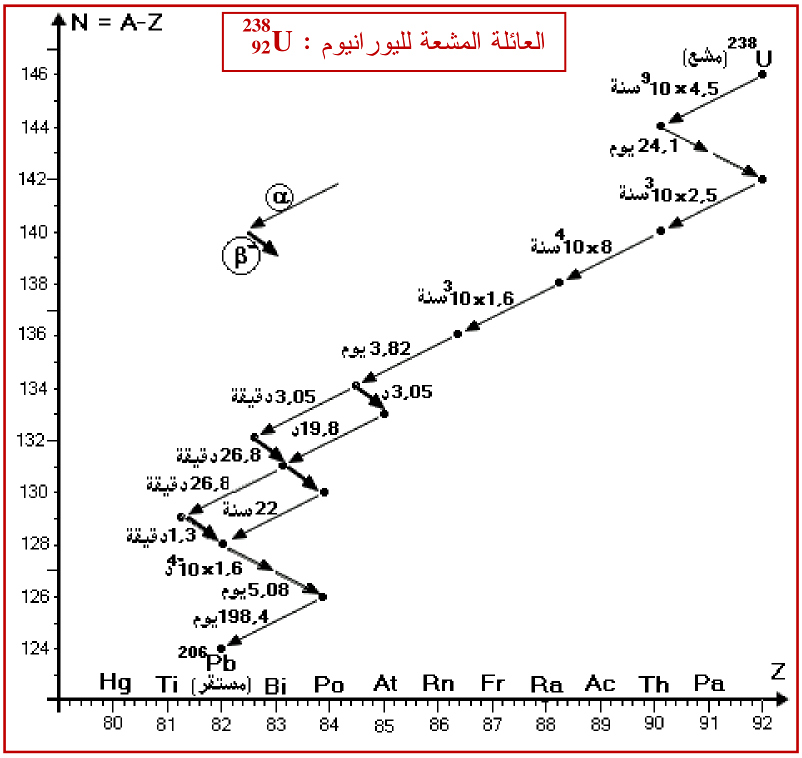
٣°) خلال كل تحول α يتشكل الجسيم (النواة الذرية) ^4_2He ، و خلال كل تحول β^- يتشكل الجسيم (الإلكترون) $^0_{-1}e$ ونيترينو مضاد $^0_0\bar{\nu}$ (مع الإشارة الى أنه خلال زوال الإثارة للنواة البنت المتشكلة فإن ذلك يترافق مع إصدار إشعاعي كهرمغناطيسي γ وهذا لايؤثر

على المعادلات النووية) ، لذلك نفرض خلال التحول النووي المتسلسل بدءًا من النواة الأم $^{238}_{92}U$ المثارة و إنتهاءً بالنواة البنت $^{206}_{82}Pb$ المستقرة ، أن عدد الجسيمات الصادرة من النوع α هو (x) ، ومن النوع β^- هو (y) ، بالتالي :

المعادلة الإجمالية لهذه الإستحالة الإشعاعية المتسلسلة هي : $^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\ {}^{4}_{2}He + y\ {}^{0}_{-1}e + y\ {}^{0}_{0}\bar{\nu}$

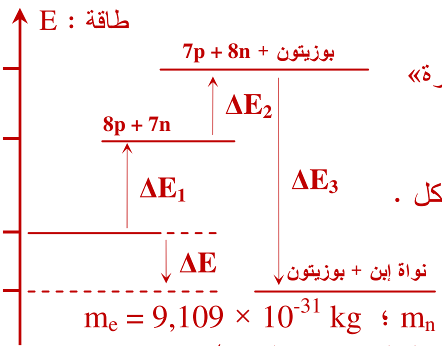
حسب قوانين الإنحفاظ المتعلقة بهذه التحولات الإشعاعية فإن :

– إنحفاظ عدد النكليونات (A) $\Leftarrow 238 = 206 + 4x + 0 + 0 \Leftarrow \boxed{x = 8}$.
– إنحفاظ الشحنة الكهربائية (Z) $\Leftarrow 92 = 82 + 2x - y + 0 \Leftarrow \boxed{y = 6}$.



تطبيق : ⑨ « **المخطط الطاقوي لنواة ذرية** » : (ت30 ، ص111 من الكتاب المدرسي)

يعطى تغير الطاقة ΔE للجملة في الشكل المرفق جانبه ، يمكن حساب تغيرات الطاقة أثناء تفكك نواة الأكسجين 15 بإستعمال المخطط الطاقوي الممثل في هذا الشكل .



1. أكتب معادلة التفكك β^+ لنواة الأكسجين 15 «لا تنتج النواة الإبن في حالة مثارة»
2. عرِّف طاقة الربط E_ℓ للنواة .
3. أحسب بـــ MeV تغير الطاقة ΔE_1 المبين في الشكل .
4. بإستخدام كتل الجسيمات ، أحسب بـــ MeV تغير الطاقة ΔE_2 المبين في الشكل .
5. إستنتج من النتائج السابقة قيمة تغير الطاقة ΔE للجملة بـــ MeV أثناء تفكك نواة الأكسجين 15 .

• المعطيات : $m_p = 1{,}672\ 62 \times 10^{-27}$ kg ؛ $m_n = 1{,}674\ 92 \times 10^{-27}$ kg ؛ $m_e = 9{,}109 \times 10^{-31}$ kg

$1\ eV = 1{,}602 \times 10^{-19}$ J ؛ $c = 2{,}998 \times 10^{8}\ m.s^{-1}$ (سرعة الضوء في الفراغ)

– طاقة الربط لكل نكليون في النواة (MeV/نكليون) $\dfrac{E_\ell}{A}$:

$^{16}_{6}C : 6{,}676$ ؛ $^{15}_{7}N : 7{,}699$ ؛ $^{15}_{8}O : 7{,}463$ ؛ $^{15}_{9}F : 6{,}483$.

الحل :

1. إن الجسيم β^+ عبارة عن بوزيتون $^{0}_{+1}e$ ؛ أثناء التفكك الإشعاعي النووي يتم إنحفاظ عدد الشحنات و عدد النويات ، بالتالي :
معادلة التفكك β^+ : $^{15}_{8}O \rightarrow {}^{0}_{+1}e + {}^{15}_{7}N$.
2. طاقة الربط لنواة هي الطاقة الواجب توفرها لكي تتشكل كل نواة إنطلاقاً من نكليوناتها المنعزلة في البداية لتصبح متراصة أو متماسكة داخل النواة الناشئة ، وهي كذلك نفس الطاقة الممنوحة لنواة متماسكة من أجل فصل مكوناتها وتحويلها الى نكليونات منعزلة .
3. ΔE_1 توافق طاقة الربط للنواة $^{15}_{8}O(7p + 8n)$ ، بالتالي : $\boxed{\Delta E_1 = E_\ell({}^{15}_{8}O) = A.\dfrac{E_\ell({}^{15}_{8}O)}{A}}$

$\therefore$ $\Delta E_1 = 15 \times 7{,}463 = 111{,}9\ MeV$ ⇐ $\boxed{\Delta E_1 = 111{,}9\ MeV}$

.4 من المخطط الطاقوي المعطى لدينا في الحالة النهائية $(7p + 8n +$ بوزيتون$)$ ، و في الحالة الإبتدائية $(8p + 7n)$ ، بالتالي :
حسب علاقة التكافؤ : طاقة – كتلة لإينشتاين : $\Delta E = \Delta m.c^2$ ⇐ $\Delta E_2 = (m_f - m_i).c^2$
$\therefore$ $\Delta E_2 = (7m_p + 8m_n + m_{e+} - 8m_p - 7m_n).c^2$
و منه : $\boxed{\Delta E_2 = (m_n + m_{e+} - m_n).c^2}$
⇐ $\Delta E_2 = (1{,}674\ 92 \times 10^{-27} + 9{,}109 \times 10^{-31} - 1{,}672\ 62 \times 10^{-27}) \times (2{,}998 \times 10^8)^2 = 2{,}886 \times 10^{-13}\ J$
$\therefore$ $\Delta E_2 = (2{,}886 \times 10^{-13})/(1{,}602 \times 10^{-19}) = 1{,}801\ MeV$
و منه : $\boxed{\Delta E_2 = 2{,}88 \times 10^{-13}\ J = 1{,}801\ MeV}$

.5 لحساب ΔE نحسب أولاً ΔE_3 :
في الحالة النهائية لدينا نواة الآزوت و بوزيتون ، بينما في الحالة الإبتدائية لدينا $(7p + 8n +$ بوزيتون$)$ ، و حسب علاقة التكافؤ طاقة – كتلة لإينشتاين : $\Delta E = \Delta m.c^2$ ⇐ $\Delta E_3 = (m_f - m_i).c^2$
$\therefore$ $\Delta E_3 = (m({}^{15}_{7}N) + m_{e+} - 7m_p - 8m_n - m_{e+}).c^2$
و منه : $\Delta E_3 = (m({}^{15}_{7}N) - 7m_p - 8m_n).c^2$ ؛ مما يوافق عكس طاقة الربط لنواة الآزوت ${}^{15}_{7}N$.
⇐ $\boxed{\Delta E_3 = -E_\ell({}^{15}_{7}N)}$
بإستخدام طاقة الربط لكل نكليون في النواة ${}^{15}_{7}N$ ، نجد : $\boxed{\Delta E_3 = -A.\dfrac{E_\ell({}^{15}_{7}N)}{A}}$
⇐ $\Delta E_3 = -15 \times 7{,}699 = -115{,}5\ MeV$ ⇐ $\boxed{\Delta E_3 = -115{,}5\ MeV}$
بالرجوع الى المخطط الطاقوي ، نجد : $\boxed{\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3}$ ... (خاصية جمع الأشعة) ، و هي توافق الطاقة المتحررة عن للتفكك الإشعاعي β^+ لنواة الأكسجين 15 ، بالتالي :
⇐ $\Delta E = 111{,}9 + 1{,}801 - 115{,}5 = -1{,}8\ MeV$ ⇐ $\boxed{\Delta E = -1{,}8\ MeV}$

☒ ملاحظة : نتيجة حساب ΔE سالبة لأن السهم (⟵) الممثل لها في المخطط الطاقوي متجه نحو الأسفل ؛ و عليه تكون للجملة طاقة متناقصة أثناء التفكك الإشعاعي الحادث (تحرير طاقة) . عمومًا كل تفكك إشعاعي نتيجته زيادة توازن و إستقرار الأنوية يقلل من طاقة الجملة .

تطبيق : ⑩ « **سلسلة تفاعلات الإدماج في النجوم** » : (ت37 ، ص113 من الكتاب المدرسي)
.1 تحقق معادلات التفاعلات النووية قانونين . ما هما ؟
.2 ما هو البوزيتون ؟
.3 إن التفاعلات النووية الثلاثة لدورة : بروتون – بروتون هي :

$${}^{1}_{1}H + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{2}_{1}H + \beta^+$$
$${}^{2}_{1}H + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He$$
$${}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\ {}^{1}_{1}H$$

– ما هي الحصيلة الكلية لهذه الدورة ؟
– ما هي بـــ MeV الطاقة المحرّرة خلال هذه الدورة ؟

.4 نجد كذلك أنوية الكربون في النجم ، تستخدم هذه الأنوية كمنطلق لسلسلة أخرى من التفاعلات النووية . هذه الأخيرة تدعى الدورة المغلقة ، و هي تتشكل من ستة تفاعلات نووية . إن الكربون ${}^{12}_{6}C$ الذي يستخدم كمتفاعل إبتدائي ، يظهر مرة أخرى في نهاية الدورة ، عندما تتشكل نواة الهليوم He .
أ– أتمم حصيلة التفاعلات النووية الستة التالية التي تحدث في هذه الدورة :

i. ${}^{12}_{...}C + ... \rightarrow {}^{13}_{7}N$
ii. ${}^{13}_{...}N \rightarrow {}^{13}_{...}C + ...$
iii. ${}^{13}_{...}C + ... \rightarrow {}^{14}_{...}N$

iv. $^{14}_{\dots}N + \dots \rightarrow {}^{15}_{8}O$

v. $^{15}_{\dots}O \rightarrow {}^{15}_{\dots}N + \dots$

vi. $^{15}_{\dots}N + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{12}_{\dots}C + \dots$

ب- أثبت أن الحصيلة الكلية لهذه الدورة مساوية لحصيلة دورة : بروتون – بروتون المذكورة في السؤال **3**.

- المعطيات : $m_e = 5,486 \times 10^{-4}$ u ؛ $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C ؛ $c = 300\,000$ km.s^{-1} ؛
1 u $= 1,66 \times 10^{-27}$ kg $= 931,5$ MeV/c^2 ؛ $m({}^{1}_{1}H) = 1,007\,3$ u ؛ $m({}^{2}_{1}H) = 2,013\,4$ u ؛
$m({}^{3}_{1}H) = 3,014\,9$ u .

الحل :

1. يجب أن تحقق معادلات التفاعلات النووية :
- قانون إنحفاظ عدد النكليونات .
- قانون إنحفاظ عدد الشحنات .

2. البوزيتون : جسيم مادي له كتلة الإلكترون و له شحنة البروتون أي هو : إلكترون موجب الشحنة $({}^{0}_{+1}e)$.

3. الحصيلة الكلية لهذه الدورة : للحصول على نواتي هليوم 3 في المعادلة الثالثة ، يجب ضرب المعادلة الثانية و كذا المعادلة الأولى × 2 أي :

$$2\times(\,{}^{1}_{1}H + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{2}_{1}H + {}^{0}_{+1}e\,)$$
$$2\times(\,{}^{2}_{1}H + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He\,)$$
$$^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{1}_{1}H$$

بالجمع طرفًا لطرف :

$$4\,{}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{0}_{+1}e$$

الطاقة المحرّرة : $\boxed{\Delta E = \Delta m.c^2} \Leftarrow \Delta E = (\,2m({}^{0}_{+1}e) + m({}^{4}_{2}He) - 4m({}^{1}_{1}H)).c^2$

ت.ع : $\Delta E = (\,2\times5,486\times10^{-4} + 4,001\,5 - 4\times4,007\,3)\times931,5 = 0,026\,6\times931,5 = 24,8$ MeV

$\Leftarrow \boxed{\Delta E = 24,8\ \text{MeV}}$

4.

أ- المعادلات :

i. $^{12}_{6}C + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{13}_{7}N$

ii. $^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{0}_{+1}e$

iii. $^{13}_{6}C + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{14}_{7}N$

iv. $^{14}_{7}N + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{15}_{8}O$

v. $^{15}_{8}O \rightarrow {}^{15}_{7}N + {}^{0}_{+1}e$

vi. $^{15}_{7}N + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He$

ب- المحصلة :

في جميع المعادلات السابقة ، من جهة ناتج مرحلة هو متفاعل المرحلة الموالية ، و من جهة ثانية الكربون الأصلي الذي يستخدم كمتفاعل إبتدائي في المرحلة الأولى يعاد تشكيله في المرحلة الأخيرة ، بالتالي بجمع سلسلة المعادلات طرفًا لطرف نحصل في النهاية على معادلة الدور بروتون – بروتون : $4\,{}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{0}_{+1}e$

الوحدة رقم3: دراسة ظواهر كهربائية

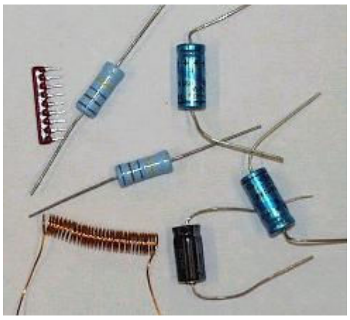
❖ **مؤشرات الكفاءة :**

- يؤسّس المعادلات التفاضلية لتطور بعض الظواهر الكهربائية (في الدارتين R,C و R,L)
- يقيس الثوابت : C ، L ، τ

1) تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة خلال شحنها وتفريغها في ناقل أومي:

1-1) سعة مكثفة : العلاقة $Q = CU$

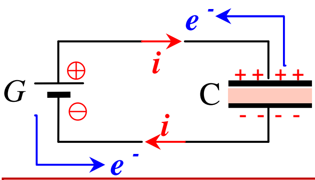
1.1.1. وصف مكثفة :



وثيقة 1 : بعض المكثفات

– المكثفة عنصر كهربائي قادر على تخزين الشحنات الكهربائية ، تتكون من ناقلين كهربائيين ، يدعى كل منهما « **لبوس المكثفة** » ، يفصل بينهما **عازل كهربائي** (هواء ؛ شمع ؛ ميكا ؛ زجاج ؛ ...)
الرمز الإصطلاحي للمكثفة : —| |— C . **الوثيقة – 1**

– في دارة متسلسلة تحتوي على مكثفة لا يمر التيار الكهربائي المستمر ، لأن العازل الكهربائي يمنع إنتقال الإلكترونات من لبوس الى آخر . **الوثيقة – 2**

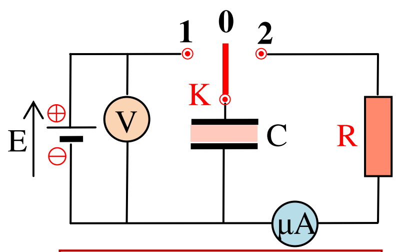


وثيقة 2 : التيار في دارة مكثفة

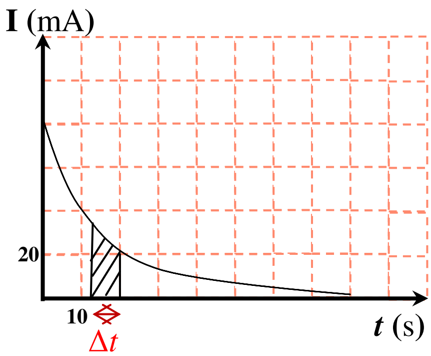
– تتميز كل مكثفة بخاصية تدعى « **السعة : C** » ، و هي إمكانية المكثفة على تخزين الشحنة الكهربائية ، فكلما كانت سعة المكثفة أكبر كلما خزنت شحنة أكثر تحت نفس التوتر الكهربائي .

– شحنة مكثفة (q) ، هي الشحنة الظاهرة على أحد لبوسيها بعد الشحن : $q = |-q| = |+q|$
لذا عندما نتكلم عن شحنة المكثفة هذا يعني الشحنة الموجودة على إحدى اللبوسين .

– لإيجاد كمية الشحنة على أحد لبوسي المكثفة نحقق عمليًا الدارة الكهربائية كما في **الوثيقة – 3** حيث نشحن المكثفة بوضع البادلة في الوضع (1) ، ثم نفرغها بنقل البادلة الى الوضع (2) ، و نقرأ كل خمسة ثواني (5 s) مثلاً شدة التيار المار (I) بواسطة مقياس الميكروآمبير– متر ، ثم نرسم من خلال النتائج المحصل عليها البيان : $I = f(t)$. **الوثيقة – 4**



وثيقة 3 : دارة لإيجاد كمية الشحنة لمكثفة

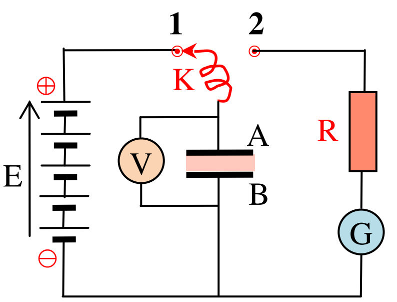


وثيقة 4 : البيان $I = f(t)$

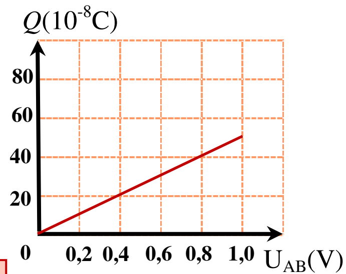
تمثل مساحة الشريط المظلل في البيان ، كمية الشحنة Δq الموجودة على إحدى اللبوسين خلال الفترة الزمنية القصيرة Δt : $\boxed{\Delta q = I.\Delta t}$
أما كمية الشحنة الكلية المخزنة أثناء الشحن ، فتمثل مساحة الحيز المحصور تحت البيان : $I = f(t)$.

– لتحديد سعة المكثفة ، نحقق التركيبة الكهربائية الموضحة **بالوثيقة – 5**
نشحن المكثفة بوضع البادلة K في الوضع (1) ، ثم نفرغها بنقل البادلة الى الوضع (2) ، بواسطة جهاز غلفاني ، يمكن إنحراف مؤشره يتعلق بكمية الكهرباء المارة فيه ، يمكن معرفة شحنة المكثفة Q ، و قياس التوتر الكهربائي U_{AB} المطبق بين طرفي المكثفة بواسطة مقياس الفولط .
نكرر التجربة عدة مرات بتغيير U_{AB} في كل مرة ، نحصل على نتائج إحدى التجارب المسجلة في الجدول المرفق .

U_{AB} (V)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
Q (10^{-8}C)	0	10,4	20,8	31,2	41,6	52,0



وثيقة 5 : تركيب الدارة المستعملة لقياس سعة المكثفة



وثيقة 4 : البيان $Q = f(U_{AB})$

نرسم تغيرات $Q = f(U_{AB})$ ، نحصل على البيان المبين **بالوثيقة – 6** .
البيان : $Q = f(U_{AB})$ عبارة عن « **خط مستقيم مائل مار بالمبدأ** »
نستنتج أن « **الشحنة Q تتناسب طردًا مع التوتر الكهربائي U_{AB} المطبق بين اللبوسين** » . نسمي النسبة بين الشحنة Q و التوتر U_{AB} بـــ « **سعة المكثفة** : رمزها **C** » ، و تعطى بالعلاقة :

$$C = \frac{Q}{U_{AB}}$$

؛ في جملة الوحدات الدولية (S.I) : تقدر الشحنة الكهربائية بوحدة **الكولون** (C) ، و يقدر التوتر الكهربائي بوحدة **الفولط** (V) ، و تقدر سعة المكثفة بوحدة **الفاراد** (F) .

☒ **ملاحظة :** ــ الفاراد (F) ، وحدة كبيرة جدًا عمليًا ، لذلك تقدر عادة سعة مكثفة بأجزاء الفاراد و هي :

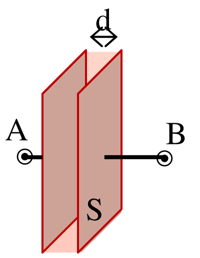
➢ الميكرو فاراد (μF) ، حيث : $1\ \mu F = 10^{-6}\ F$.
➢ النانو فاراد (nF) ، حيث : $1\ nF = 10^{-9}\ F$.
➢ البيكو فاراد (pF) ، حيث : $1\ pF = 10^{-12}\ F$.

ــ في تجربتنا السابقة : سعة المكثفة المستعملة « معامل توجيه المستقيم $Q = f(U_{AB})$ » هي :

$$C = 0{,}5\times10^{-6}\ F = 0{,}5\ \mu F$$

– من بين أشكال المكثفات ، توجد المكثفة المستوية ، و هي مكثفة لبوساها مستويان متوازيان البعد بينهما (d : سمك المكثفة) ، و سطح كل منهما (S : السطح المشترك بين اللبوسين) ، حيث d صغيرة بالنسبة لــ S . **الوثيقة – 7** ، تعطى سعتها بالعلاقة :

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$



وثيقة 7 : مكثفة مستوية

الثابت (ε) : يعرف بــ « **ثابت العزل الكهربائي** » ، و يعطى بالعلاقة : $\varepsilon = \varepsilon_0 . \varepsilon_r$

حيث : ε_0 **ثابت العزل الكهربائي المطلق للفراغ** ، قيمته في جملة الوحدات الدولية :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9} = 8{,}85\times10^{-12}\ F.m^{-1}$$

ε_r ثابت يميز العازل الكهربائي للمكثفة ، يسمى **ثابت العزل الكهربائي النسبي** .

عمومًا : سعة مكثفة مستوية تعطى بالعلاقة :

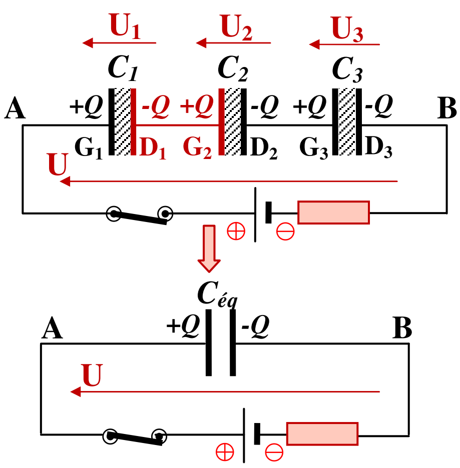
$$C = \frac{\varepsilon.S}{d} = \frac{\varepsilon_0.\varepsilon_r\ S}{d} = \frac{\varepsilon_r.S}{36\pi \times 10^9 . d} = 8{,}85\times10^{-12}\times\frac{\varepsilon_r.S}{d}$$

– بعض قيم الثابت ε_r لبعض العوازل :

العازل	هواء	برافين	زجاج	ميكا	إيثانول	ماء
ε_r	1	2,2	4 – 6	7	24	80

2.1.1. تجميع المكثفات :

أ) على التسلسل :



وثيقة 8 : شحنة مجموعة مكثفات متسلسلة

نعتبر ثلاثة مكثفات موصولة على التسلسل – **الوثيقة 8** ، غير مشحونة قبل إجراء التجربة سعاتها C_1 ، C_2 ، C_3 . نطبق بين الطرفين الجانبيين A و B للمجموعة ، توترًا كهربائيًا U تنتقل الإلكترونات بفعل هذا التوتر في كامل الأجزاء الناقلة من الدارة ، لكن العازل الكهربائية لا يسمح بالعبور لهذه الإلكترونات (المناطق المظللة) .

في هذه الظروف ، الجزء الناقل D_1G_2 (باللون البني) الذي لا يحمل أي شحنة إضافية قبل تطبيق التوتر U ، يبقى كذلك بعد تطبيق التوتر فقط يتغير توزع الشحنات .

في المحصلة ، إذا كان اللبوس الأيمن D_1 للمكثفة C_1 حاملاً لشحنة سالبة $-Q$ ، بالضرورة اللبوس الأيسر G_2 للمكثفة C_2 يحمل شحنة موجبة $+Q$.

بتطبيق التفسير السابق على كامل اللبوسات ، فإن جميع اللبوسات اليمنى تكون مشحونة بكهرباء سالبة متساوية $-Q$ ، في حين اللبوسات اليسرى تكون حاملة لشحنات موجبة متساوية $+Q$.

← في التوصيل المتسلسل للمكثفات تتراكم نفس كمية الكهرباء $+Q$ على اللبوسات الموجبة ؛ و يكون بذلك لجميع المكثفات المتسلسلة نفس الشحنة المختزنة Q .

← السعة المكافئة : الشحنات المتساوية المختزنة في المكثفات الثلاث المتسلسلة هي بالتعريف :

$Q = C_1U_1$ ؛ $Q = C_2U_2$ ؛ $Q = C_3U_3$.

← قانون التوترات في الدارة المتسلسلة (قانون العروات) : $U = U_{AB} = U_1 + U_2 + U_3$.

بالتالي : $U = \frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\frac{Q}{C_3} = Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{U}{Q} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}}$ .... (1)

← بالتعريف : $C_{éq} = \frac{Q}{U} \Rightarrow \boxed{\frac{U}{Q} = \frac{1}{C_{éq}}}$ .... (2)

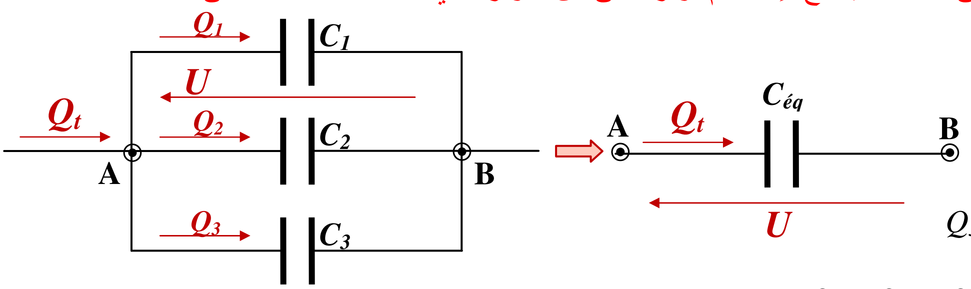
من (1) و (2) :

$$\boxed{\frac{1}{C_{éq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

☒ ملاحظة : ــ السعة المكافئة أصغر من أصغر السعات المتسلسلة .
ــ جمع المكثفات على التسلسل يسمح بإستخدام توتر أعلى من التوتر الذي تتحمله كل مكثفة على حدة .

ب) على التفرع :

توتر الشحن U هو نفسه المطبق بين لبوسي كل مكثفة – **الوثيقة 9**
كل مكثفة تختزن كمية من الكهرباء بحسب سعتها الموافقة ، بالتالي :
$Q_1 = C_1U$ ؛ $Q_2 = C_2U$ ؛ $Q_3 = C_3U$
بينما الشحنة الكلية للجملة فهي :



وثيقة 9 : شحنة مجموعة مكثفات متفرعة

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3$$
$$= C_1U + C_2U + C_3U$$
$$= U(\,C_1 + C_2 + C_3)$$

و منه : (1) .... $\frac{Q_t}{U} = C_1 + C_2 + C_3$

السعة $C_{éq}$ للمكثفة المكافئة هي بالتعريف : (2) .... $C_{éq} = \frac{Q_t}{U}$

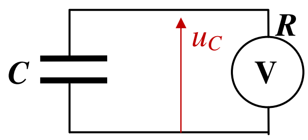
من (1) و (2) ينتج أن :

$$\boxed{C_{éq} = C_1 + C_2 + C_3}$$

☒ ملاحظة : ــ السعة المكافئة أكبر من أكبر السعات المتفرعة .
ــ جمع المكثفات على التفرع يسمح بإستخدام توتر ضعيف للحصول على شحنة كبيرة لا توفرها كل مكثفة على حدة

3.1.1. شحن و تفريغ مكثفة :

❑ **الدراسة الفيزيائية للتفريغ :**



وثيقة 10 : متابعة تفريغ مكثفة

– الدراسة التجريبية : من أجل تفريغ مكثفة مشحونة ببطء ، مما يسمح بمتابعة الظاهرة و تسجيل الأزمنة الموافقة بواسطة الكرونومتر ، نختار عمليًا مكثفة ذات سعة $C = 100\ \mu F$ ، توترها الإبتدائي (بعد الشحن) $U_0 = 30\ V$ ، و ناقل أومي مقاومته $R = 300\ k\Omega$. هذه الأخيرة يمكن أن تكون مقياس فولط بمؤشر مستعمل على العيار $30\ V$ ، و بمقاومة عيارية $w = 10\ k\Omega/V$ – **الوثيقة 10** .

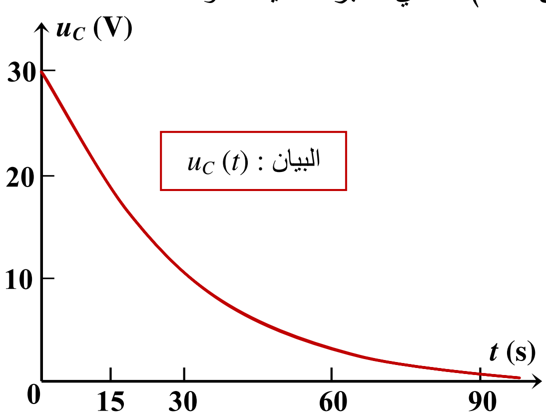
موضع المؤشر يحدد لنا بدقة كل لحظة التوتر المشترك u_C بين طرفي المكثفة و مقياس الفولط – المقاوم ، كما يمكننا بسهولة إستنتاج شدة التيار المار في الدارة كل لحظة $\boxed{i = \frac{u_C}{R}}$.

المكثفة مشحونة في البداية ($U_0 = 30\ V$) عند اللحظة $t = 0$ ، نغلق الدارة فيبدأ التوتر الذي يشير إليه مقياس الفولط والمساوي $30\ V$ في البداية بالتناقص ببطء : ← المكثفة تتفرغ من شحنتها .

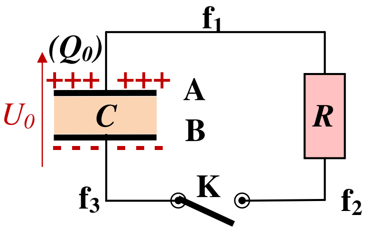
بعد مرور فترة زمنية تقارب : $150\ s$ ، يصبح إنحراف الفولطمتر أقل بتدريجة (من 150) ، الذي نعتبره عمليًا معدومًا :
← المكثفة أصبحت فارغة .

– جدول النتائج و منحنى التفريغ : $i(t) = \frac{u_C(t)}{R}$ – **الوثيقة 11**

t (s)	0	15	30	60	90	120	150
u_C (V)	30	18,2	11	4	1,5	0,55	ε
$i = u_C/R$ (μA)	100	61	37	13,5	5	1,8	ε'



وثيقة 11 : المنحنى التجريبي للتفريغ $u_C(t)$



وثيقة 12 : الحالة الإبتدائية

– بالنسبة لمكثفة مثالية و مشحونة مسبقًا ، عندما يتم وضعها في دارة تحتوي على ناقل أومي (R) ، و ثلاثة أسلاك توصيل $(f_1 ; f_2 ; f_3)$ ، و قاطعة K مفتوحة – **الوثيقة 12**

قبل غلق القاطعة K ، التوتر الثابت للمكثفة هو U_0 ؛ مما يترتب عن ذلك :

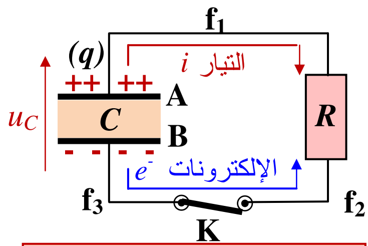
- حمل اللبوس A لكمية من الكهرباء : $+ Q_0 = CU_0$
- حمل اللبوس B لكمية من الكهرباء : $- Q_0 = - CU_0$

← لذلك نقول عن Q_0 بأنها « شحنة المكثفة » .

عند غلق القاطعة K ، فإن التوتر المطبق بين طرفي الناقل الأومي لحظة الإغلاق في البداية هو U_0 ، و بذلك فإن شدة التيار الإبتدائية المارة فيه هي : $\boxed{I_0 = \dfrac{U_0}{R}}$

داخل المكثفة ، اللبوسين يفصلهما عازل كهربائي لا يمكن للشحنات الكهربائية عبوره . بالمقابل ، خارج المكثفة الإلكترونات (الشحنات السالبة) للبوس السالب B تتدفق نحو اللبوس الموجب A عبر سلسلة النواقل غير المنقطعة $\{f_1 ، R ، f_2 ، K ، f_3\}$.

بالنتيجة ، و منذ لحظة إغلاق القاطعة K – **الوثيقة 13** فإن :



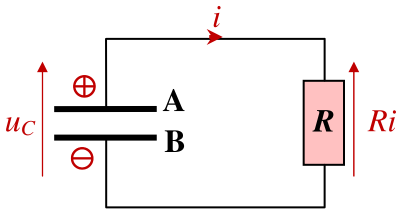
وثيقة 13 : خلال التفريغ

- كمية الكهرباء q تتناقص .
- التوتر الكهربائي u_C (المتناسب مع q) يتناقص .
- شدة التيار $i = \dfrac{u_C}{R}$ (المتناسبة مع u_C) تتناقص .

يتضح مما سبق أنه بمرور الزمن خلال التفريغ تتطور المقادير الفيزيائية الثلاثة المتناسبة : $q \sim u_C \sim i$ بنفس الكيفية كما في **الوثيقة 11** .

إذا لم يتم فتح القاطعة K من جديد بعد غلقها ، فإن ظاهرة التفريغ تستمر الى غاية تعديل الشحنة الموجبة لــ A بالشحنة السالبة لــ B ، و في النهاية تنعدم شحنة المكثفة : $q = 0 \Rightarrow u_C = 0 \Rightarrow i = 0$

❑ **الدراسة الرياضية للتفريغ :**



وثيقة 14 : مخطط عملي

بإفتراض أننا نعلم قطبية المكثفة في البداية ، حيث : اللبوس A موجب (+) و اللبوس B سالب (−) . بفضل التجربة المجراة نعلم كذلك أن المقادير الثلاثة q ، u_C ، i تتغير مع الزمن ، و بإشارة ثابتة . نختار إتجاه يجعل إشارة هذه المقادير موجبة – **الوثيقة 14** .

- توجه النواقل بإتجاه سريان التيار : $\forall t , i > 0$
- يتجه الشعاع الممثل للتوتر من B نحو A : $\forall t , u_C > 0$
- كمية الكهرباء (الشحنة) تعادل المقدار $C.u_C$: $\forall t , q > 0$

– معادلة التفريغ :

بتطبيق قانون العروات ⇐ $\boxed{u_C - Ri = 0}$

من أجل مدة زمنية متناهية في الصغر dt ، كمية من الكهرباء $|dq|$ تمر من أحد اللبوسين نحو الآخر تجعل :

- من جهة ، شحنة المكثفة تتناقص بالمقدار : $|dq|$.
- من جهة ثانية ، بإنتقالها عبر الجزء الناقل (المقطع) من الدارة ، تولد هذه الشحنة $|dq|$ تيار شدته موجبة (وفق الجهة الإصطلاحية) : $\boxed{i = \dfrac{|dq|}{dt}}$ ؛ و حيث أن q موجبة و متناقصة مع الزمن ، فإن dq تكون بإشارة سالبة ، فنكتب : $\boxed{i = - \dfrac{dq}{dt}}$

كذلك ، و بالتعريف من العلاقة : $u_C = \dfrac{q}{C}$ ، فإن معادلة التفريغ تصبح من الشكل :

$$\boxed{\frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} = 0}$$

– حل المعادلة :

حيث أن المعادلة تحتوي على الحدين q و $\dfrac{dq}{dt}$ ، لذلك تسمى مثل هذه المعادلة بـــ « **التفاضلية** » . بالأخذ بعين الإعتبار الحالة الإبتدائية للجملة ، هذه المعادلة التفاضلية تقبل حلاً من الشكل : $\boxed{q = Q_0\, e^{-t/RC}}$

الحد : $\tau = RC$ يسمى « **ثابت الزمن** » ، و يقدر بوحدة الثانية (s) .

– المقادير الأخرى :

- التوتر : ⟵ $\boxed{u_C = \dfrac{q}{C} = \dfrac{Q_0\, e^{-t/RC}}{C} = U_0\, e^{-t/RC}}$
- الشدة : ⟵ $\boxed{i = \dfrac{u}{R} = \dfrac{U_0\, e^{-t/RC}}{R} = I_0\, e^{-t/RC}}$

☒ **ملاحظة :** عبارتي التوتر و الشدة السابقتين ، و كذا عبارة الشحنة تبين أنه بتقريب معامل عددي معلوم (I_0 ، U_0 ، Q_0) التوابع الأسية الثلاث على الترتيب : $t \mapsto q$ ؛ $t \mapsto u_C$ ؛ $t \mapsto i$ تتطور بشكل متماثل و تمثل بنفس المنحنى البياني .

– مثال :

1) قيم مختارة : لتكن لدينا : $C = 4\ \mu F$ ؛ $R = 2\ M\Omega$ ؛ $U_0 = 10\ V$.

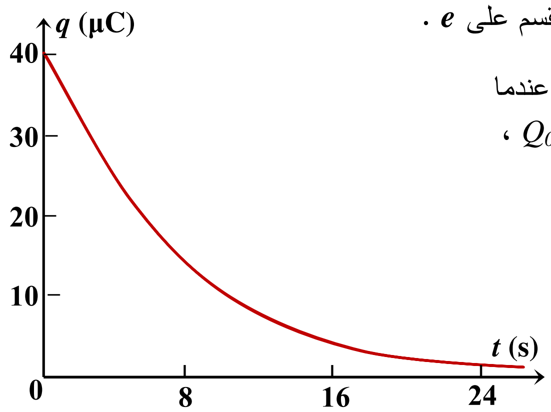
- ثابت الزمن : $\tau = RC = 8\ s$ ، شحنة المكثفة الإبتدائية : $Q_0 = CU_0 = 40\ \mu C$ ؛ شدة التيار عند بداية التفريغ : $I_0 = \dfrac{U_0}{R} = 5\ \mu A$
- بالميكرو كولون (µC) : $q = 40\, e^{-t/8}$
- بالفولط (V) : $u_C = 10\, e^{-t/8}$
- بالميكرو آمبير (µA) : $i = 5\, e^{-t/8}$

2) جدول النتائج و الحسابات العددية :

t (s)	0	4	8	16	24	32	40
t/τ	0	0,5	1	2	3	4	5
$e^{-t/\tau}$	1	0,607	0,368	0,135	0,050	0,018	0,007
q (µC)	40	24,28	14,78	5,4	2	0,72	0,028
u_C (V)	10	6,07	3,68	1,35	0,5	0,18	0,007
i (µA)	5	3,04	1,84	0,68	0,25	0,09	0,004

3) بعض الملاحظات :

- لأجل : $t = \tau$ ، $e^{-t/\tau} = e^{-1} = \dfrac{1}{e}$ ← كمية الكهرباء الإبتدائية تقسم على e .
- نظريًا : $e^{-t/\tau}$ ، لا تنعدم إطلاقًا : $[t \mapsto \infty] \Rightarrow [e^{-t/\tau} \mapsto 0]$ ؛ بالتالي عندما يبلغ زمن التفريغ القيمة : $5\ \tau$ ، الشحنة المتبقية أصغر من $1\ \%$ من Q_0 ، و يمكننا عمليًا إعتبار التفريغ قد تم .
- دراسة تطور كل من u_C و i تقود الى نفس النتائج .



وثيقة 15 : المنحنى التجريبي للتفريغ $q\ (t)$

المدة الكلية للتفريغ t_T المحسوسة ، يمكن تثبيتها تقديريًا عند القيمة $5\ \tau$ ، و تتعلق كثيرًا بالمعطيات العددية :

- لأجل : $R = 1\ \Omega$ و $C = 1\ pF$ ⇐ $\tau = 1\times10^{-12} = 10^{-12}\ s$
بالنتيجة : $t_T = 5\ \tau = 5\times10^{-12}\ s$
← التفريغ شبه آني .
- لأجل : $R = 10\ M\Omega$ و $C = 1000\ \mu F$ ⇐ $\tau = 10^7\times10^{-3} = 10^4\ s$
بالنتيجة : $t_T = 5\ \tau = 5\times10^4\ s$ (أكثر من 13 heures)
← التفريغ بطيء جدًا .

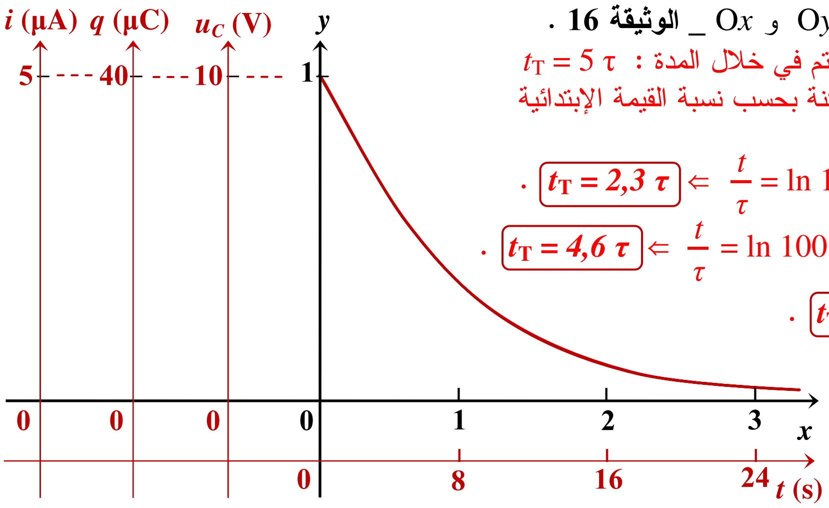
❑ **المنحنى الإجمالي العام :**

- نضع : $x = \dfrac{t}{\tau}$ ، و نسمي المتغير x بـ « **المدة النسبية** : ***la durée relative*** » .
- نضع كذلك : $y = \dfrac{q}{Q_0} = \dfrac{u_C}{U_0} = \dfrac{i}{I_0} = e^{-x}$ ، فيكون إصطلاحًا المتغير y بآن واحد : إما الشحنة النسبية ، التوتر النسبي أو الشدة النسبية . يمكننا القول كذلك عن x و y أنهما « **المتغيرات المختزلة** : ***variables réduites*** » . المنحنى البياني الممثل للمعادلة : $y = e^{-x}$ ، المنجز من خلال الإحداثيات المختزلة هو « **منحنى توافقي عام** » مهما كانت قيم العوامل : Q_0 ، U_0 ، I_0 ، τ .

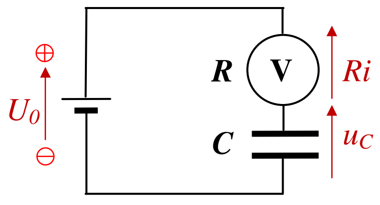
لتمثيل البيان الممثل لتطور الشحنة $q\ (t)$ أو التوتر $u_C\ (t)$ أو شدة التيار $i\ (t)$ ، يكفي إدراج التداريج الموافقة للمعطيات العددية Q_0 أو U_0 أو I_0 مع τ ، على المحورين Oy و Ox _ **الوثيقة 16** .

☒ **ملاحظة :** كنا قد قبلنا عمليًا أن التفريغ يتم في خلال المدة : $t_T = 5\ \tau$ إلا أنه توجد إختيارات أخرى محتملة ممكنة بحسب نسبة القيمة الإبتدائية المعرّفة كقيمة متبقية :

- 10% ⇐ $q = \dfrac{Q_0}{10}$ ⇐ $e^{-t/\tau} = 10$ ⇐ $\dfrac{t}{\tau} = \ln 10$ ⇐ $\boxed{t_T = 2{,}3\ \tau}$.
- 1% ⇐ $q = \dfrac{Q_0}{100}$ ⇐ $e^{-t/\tau} = 100$ ⇐ $\dfrac{t}{\tau} = \ln 100$ ⇐ $\boxed{t_T = 4{,}6\ \tau}$.
- $0{,}1\%$ ⇐ $q = \dfrac{Q_0}{1000}$ ⇐ $\boxed{t_T = 6{,}9\ \tau}$.



وثيقة 16 : المنحنى التوافقي العام $y = e^{-x}$



وثيقة 17 : متابعة شحن مكثفة

◘ الدراسة الفيزيائية للشحن :

– الدراسة التجريبية : نختار نفس القيم كتلك المستعملة في عملية التفريغ :
$C = 100\ \mu F$ ؛ $R = 300\ \Omega$ ، و مولد يمكن تمثيله بـــ « **منبع توتر ثابت** »
$U_0 = 30\ V$. يقيس الفولطمتر التوتر المطبق بين طرفيه ، أي التوتر U_0 بإنخفاض
يساوي التوتر المطبق بين لبوسي المكثفة u_C أي : $u_R = Ri = U_0 - u_C$. **الوثيقة – 17**
يتم تخليص المكثفة من أي شحنة عند اللحظة $t = 0$ ، التي نعتبرها مبدءًا للأزمنة . نغلق القاطعة عند هذه اللحظة : يشير مقياس الفولطل في البداية الى القيمة $U_0 = 30\ V$ ، لتتناقص بعدها ببطء .

← المكثفة تُشحَن .

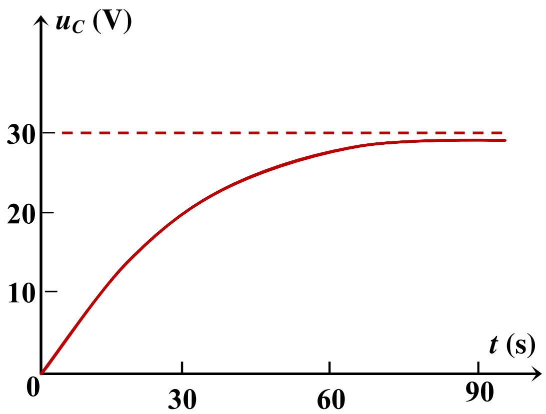
من الأهمية بما كان الإشارة الى أنه لحظة غلق الدارة ، يتحمل الفولطمتر نفس التوتر المطبق كما لو كان لوحده في الدارة : نقول عن مكثفة غير مشحونة تكافئ دارة قصيرة .

بعد مدة تقارب 150 s ، إنحراف مؤشر الفولطمتر الى أقل من تدريجة (من 150) يمكن إعتباره معدوم . توتر المكثفة يصل الى القيمة U_0 ، زيادة على ذلك لا يسري في الدارة أي تيار في هذه الحالة .

← المكثفة شُحِنَت .

جدول النتائج و بيان الشحن : $u_C\ (\ t\ )$

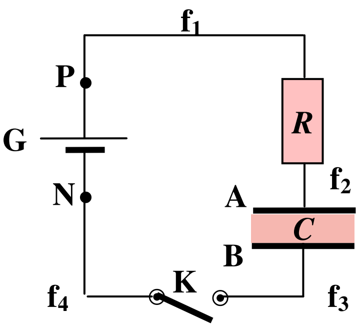
t (s)	0	15	30	60	90	120	150
u_R (V)	30	18,2	11	4	1,5	0,55	ε
i (µA)	100	61	37	13,5	5	1,8	ε'
u_C (V)	0	11,8	19	26	28,5	29,5	30



وثيقة 18 : المنحنى التجريبي للشحّن $u_C\ (t)$

نعلم أن تطور شدة التيار $i\ (\ t\ )$ هو نفسه كما في حالة التفريغ :
المنحنى المرفق له كما في **الوثيقة – 11** . بينما تطور التوتر $u_C\ (\ t\ )$
دومًا في تزايد خلال الشحن ، المنحنى المرفق له كما في **الوثيقة – 18** .
للحصول على البيان : $q\ (t) = C.u_C\ (t)$ ، يكفي تغيير سلم محور التراتيب
في المنحنى : $u_C\ (\ t\ )$ ، الممثل بالوثيقة المقابلة .

بالنسبة لمكثفة مثالية و غير مشحونة ، عندما يتم وضعها في دارة تحتوي على مولد (G) (منبع توتر) و ناقل أومي (R) ، و أربعة أسلاك توصيل $(f_1 ; f_2 ; f_3 ; f_4)$ ، و قاطعة K مفتوحة – **الوثيقة 19** .

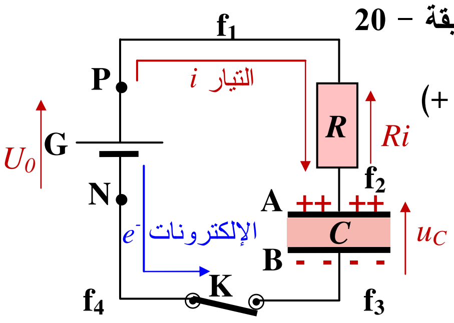


وثيقة 19 : الحالة الإبتدائية

← الحالة الإبتدائية : عند لحظة غلق القاطعة K ، فإن التوتر المطبق بين طرفي الناقل الأومي هو U_0 ، لأن التوتر u_C بين طرفي المكثفة يكون منعدمًا في بداية الشحن .

شدة التيار الإبتدائية هي : $\boxed{I_0 = \dfrac{U_0}{R}}$

← خلال الشحن : المولد (مضخة الإلكترونات) يلتقط الإلكترونات من اللبوس A الذي يشحن بعدها بشحنات موجبة ⊕ ، و يدفع بها الى اللبوس B الذي يشحن بعدها بشحنات سالبة ⊖ : يسري عندئذٍ في الدارة تيار متولد عن إنتقال الإلكترونات (حاملات الشحنة) من اللبوس A نحو اللبوس B (وفق الجهة الإصطلاحية عكس جهة إنتقال الإلكترونات) عبر السلسلة غير المنقطعة من النواقل $\{f_3, K, f_4, G, f_1, R, f_2\}$ ؛ إنتقاله ينتهي عند اللبوس B لأن هذا الأخير يفصله العازل الكهربائي للمكثفة الذي نعتبره مثاليًا عن اللبوس A . **الوثيقة – 20**
بالنتيجة ، و منذ لحظة غلق القاطعة :



وثيقة 20 : خلال الشحّن

- يشحن لبوسي المكثفة بكمية كهرباء متزايدة ، عندما يحمل اللبوس A شحنة $(+\,q)$ بالمقابل شحنة اللبوس B هي $(-\,q)$. نقول عن (q) : **شحنة المكثفة** .
- يزداد التوتر u_C (المتناسب مع q) خلال الشحن ، بمرور الزمن .
- يتناقص التوتر بين طرفي الناقل الأومي : $Ri = U_0 - u_C$ ، و شدة التيار (i) .

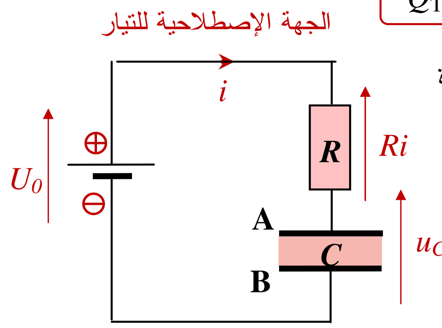
← بمرور الزمن ، يتطور المقدارين المتناسبين ($u_C \sim q$) بنفس الكيفية ، بالمقابل المنحنى $i\ (\ t\ )$ يكون مشابهاً للمنحنى المتحصل عليه خلال التفريغ .

← الحالة النهائية : في حالة ترك القاطعة K مغلقة ، فإن الشحن يستمر دون توقف الى غاية تحقق المساواتين التاليتين :

$$\left.\begin{array}{l} v_A = v_P \\ v_B = v_N \end{array}\right\} \Rightarrow u_C = U_0$$

إضافة الى ذلك ، ما دام من غير المحتمل حدوث إنتقال للإلكترونات : $\boxed{u_C = U_0 \ \Rightarrow\ i = 0}$

أما الشحنة النهائية المختزنة في المكثفة بعد الشحن ، فهي : $\boxed{Q_T = C.U_0}$



وثيقة 21 : مخطط عملي

- **الدراسة الرياضية للشحن :**

بفضل القياسات المجراة نعلم أن المقادير الثلاثة q ، u_C ، i تتغير مع الزمن ، و بإشارة ثابتة . نختار إتجاه يجعل إشارة هذه المقادير موجبة – **الوثيقة 21** .

← معادلة الشحن : بتطبيق قانون العروات (التوترات) فإن : $\boxed{U_0 - Ri - u_C = 0}$

من أجل مدة زمنية متناهية في الصغر dt ، تزداد شحنة المكثفة بمقدار : $dq > 0$

(لأن شحنة المكثفة موجبة و متزايدة مع الزمن) ؛ إنتقال هذه الكمية من الكهرباء

يولد في الجزء الناقل من الدارة تيار موجب الشدة (بالجهة الإصطلاحية) : $i = \dfrac{dq}{dt}$

من جهة ثانية ، $u_C = \dfrac{q}{C}$ ، و معادلة الشحن تصبح : $\boxed{U_0 - R\dfrac{dq}{dt} - \dfrac{q}{C} = 0}$

← رياضيًا ، حل معادلة تفاضلية من هذا الشكل ، و بالرجوع الى الحالة الفيزيائية للجملة :

$$\boxed{q = Q_T(\,1 - e^{-t/RC}\,)}$$

∴ التابع : $t \mapsto q$ في هذه الحالة ، مماثل للتابع : $x \mapsto y = (\,1 - e^{-x}\,)$ ؛ الجداء : $\tau = RC$ يسمى « **ثابت الزمن** » ، و يقدر بوحدة الثانية (s) .

– المقادير الأخرى :

- التوتر : $u_C = \dfrac{q}{C} = \dfrac{Q_T(\,1 - e^{-t/RC}\,)}{C} = U_0(\,1 - e^{-t/RC}\,) \Rightarrow \boxed{u_C = U_0(\,1 - e^{-t/RC}\,)}$
- الشدة : $i = \dfrac{U_0 - u_C}{R} = \dfrac{U_0 - U_0(\,1 - e^{-t/RC}\,)}{R} = \dfrac{U_0}{R}e^{-t/RC} \Rightarrow \boxed{i = I_0\, e^{-t/RC}}$

– مثال :

1) قيم مختارة : لتكن لدينا : $C = 4\ \mu F$ ؛ $R = 2\ M\Omega$ ؛ $U_0 = 10\ V$.

- $\tau = RC = 8\ s$.
- بالميكرو كولون (µC) :

$q = 40(\,1 - e^{-t/8}\,)$

- بالفولط (V) : $u_C = 10(\,1 - e^{-t/8}\,)$
- بالميكرو آمبير (µA) : $i = 5\, e^{-t/8}$

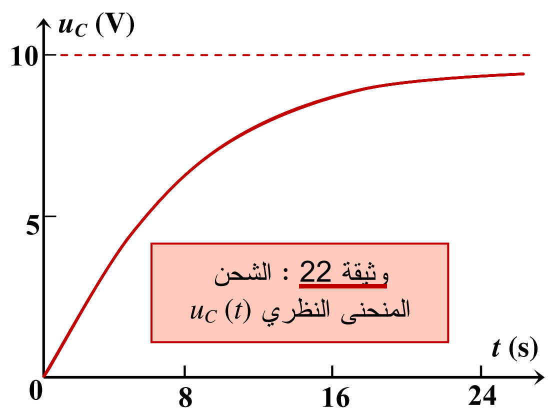
2) جدول النتائج و الحسابات العددية :

3) بعض الملاحظات : أنظر الوثيقتين

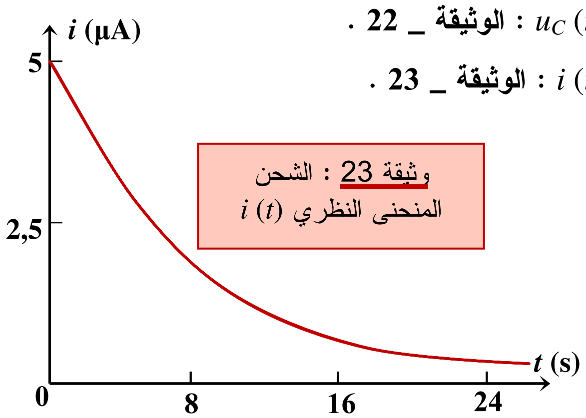
– $u_C\,(t)$: **الوثيقة _ 22** .

– $i\,(t)$: **الوثيقة _ 23** .

t (s)	0	4	8	16	24	32	40
t/τ	0	0,5	1	2	3	4	5
$e^{-t/\tau}$	1	0,607	0,368	0,135	0,050	0,018	0,007
$1 - e^{-t/\tau}$	0	0,393	0,632	0,865	0,950	0,982	0,993
q (µC)	0	15,72	25,28	34,60	38	39,28	39,72
u_C (V)	0	3,93	6,32	8,65	9,5	9,82	9,93
i (µA)	5	3,04	1,84	0,68	0,25	0,09	0,004



وثيقة 22 : الشحن
المنحنى النظري $u_C\,(t)$



وثيقة 23 : الشحن
المنحنى النظري $i\,(t)$

حالات خاصة :

– <u>تعيين ثابت الزمن بيانيًا</u> :

لدينا مما سبق ، في حالة الشحن مثلاً **(الوثيقتين – 22،23)** :

$i(t) = I_0\, e^{-t/RC}$ ؛ $u_C(t) = U_0(1 - e^{-t/RC})$

✓ من أجل : $t = 0 \Leftarrow u_C(0) = 0$ ، و منه : $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{U_0}{RC} = \dfrac{U_0}{\tau}$

✓ من أجل : $t = \tau \Leftarrow u_C(\tau) = 0{,}63\, U_0$

كذلك :

✓ من أجل : $t = 0 \Leftarrow i(0) = I_0$

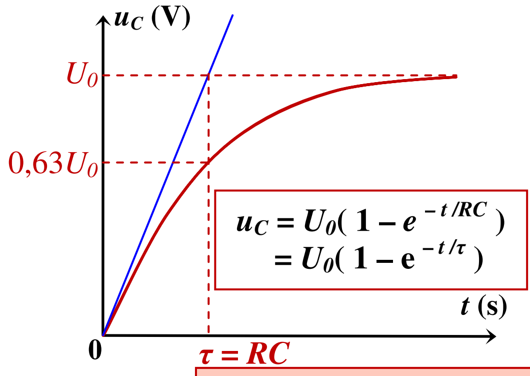
✓ من أجل : $t = \tau \Leftarrow i(\tau) = 0{,}37\, I_0$

بالتالي يمكن تعيين ثابت الزمن $\tau = RC$ بيانيًا :

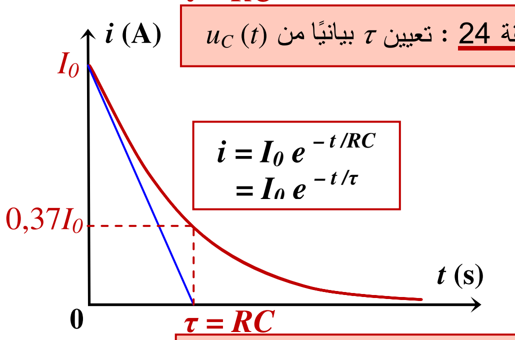
➢ إما بطريقة : $u_C(\tau) = 0{,}63\, U_0$ … **الوثيقة – 24** .

➢ أو بطريقة : $i(\tau) = 0{,}37\, I_0$ … **الوثيقة – 25** .

➢ أو بواسطة المماس للبيان (…) ، في الحالتين عند اللحظة : $t = 0$



<u>وثيقة 24</u> : تعيين τ بيانيًا من $u_C(t)$



<u>وثيقة 25</u> : تعيين τ بيانيًا من $i(t)$

– <u>برهان رياضي</u> :

البرهان مثلاً على أن قيمة المماس عند المبدأ للبيان $u_C(t)$ عند اللحظة $t = \tau$ هي : $u_C = U_0$

لدينا : $u_C(t) = U_0(1 - e^{-t/\tau})$ ؛ معادلة المماس للبيان الممثل لهذا التابع الزمني ، من الشكل : $\boxed{u_C(t) = at}$ (مستقيم مائل يمر بالمبدأ – الوثيقة 24)

حيث : ـــ $a = \dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{U_0}{\tau}\, e^{-t/\tau}$ (معامل توجيه المماس)

ـــ لدينا : $a = \dfrac{U_0}{\tau} \Leftarrow$ عند اللحظة : $t = \tau$ ، يكون بالتعويض في معادلة المماس : $\boxed{u_C(\tau) = \dfrac{U_0}{\tau}\,\tau = U_0}$.

تطبيق :

مكثفة سعتها : $C = 5\ \mu F$ ، تختزن في البداية شحنة كهربائية : (ملي كولون) $Q = 5\ mC$. نصل طرفي المكثفة بناقل أومي مقاومته : $R = 0{,}5\ M\Omega$.

1) أحسب ثابت الزمن τ للدارة (ثنائي القطب : RC) .

2) عبّر عن شدة التيار $i(t)$ المار في الدارة .

3) عند أية لحظة تكون المكثفة قد تخلصت من نصف شحنتها الإبتدائية ؟

الحل :

1) بالتعريف ثابت الزمن لثنائي قطب كهربائي (RC) :

$\tau = RC \Rightarrow \tau = 5 \times 10^{-6} \times 0{,}5 \times 10^{6} = 2{,}5\ s \Rightarrow \boxed{\tau = 2{,}5\ s}$

2) نعلم أن : $i(t) = I_0\, e^{-t/RC} = \dfrac{U_0}{R}\, e^{-t/\tau}$

التوتر الإبتدائي للمكثفة : $U_0 = \dfrac{Q}{C} = \dfrac{5\times10^{-3}}{5\times10^{-6}} = 1\,000\ V \Rightarrow I_0 = \dfrac{U_0}{R} = \dfrac{1\times10^{3}}{5\times10^{6}} = 2 \times 10^{-3}\ A = 2\ mA$

∴ عبارة الشدة اللحظية للتيار (بالملي آمبير) : $\boxed{i(t) = 2\, e^{-t/2{,}5}\ (mA)}$

3) اللحظة t ، التي تصبح عندها : $q = \dfrac{Q}{2}$ ، تكافئ : $u_C = u_R = \dfrac{U_0}{2} = 500\ V \Rightarrow i = 1\ mA$

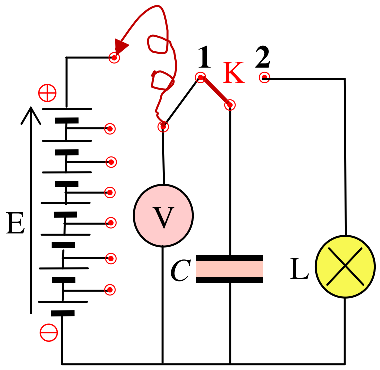
بالرجوع الى عبارة الشدة اللحظية نجد : $e^{-t/RC} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5 \Rightarrow -\dfrac{t}{RC} = \ln 0{,}5 \Rightarrow \boxed{t = RC \ln 2}$

∴ $t = 2{,}5 \times 0{,}69 = 1{,}74\ s \Rightarrow \boxed{t = 1{,}74\ s}$.

الطاقة المخزنة في مكثفة :

- **العوامل المؤثرة على الطاقة المخزنة في مكثفة :**

لتحديد العوامل المؤثرة على الطاقة المخزنة في مكثفة خلال شحنها ، نحقق التركيبة الكهربائية الموضحة **بالوثيقة – 26** .



وثيقة 26 : مخطط الدارة

– لدراسة تأثير توتر الشحن على الطاقة المخزنة في المكثفة ، نستعمل مكثفة سعتها $C = 1\,000\ \mu F$ ، ثم نشحنها بإستعمال جملة الأعمدة الستة التي لكل منها قوة محركة كهربائية $(e = 1{,}5\ V)$ ، و نقرأ قيمة توتر الشحن على مقياس الفولط ثم نفرغها في المصباح ، و نتابع توهجه . نعيد التجربة عدة مرات بحذف عمود واحد في كل مرة .

← نلاحظ زيادة توهج المصباح كلما إزداد توتر الشحن ، نستنتج أن الطاقة التي تختزنها مكثفة خلال شحنها تزداد كلما إزداد توتر الشحن .

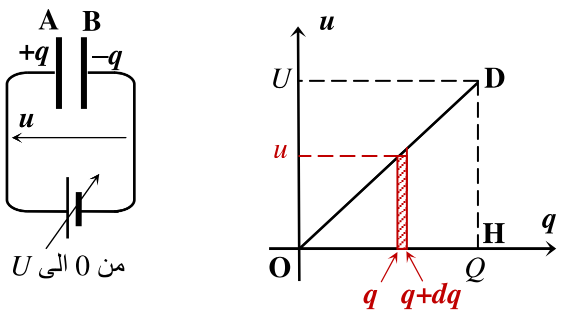
– أما لدراسة تأثير السعة ، فنثبت توتر الشحن و ليكن $U = 4{,}5\ V$ ، و نستعمل مكثفات سعاتها متزايدة ، و لتكن ($100\ \mu F$ ؛ $1\,000\ \mu F$ ؛ $2\,200\ \mu F$) ، ثم نكرر الخطوات السابقة و نراقب شدة توهج المصباح .

← نلاحظ تزايد شدة توهج المصباح كلما إزدادت سعة المكثفة ، نستنتج أن الطاقة التي تختزنها مكثفة خلال شحنها تزداد كلما إزدادت سعة المكثفة .

نتيجة : تتعلق الطاقة المخزنة في مكثفة أثناء شحنها بسعتها C ، و توتر شحنها U أي بكمية الكهرباء المختزنة فيها : $q = CU$.

- **تعيين الطاقة المخزنة في مكثفة بيانيًا :**

عند شحن مكثفة سعتها C تدريجيًا بمنبع توتر مستمر قابل للضبط بين 0 و $U\ volts$. **الوثيقة – 27**



وثيقة 27 : شحن مكثفة تحت توتر متغير

عند لحظة معينة (t) خلال عملية الشحن ، يكون التوتر المطبق بين طرفي المكثفة : $u = v_A - v_B$ ، و شحنتي لبوسي المكثفة : $q_A = +q > 0$ و $q_B = -q < 0$.

بعد هذه اللحظة ، يحدث تزايد طفيف للتوتر المنتج عبر الدارة يرافقه إنتقال لكمية طفيفة من الكهرباء الموجبة dq من اللبوس B الى اللبوس A حيث : $dq_A = +dq$ ؛ $dq_B = -dq$.

بما أن الشحنة العنصرية dq أحدثت **تغيرًا في الكمون** u ، فإن التغير الحادث في الطاقة الداخلية للمكثفة هو : $dW = u.dq$

← يتضح مما سبق بأن المكثفة تزيد من طاقتها الداخلية بشكل كموني بفعل العمل العنصري $u.dq$ الذي يوفره مولد الشحن .

نرسم المستقيم $u\,(q)$ المرفق لــ $u = \dfrac{q}{C}$ (الوثيقة – 27) . بيانيًا يمثل تغير الطاقة المشار إليه سابقًا بمساحة السطح المظلل (باللون الأحمر) .

بالنسبة لكامل عملية الشحن ، و عندما يتزايد التوتر من 0 الى U و تزداد الشحنة من 0 الى CU ، فإن الطاقة الداخلية النهائية تمثلها بيانيًا مساحة سطح المثلث OHD ، بالتالي :

$$W = \frac{1}{2}QU$$

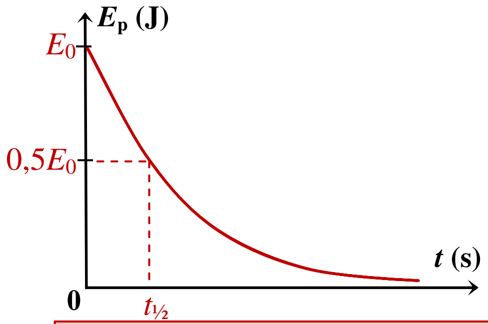
← بالتعويض في العبارة السابقة عن U بــ $\dfrac{Q}{C}$ ، نجد : $\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}$ ؛ و عن Q بــ CU ، نجد : $\dfrac{1}{2}CU^2$

عمومًا ، الطاقة الداخلية الكامنة المختزنة في مكثفة بعد الشحن النهائي لها هي : $\boxed{E_p = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2}$

في الجملة الدولية للوحدات (S.I) ، عندما تقدر السعة C **بالفاراد** (F) و التوتر U **بالفولط** (V) و الشحنة Q **بالكولون** (C) ، فإن الطاقة المختزنة في مكثفة تقدر بوحدة **الجول** (J) .

- **زمن تناقص طاقة المكثفة الى النصف أثناء التفريغ ($t_{½}$) :**

نريد تحديد الزمن اللازم لكي تنقص الطاقة المختزنة في مكثفة مشحونة الى نصف قيمتها الإبتدائية خلال تفريغها – **الوثيقة 28** .



وثيقة 28 : مخطط طاقة مكثفة خلال تفريغها

– لدينا في حالة التفريغ : $E_p = \frac{1}{2}C.u^2(t)$ … (عبارة الطاقة في كل لحظة t)

– لدينا كذلك عبارة التوتر الكهربائي لكل لحظة t : $u(t) = U_0\, e^{-t/RC}$

بالتالي : $u^2(t) = U_0^2\, e^{-2t/RC} \Leftarrow E_p = \frac{1}{2}CU_0^2\, e^{-2t/RC}$

– من أجل : $t = 0$ نجد : $E_0 = \frac{1}{2} C U_0^2$ ⇐ $E_p = E_0\, e^{-2t/RC}$

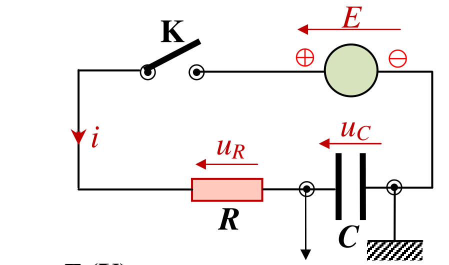
– من أجل : $t = t_{½}$ لدينا بالتعريف : $E_p = \frac{E_0}{2}$ ⇐ $E_0\, e^{-2t_{½}/RC} = \frac{E_0}{2}$ ⇐ $e^{-2t_{½}/RC} = \frac{1}{2}$

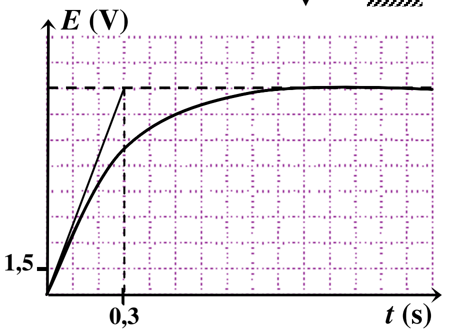
بأخذ اللوغاريتم النيبري للطرفين نجد : $-\frac{2t_{½}}{RC} = -\ln 2$ ⇐ $\boxed{t_{½} = \frac{\tau}{2}\ln 2}$ ، حيث : $\boxed{\tau = RC}$

❖ مقارنة شكلية بين تناقص النشاط الإشعاعي و تفريغ مكثفة :

تناقص النشاط الإشعاعي	تفريغ مكثفة
تناقص عدد الأنوية المتفككة	تناقص الشحنة
معدل تناقص عدد الأنوية هو النشاط (A)	معدل تناقص الشحنة هو التيار (i)
$A = -\frac{dN}{dt}$ $\frac{dN}{dt} = -\lambda N_0$	$i = -\frac{dq}{dt}$ $\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}$
$N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$	$q(t) = q_0\, e^{-t/RC}$
ثابت الزمن : $\tau = \frac{1}{\lambda}$	ثابت الزمن : $\tau = RC$
زمن نصف الحياة $t_{½}$: $\frac{\ln 2}{\lambda}$	زمن تناقص الطاقة للنصف $t_{½}$: $\frac{\tau}{2}\ln 2$

تطبيقات :





تطبيق : ① (تمرين محلول 1– ص : 158 . الكتاب المدرسي)

تتألف دارة كهربائية من مولد للتوتر الثابت $E = 12\ V$ ، مقاومة $R = 320\ k\Omega$ ، مكثفة سعتها C ، راسم إهتزازات مهبطي و قاطعة – أنظر التركيب المرفقة .

نقوم بغلق القاطعة لكي نشحن المكثفة . نشاهد على شاشة راسم الإهتزازات البيان التالي :

1. عبّر في لحظة t عن u_C بدلالة R ، i ، E .
2. عبّر عن شدة التيار الكهربائي i_0 عند اللحظة $t = 0$ بدلالة E ، R ، ثم أوجد قيمتها العددية .
3. الى أي قيمة ينتهي i عندما ينتهي الزمن t الى ∞ ؟ علل .
4. إذا كانت المعادلة التفاضلية للدارة RC هي : $\frac{du}{dt} + \frac{1}{RC}u - \frac{E}{RC} = 0$
   أثبت أن حلها من الشكل التالي : $u_C(t) = E(1 - e^{-t/RC})$.
5. أوجد بيانياً قيمة ثابت الزمن τ ، واستنتج قيمة C .
6. أوجد قيمة u_C من أجل $t = \tau$ بيانياً و حسابياً .
7. أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية شحنها .

الحل :

1. حسب قانون التوترات في الدارة المتسلسلة : $E = u_C(t) + u_R$ ، حيث : $u_R = Ri$ (دستور أوم للناقل الأومي)
   بالتالي : $u_C(t) = E - Ri(t)$ (أو إختصاراً : $u = E - Ri$) .
2. عند لحظة بداية الشحن (لحظة غلق القاطعة K) : $t = 0$ ⇐ $u_C(0) = 0$ ، و منه : $i(0) = i_0 = \frac{E}{R}$
   ت . ع : $E = 12\ V$ ؛ $R = 320\ k\Omega = 32 \times 10^4\ \Omega$ ⇐ $i_0 = 3{,}75 \times 10^{-5}\ A \approx 0{,}04\ mA$
3. عندما $t \to \infty$ فإن $u_C \to E$ ، هذا يعني أن المكثفة مشحونة كليًا و عندها لا يمر التيار في الدارة أي : $i = 0$.
4. لكي يكون : $u_C(t) = E(1 - e^{-t/RC}) = E - Ee^{-t/RC}$ حلاً للمعادلة التفاضلية لثنائي القطب RC ، يجب أن يحقق هذه المعادلة . نشتق الطرفين بالنسبة للزمن نجد : $\frac{du}{dt} = 0 + \frac{E}{RC}e^{-t/RC}$. بالتعويض في المعادلة التفاضلية يكون :

$\frac{E}{RC}\, e^{-t/RC} + \frac{1}{RC}\,(E - Ee^{-t/RC}) - \frac{E}{RC} = 0$.

5. بيانياً لدينا : قيمة المماس عند المبدأ للبيان $u_C\,(t)$ عند اللحظة $t = \tau$ هي $u_C = E$ ، و منه : $\tau = 0{,}3$ s (ثابت الزمن)

حيث : $\tau = RC \Leftarrow C = \frac{\tau}{R}$ ؛ $(R = 32 \times 10^4\ \Omega$ ، $\tau = 0{,}3$ s$) \Leftarrow C \approx 0{,}94 \times 10^{-6}$ F $= 0{,}94$ µF

6. عند اللحظة $t = \tau$: ـــ بيانياً $u_C = 7{,}56$ V (لاحظ البيان)

ـــ حسابياً ، قيمة المماس عند المبدأ للبيان $u_C\,(t)$ هي $u_C = E$ ، بينما قيمة التوتر المطبق $u_C\,(\tau)$ هي $u_C = 0{,}63\ E$

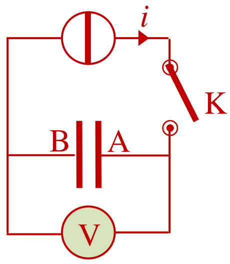
ت . ع : $u_C = 0{,}63 \times 12 = 7{,}56$ V

7. بالتعريف الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية شحنها : $E_p = \frac{1}{2}\,Cu^2 = \frac{1}{2}\,CE^2$ لأن $u_C = E$ (عند إنتهاء الشحن)

ت . ع : $E_p = \frac{1}{2} \times 0{,}94 \times 10^{-6} \times 12^2 = 67{,}68 \times 10^{-6}$ J $\Leftarrow E_p \approx 67{,}7$ µJ

تطبيق : ②

نريد أن نقيس عملياً السعة C لمكثفة بطريقتين مختلفتين .



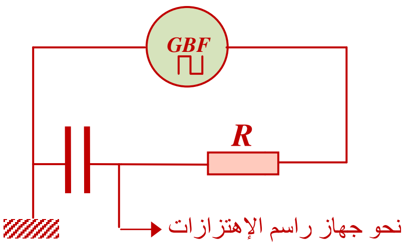
❑ الجزء (أ) : توصل المكثفة بمولد للتوتر المستمر يجري في الدارة تيار شدته I ثابتة و قابلة للضبط . يربط بين طرفي المكثفة مقياس فولط ذو مقاومة لانهائية يسمح بقياس التوتر u_{AB} المطبق بين طرفيها – لاحظ الشكل المقابل .

المكثفة في البداية مفرغة تماماً ، نغلق القاطعة K عند اللحظة $t_0 = 0$ فنلاحظ عند اللحظة t_1 بأن التوتر u_{AB} قد بلغ القيمة u_1 .

1. بيّن بأن التوتر المطبق بين طرفي المكثفة عند اللحظة t يعطى بالعبارة : $u_{AB} = \frac{It}{C}$.

2. لأجل : $I = 10$ µA ، التوتر u_{AB} يبلغ القيمة $u_1 = 6{,}0$ V عند اللحظة $t_1 = 7{,}2$ s . أحسب قيمة سعة المكثفة C .

3. أحسب الطاقة الكهربائية المختزنة في المكثفة عند اللحظة t_1 .



❑ الجزء (ب) : نحقق الآن التركيب المقابل حيث :

المولد GBF يعطي توترا كهربائياً بشكل إشارة مربعة تتغير قيمته من 0 الى 6 V و $R = 1\ 000\ \Omega$. يمكن ضبط جهاز راسم الإهتزازات بطريقتين نشاهد من خلالهما على شاشته الإشارتين (1) و (2) المرفقتين .

نذكر بأن ثابت الزمن τ هو المدة الزمنية التي يمكن خلالها لمكثفة مفرغة تماماً في البداية أن تشحن بنسبة 63 % من شحنتها الأعظمية الكلية .

1. أعط عبارة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC .

2. زيادة على مدة المسح الأفقي و الحساسية الشاقولية ، ما هي الضوابط التي يتم تغييرها على جهاز راسم الإهتزازات لكي يشاهد على شاشته الإشارة (2) بدلاً من الإشارة (1) ؟ مالغرض من ذلك في رأيك ؟

3. إختر الإشارة المفضلة من بين الإشارتين (1) و (2) ، و قس عليها قيمة τ مبيناً طريقة القياس على الإشارة التي إخترتها .

4. إستنتج من خلال القياس السابق الذي أجريته قيمة سعة المكثفة C .

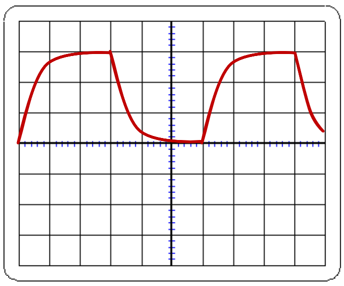
❑ ضبط الجهاز :

الإشارة (1) : ـــ المسح الأفقي : 20 ms/div

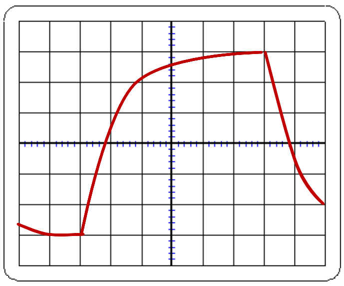
ـــ الحساسية الشاقولية : 2 V/div

الإشارة (2) : ـــ المسح الأفقي : 10 ms/div

ـــ الحساسية الشاقولية : 1 V/div



(الإشارة (1)



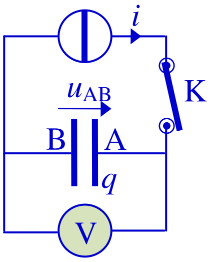
(الإشارة (2)

الحل :

❑ الجزء (أ) :

1. يجري المولد في الدارة تيار ثابت الشدة ، بالتالي عند لحظة كيفية t من الزمن أثناء شحن المكثفة فإن كمية الكهرباء المنتقلة بتيار الشحن هي : $q = It$ ، و هي الشحنة المختزنة في المكثفة (شحنة المكثفة) .

بما أن : $q = C.u_{AB}$ فإن التوتر المطبق بين طرفي المكثفة عندئذٍ هو : $u_{AB} = \frac{It}{C}$



2. من العلاقة الأخيرة السابقة نستنتج : $C = \frac{It_1}{u_1}$

ت ع : $I = 10\ \mu A$ ؛ $u_1 = 6,0\ V$ ؛ $t_1 = 7,2\ s$ ⇐ $C = \frac{10\times10^{-6}\times7,2}{6}$

$\therefore\ C = 12\times10^{-6}\ F = 12\ \mu F$

3. الطاقة الكهربائية المختزنة في المكثفة عند اللحظة t_1 ، تعطى بالعلاقة : $E_p = \frac{1}{2}Cu_1^2$

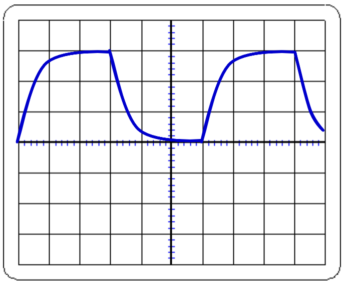
ت ع : $C = 12\ \mu F$ ؛ $u_1 = 6,0\ V$ ⇐ $E_p = \frac{1}{2}\times12\times10^{-6}\times6^2$

$\therefore\ E_p = 2,2\times10^{-4}\ J$

□ الجزء (ب) :

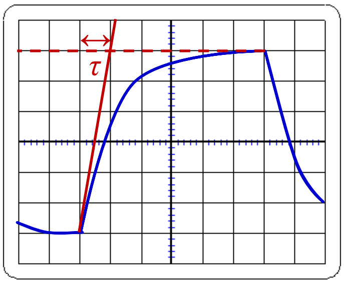
1. ثابت الزمن للدارة المتسلسلة RC هو بالتعريف : $\tau = RC$

2. عند تحولنا من مشاهدة الإشارة (1) الى مشاهدة الإشارة (2) على شاشة الجهاز قمنا بتغيير الحساسية الشاقولية من 2 V/div الى 1 V/div ، و إزاحة الإشارة بتحريكها الى الأسفل (تكبير الإشارة بتصغير سلم الرسم) قمنا بهذا الفعل من أجل إجراء قياس أكثر دقة لثابت الزمن τ .



الإشارة (1)

3. كما هو موضح بالشكل المقابل نقوم برسم المستقيم المماس لمنحنى الإشارة (2) عند المبدأ $t = 0$ ، هذا المماس يقطع المنحنى $u = 6\ V$ عند النقطة التي فاصلتها $t = \tau$. على منحنى الإشارة (2) نقرأ : $\tau = 10\ ms = 10^{-2}\ s$



الإشارة (2)

* طريقة ثانية :

نعلم أن : $u(\tau) = 0,63\ u_{max}$ ⇐ $u(\tau) = 0,63\times6 = 3,68\ V$

نقرأ على البيان : $\tau = 10\ ms = 10^{-2}\ s$

4. من العبارة : $\tau = RC$ ، نستنتج : $C = \frac{\tau}{R}$

ت ع : $\tau = 10^{-2}\ s$ ؛ $R = 1\ 000\ \Omega$ ⇐ $C = \frac{10^{-2}}{1\ 000}$ ⇐ $C = 10\times10^{-6}\ F = 10\ \mu F$

تطبيق : ③

مكثفتان لهما نفس السعة $4,7\ \mu F$ ، يمكنهما تحمل نفس التوتر $500\ V$ ، نربطهما تباعًا على التفرع ثم على التوالي ، و نطبق في كل مرة التوتر الأعظمي الذي يتحمله تجميعهما . أحسب لأجل كل من التجميعين :

1. السعة المكافئة

2. التوتر الأعظمي المطبق

3. كمية الكهرباء الكلية المختزنة

4. الطاقة الموافقة

الحل المختصر:

* التجميع المتفرع :

.1 السعة المكافئة : $C_{éq} = 4,7 + 4,7 = 9,4\ \mu F$

.2 التوتر الأعظمي المطبق : $U_{max} = 500\ V$ (توتر مشترك)

.3 كمية الكهرباء الكلية المختزنة : $Q_{total} = C_{éq}.U_{max} = 9,4\times10^{-6}\times500 = 4,7\times10^{-3}\ C$

.4 الطاقة الكهربائية المختزنة : $E_p = \frac{1}{2}\ Q_tU_m = \frac{1}{2}\times4,7\times10^{-3}\times500 = 1,175\ J$

* التجميع المتسلسل :

.1 $\frac{2}{4,7} = \frac{1}{4,7} + \frac{1}{4,7} = \frac{1}{C_{éq}}$ ⇐ $C_{éq} = 2,35\ \mu F$

.2 التوتر الأعظمي المطبق : $U_{max} = 1\ 000\ V$ (مجموع التوترين)

.3 كمية الكهرباء الكلية المختزنة : $Q_{total} = C_{éq}.U_{max} = 2,35\times10^{-6}\times1\ 000 = 2,35\times10^{-3}\ C$

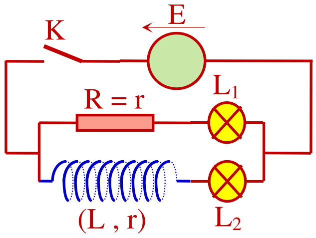
.4 الطاقة الكهربائية المختزنة : $E_p = \frac{1}{2}\ Q_tU_m = \frac{1}{2}\times2,35\times10^{-3}\times1\ 000 = 1,175\ J$

2) تطور شدة التيار الكهربائي المار في وشيعة تحريضية:

2-1) وصف الوشيعة و تصرفها في جزء من دارة :

وثيقة 01 : مجموعة وشائع

تتكون الوشيعة من سلك نحاسي طويل معزول بطبقة من الورنيش (vernis) ملفوف على أسطوانة عازلة .
تزود بعض الوشائع بنواة حديدية توضع في قلب الوشيعة لكي تزيد من عامل تحريضها – **الوثيقة 1** .
عند ربط طرفي الوشيعة الى مقياس أوم ، يشير المقياس الى قيمة ما ، نستنتج أن للوشيعة خاصية **المقاومة** الأومية لذا نقول عنها أنها وشيعة **مقاومة** .
للتعرف على سلوك وشيعة في جزء من دارة كهربائية ، نحقق التركيبة الكهربائية الموضحة **بالوثيقة – 2**
بعد غلق القاطعة تتغير شدة التيار المار في الدارة من القيمة 0 لحظة غلق الدارة الى قيمة قيمة i بعد عدة ثوان ، لذا نشاهد ما يلي :



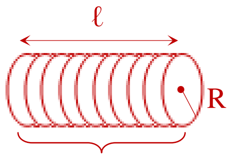
وثيقة 02 : الفعل التحريضي لوشيعة

- بالنسبة للمصباح L_1 : يتوهج مباشرة و يحافظ على إنارة ثابتة منذ البداية .
- بالنسبة للمصباح L_2 : يتوهج متأخرًا عن المصباح L_1 ، و بعد ثوان قليلة تصبح إنارة المصباحين متماثلة مما يعني تساوي شدتي التيارين الفرعيين الذين يجتازان المصباحين و هذا يدل على أن ثبات شدة التيار الفرعي المار في الوشيعة كان تدريجيًا ، و هي ظاهرة **إنتقالية** سببها وجود الوشيعة في هذا الفرع من الدارة ، حيث **حرضت** تيارًا يعاكس تيار المولد المار فيها ، و هو السبب في تأخير توهج المصباح L_2 . نستنتج أن للوشيعة خاصية أخرى هي خاصية **التحريض** ، فنقول عنها أنها وشيعة **تحريضية** .

نتيجة :
- تمانع الوشيعة لوقت قصير ظهور التيار في الدارة (**نظام إنتقالي**) .
- تتصرف الوشيعة كناقل أومي عندما يجتازها تيار ثابت الشدة (**نظام دائم**) .

✓ لكل وشيعة ميزتين هما :
- **مقاومتها الداخلية** (**r**) ، و تقدر بوحدة **الأوم** (**Ω**) .
- **ذاتيتها** (عامل تحريضها الذاتي) (**L**) ، و تقدر بوحدة **الهنري** (**H**) .

✓ الذاتية L : مقدار فيزيائي موجب ، تتعلق قيمته بالشكل الهندسي للوشيعة (طولها ℓ ، نصف قطر لفاتها R و عدد لفاتها N) . كما أن وجود النواة الحديدية يؤثر على قيمة الذاتية



وثيقة 03 : وشيعة حلزونية طويلة

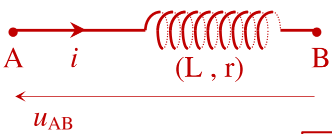
✓ بالنسبة لوشيعة حلزونية طويلة (**الوثيقة – 3**) طولها ℓ و مؤلفة من N لفة متماثلة نصف قطرها المتوسط R فإن عامل تحريضها الذاتي L يعطى بالعلاقة التالية :

$$L = \frac{4\pi\times10^{-7}.N^2.S}{\ell}$$ ؛ حيث : $S = \pi R^2$ (مساحة سطح اللفة الواحدة)

✓ يرمز للوشيعة بالرمز التالي :

✓ إذا كانت الوشيعة تحريضية صرف أي مهملة المقاومة الداخلية ($r \approx 0\ \Omega$) ، يرمز لها بالرمز :

✓ تعطى عبارة التوتر الكهربائي المطبق بين طرفي وشيعة بالعلاقة التالية :



$$u_{AB} = L\frac{di}{dt} + r\,i$$

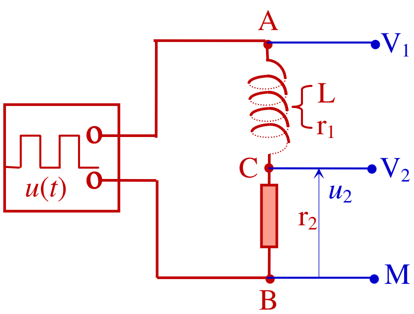
التوتر بين طرفي (L)　　　التوتر بين طرفي (r)

✓ في حالة التيار المستمر ثابت الشدة : $\frac{di}{dt} = 0$ ، في هذه الحالة تتصرف الوشيعة كناقل أومي فقط أي : $u_{AB} = r\,i$

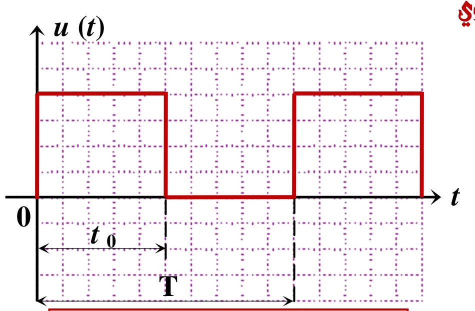
✓ في حالة كون الوشيعة تحريضية صرف : $r = 0$ فإن : $u_{AB} = L\frac{di}{dt}$

2-2) ظهور و انقطاع التيار الكهربائي في وشيعة تحريضية :

عمليًا لا توجد وشيعة لها ميزتين { L , R } تسمحان بالحصول على تغير بطيء بكفاية للتيار يمكن ملاحظته مباشرة على مقياس الأمبير . يمكن تحقيق الشروط الضرورية لملاحظة ذلك براسم إهتزاز مهبطي حيث تتكرر الظاهرة دوريًا على شاشة .
توصل وشيعة (L , r_1) على التسلسل مع ناقل أومي (r_2) – **الوثيقة 4**
بحيث يعطي مولد التركيبة توترًا كهربائيًا $u\,(t)$ بشكل إشارة مربعة دورية دورها T .
قيمة التوتر المطبق ثابتة خلال المدة ($t_0 < T$) لتنعدم خلال المدة الموالية ($T - t_0$)



وثيقة 04 : التركيب التجريبي



وثيقة 05 : التوتر المطبق $u(t)$

نختار تجريبيًا : $t_0 = \frac{T}{2}$. **الوثيقة – 5**

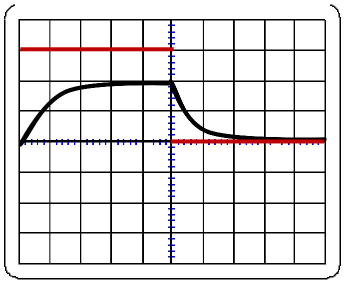
بحسب مدة نصف الدور المعتبرة ، توجد الدارة :

* إما في الحالة 1 بحيث : $u(t) = U$
* أو في الحالة 2 بحيث : $u(t) = 0$

يسمح لنا جهاز راسم إهتزاز مهبطي بمدخلين مدرج في الدارة كما هو مبين في (**الوثيقة – 4**) ، من مشاهدة خلال دور T المنحنيين :

* $u(t)$ بين طرفي الدارة A و B .
* $u_2(t)$ بين طرفي الناقل الأومي C و B

(بالتالي : $i(t)$ المتناسب مع $u_2(t)$) – **الوثيقة 6** .



وثيقة 06 : ظهور و إنقطاع التيار في دارة حثية

☒ ملاحظات :

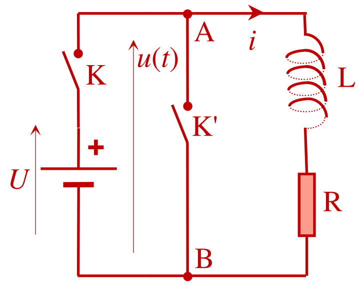
▪ وجود الناقل الأومي في الدارة ضروري لمشاهدة مخطط الظاهرة على الشاشة لكن يجب أن تكون مقاومته r_2 ضعيفة حتى تكون الدارة أقل مقاومة قدر الإمكان .

▪ جزئي المنحنى $i(t)$ لا يبديان تغيرًا عنيفًا ، التابعين المرافقين لهما مستمرين .

□ المخطط المكافئ للتركيب :

من الواجب ترجمة الحالتين المتعاقبتين الناتجتين عن تطبيق التوتر $u(t)$. نضع على التسلسل وشيعة حثية نعتبرها مثالية ذاتيتها (L) مع ناقل أومي مقاومته R تعادل مجموع مقاومات الدارة – **الوثيقة 7** .

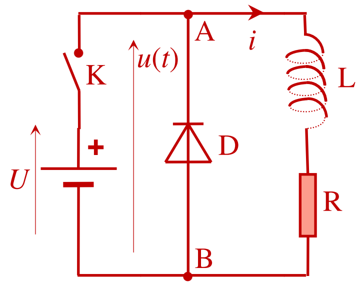
النموذج المكافئ لمولد التغذية عبارة عن منبع توتر ثابت $U = C^{te}$ موصول على التسلسل مع قاطعة K . يحقق غلق القاطعة K الحالة 1 التي يطبق فيها التوتر U على الدارة { L , R } و بالتالي ظهور التيار فيها . نريد الآن الحصول على الحالة 2 حيث : $u = 0$ ، لكن في نفس الوقت الدارة الحاوية على ثنائي القطب { L , R } يجب أن تبقى مغلقة لكي تسمح للتيار بالتخامد . نستنتج مباشرة أن فتح القاطعة K في هذه الحالة لا يفي بالغرض . نظريًا ، يمكن الحصول على الحالة 2 بالإستعانة بقاطعة أخرى 'K التي تصل ما بين الطرفين A و B و التي يجب غلقها في نفس اللحظة التي تفتح فيها القاطعة K (**الوثيقة – 7**) .



وثيقة 07 : المخطط النظري المكافئ

حيث أن التجهيز السابق يخص فقط الدراسة النظرية للتركيب ، من الأجدر بنا إعطاء تركيبة عملية للدارة قريبة جدًا من التراكيب الصناعية :

تستبدل القاطعة 'K بصمام ثنائي مثالي فرضًا (معدوم التوتر المباشر) : يدعى **(diode de roue libre)** يضمن غلق الدارة في الجهة الحقيقية لسريان التيار فيها خلال مرحلة تخامده (إنقطاعه) . **الوثيقة – 8**



وثيقة 08 : المخطط العملي المكافئ

يمكن عندئذٍ التمييز بوضوح بين حالتي الدارة 1 و 2 السابقتين :

* القاطعة K مغلقة : $u(t) = U$
* القاطعة K مفتوحة : $u(t) = 0$

□ تحليل و تفسير الأفعال الحادثة :

في **الوثيقة – 9** تم إعادة رسم المنحنيين $u(t)$ و $i(t)$ المحصل عليهما في **الوثيقة – 6** من أجل إظهار و تحديد اللحظات البارزة و المهمة من الظاهرة :

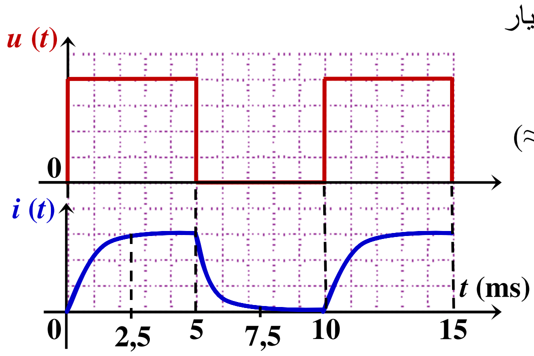
* ظهور التيار :

يوافق غلق القاطعة في المخطط المكافئ تغير $u(t)$ من القيمة 0 الى القيمة U في حين التيار لا يأخذ آنيًا قيمته النهائية $I = \frac{U}{R}$. يمكن التأكد من أن مدة ظهور التيار هي $t_1 = 2{,}5\ ms$ ، هذه القيمة تبدو صغيرة جدًا و لكن :

▪ لا يمكن إهمالها أمام دور التيار المتناوب الجيبي الصناعي (20 ms) .

▪ هي مدة كبيرة جدًا أمام مدة ظهور التيار في دارة غير تحريضية $(\approx 10ns)$

بالتالي مدة ظهور التيار تعتبر كبيرة جدًا في وجود ذاتية بسبب نشوء قوة محركة كهربائية تحريضية ذاتية معاكسة لتزايد التيار مما يجعل شدة هذا الأخير لا تتغير سريعًا لأجل توتر ثابت و محدد U .



وثيقة 09 : إعادة رسم $u(t)$ و $i(t)$

* إنقطاع التيار :

يوافق فتح القاطعة في المخطط المكافئ تغير (شبه آني) لقيمة $u(t)$ من القيمة U الى القيمة 0 عند اللحظة $\frac{T}{2}$. يمكن التأكد من أن التيار يتخامد لينعدم و ينقطع

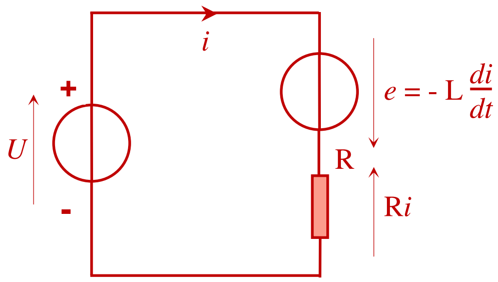
خلال المدة : $\frac{T}{2} = 2{,}5$ ms $- t_2$ ، وهي نفس المدة الضرورية لظهوره .

في هذه الحالة أيضًا تمنع القوة المحركة الكهربائية التحريضية الذاتية الناشئة حدوث تغيرات سريعة للتيار تؤدي به الى الإنقطاع آنيًا .

2−3) المعادلة التفاضلية الموافقة للتطور :

◻ الحالة 1 : ظهور التيار (غلق القاطعة K)

* المعادلة :



وثيقة 10 : مخطط عملي للدارة

بتطبيق قانون العروات (قانون التوترات) في الدارة المتسلسلة RL – **الوثيقة 10** :

$U + e - Ri = 0 \Leftarrow \boxed{U - L\frac{di}{dt} - Ri = 0}$

* حل المعادلة :

بالأخذ في الحسبان أنه عند اللحظة $t = 0^+$ (بعد غلق القاطعة مباشرة) ، تكون شدة التيار منعدمة . حل المعادلة التفاضلية السابقة هو : $\boxed{i = \frac{U}{R}(1 - e^{-Rt/L})}$

أو $\boxed{i = I(1 - e^{-Rt/L})}$ حيث : $I = \frac{U}{R}$ (شدة التيار النهائية في النظام الدائم)

∴ التابع : $t \mapsto i$ في هذه الحالة ، تابع أسي مماثل للتابع : $x \mapsto y = (1 - e^{-x})$ ؛ النسبة : $\tau = \frac{L}{R}$ يسمى « **ثابت الزمن** » ، و يقدر بوحدة الثانية (s) .

* المقادير الأخرى :

التوترات الكهربائية بين طرفي R و L توترات وهمية لأن **الوثيقة 7** – تمثل المخطط المكافئ . لنعبر عن التوترات الحقيقية للدارة المعطاة **بالوثيقة – 4** كالتالي :

- التوتر بين طرفي الناقل الأومي r_2 : $\boxed{u_2 = r_2\, i = \frac{Ur_2}{R}(1 - e^{-Rt/L})}$ ؛ هذا التوتر يتطور مماثلا لــ $i(t)$.
- التوتر بين طرفي الوشيعة (L, r_1) : يمكن الحصول عليه من العلاقة : $\boxed{u_1 = U - u_2}$ ، أو من خلال العلاقة : $\boxed{u_1 = r_1\, i + L\frac{di}{dt}}$

* مثال عددي :

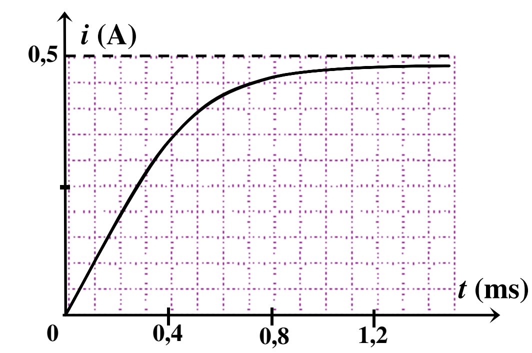
نعتبر : $U = 7{,}5$ V ؛ $R = 15\ \Omega$ ؛ $L = 6$ mH

- $\tau = \frac{L}{R} = \frac{6\times10^{-3}}{15} = 0{,}4 \times 10^{-3}$ s $= 0{,}4$ ms
- $I = \frac{U}{R} = \frac{7{,}5}{15} = 0{,}5$ A
- مع : t (ms) و i (A) $\Leftarrow$ $\mathbf{i = 0{,}5\,(1 - e^{-t/0{,}4})}$

عندما : $t \to \infty$ ؛ فإن : i تنتهي الى قيمتها الحدية $i = 0{,}5$ A .

و منه الجدول المرفق أعلاه الموافق للحالة 1 (ظهور التيار) ، و البيان $i(t)$ – **الوثيقة 11** .

t (ms)	0	0,2	0,4	0,8	1,2	1,6	2
t/τ	0	0,5	1	2	3	4	5
$e^{-t/\tau}$	1	0,667	0,368	0,135	0,050	0,018	0,007
$1 - e^{-t/\tau}$	0	0,393	0,632	0,865	0,950	0,982	0,993
I (A)	0	0,197	0,316	0,433	0,475	0,491	0,497



وثيقة 11 : المنحنى النظري لظهور التيار

☒ ملاحظات :

✓ نظريًا $e^{-t/\tau}$ لا تنعدم أبدًا مما يعني أن i لا يصل الى قيمة نظام الدوام .

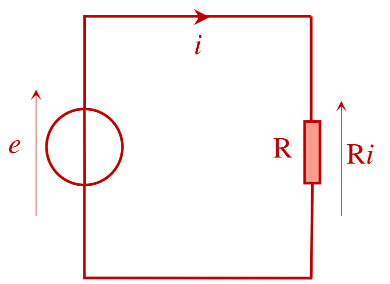
✓ عمليًا ، لأجل $t = 5\,\tau$ فإن شدة التيار : $i = 0{,}497$ A ، و هذه القيمة تختلف عن قيمة الشدة النهائية فقط بأقل من 1 % .

✓ مدة حصول الظاهرة المستدركة ($\approx 5\,\tau$) تتعلق بقيمتي R و L .

◻ الحالة 2 : إنقطاع التيار (فتح القاطعة K)

بعد فتح القاطعة K ، تصبح الوشيعة منبع للتوتر يغذي الناقل الأومي و يعزى ذلك للقوة الكهربائية التحريضية الذاتية الناشئة (**الوثيقة – 12**) . للتيار جهة غير متغيرة ، نقوم بتوجيه السلك الناقل بإتجاه سريان التيار (الجهة الإصطلاحية للتيار الإبتدائي) بالتالي يكون i موجبًا و إتجاه الشعاع الممثل لــ e (الــ ق.م.ك.ت.ذ) يكون بالجهة المعاكسة .

* المعادلة :



وثيقة 12 : مخطط عملي للدارة

بتطبيق قانون العروات (قانون التوترات) في الدارة المتسلسلة RL – **الوثيقة 12** :

$$-L\frac{di}{dt} - Ri = 0 \;\Leftarrow\; e - Ri = 0$$

بعكس الإشارتين نجد : $\boxed{L\frac{di}{dt} + Ri = 0}$

هذه المعادلة التفاضلية تشبه تلك المتحصل عليها في حالة تفريغ مكثفة .

* حل المعادلة :

بالأخذ بعين الإعتبار الشروط الإبتدائية (لحظة فتح القاطعة) حيث : $i = I_0$

فإن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو : $\boxed{i = I_0\, e^{-Rt/L}}$

∴ التابع : $t \mapsto i$ في هذه الحالة ، تابع أسي مماثل للتابع : $x \mapsto y = e^{-x}$ ؛ النسبة : $\tau = \frac{L}{R}$ يسمى « **ثابت الزمن** » لتخامد التيار ، و يقدر بوحدة الثانية (s) .

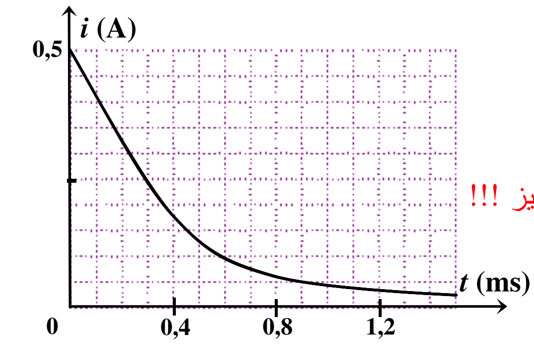
* مثال عددي :

نعتبر : $L = 6$ mH ؛ $R = 15\ \Omega$ (كما هو الحال في المثال السابق)

- $\tau = 0{,}4$ ms
- $I_0 = 0{,}5$ A
- مع : t (ms) و i (A) $\Leftarrow$ $i = 0{,}5\ e^{-t/0{,}4}$

عندما : $t \to \infty$ ؛ فإن : i تنتهي الى قيمة منعدمة .
و منه الجدول المرفق جانبه الموافق للحالة 2 (إنقطاع التيار) ، و البيان $i(t)$ – **الوثيقة 13** .

t (ms)	0	0,2	0,4	0,8	1,2	1,6	2
t/τ	0	0,5	1	2	3	4	5
$e^{-t/\tau}$	1	0,667	0,368	0,135	0,050	0,018	0,007
I (A)	0,5	0,34	0,184	0,068	0,025	0,009	0,004



وثيقة 13 : المنحنى النظري لتخامد التيار

⊠ ملاحظة :

✓ في هذه الحالة أيضًا ، تبلغ الحالة النهائية ($i = 0$) عند اللحظة : $t = 5\,\tau$

✓ فوق التوتر الناشئ عند فتح القاطعة :

نعلم أن فتح دارة تحريضية بعنف يشكل خطرًا على الفاعل و كذا على التجهيز !!!

لنعبر عن (الــ ق.م.ك.ت.ذ.) – **الوثيقة 12** :

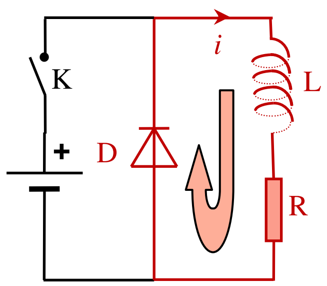
$$e = -L\frac{di}{dt} = Ri \;\Rightarrow\; \boxed{e = R\, I_0\, e^{-Rt/L} = e_0\, e^{-Rt/L}}$$

حيث : $e_0 = R\, I_0$ (عند اللحظة : $t = 0$) ؛ بالتالي الــ ق.م.ك.ت.ذ. الإبتدائية تتناسب مع مقاومة الدارة التي تتنامى فيها .

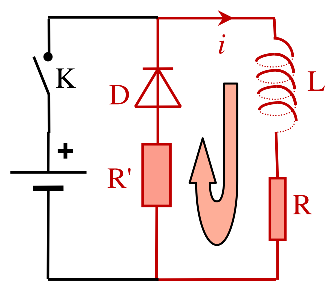
- إذا بقيت الدارة مغلقة ، مثل الدارة التي إستعملناها ، تأخذ e_0 قيمة معقولة : $R\, I_0 = 15 \times 0{,}5 = 7{,}5$ V
- إذا ما تم فتح الدارة بعنف ! فإن مقاومة الدارة تصبح لا نهائية و كذلك e_0 !!

مثال : بالنسبة لمحرك تيار مستمر إستطاعته بضعة كيلو واط تشير بطاقة معطياته الى :
لأجل تيار شدته 1 A يتم قطعه خلال 1 ms ، إذا كانت : $L = 20$ H فإن : $E_{moy} = L\frac{\Delta i}{\Delta t} = 20 \times \frac{1}{0{,}001} = 20\,000$ V

- عمليًا لتفادي الأخطار المشار إليها سلفًا ، من الضرورة بما كان إدراج صمام ثنائي في الدارة كما هو مبين في **الوثيقة – 14** .
- بما أن ثابت الزمن τ يتناسب عكسًا مع مقاومة الدارة ، لذلك من أجل تخامد سريع للتيار يمكن ضم ناقل أومي 'R على التسلسل مع الصمام الثنائي . مثلاً إذا كان : $R' = 9\,R$ فإن : $\tau' = \frac{L}{R + R'} = \frac{\tau}{10}$ (مدة التخامد تنقسم على 10) . **الوثيقة – 15**

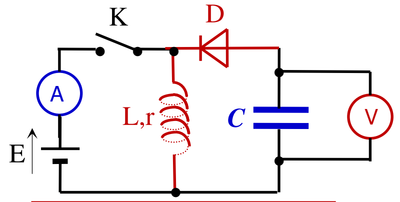


وثيقة 14 : تخامد مباشر للتيار



وثيقة 15 : تخامد سريع للتيار

2-4) الطاقة المخزنة في وشيعة :



$E = 6$ V
$L = 20$ mH , $r = 4{,}4\ \Omega$
$C = 15{,}5\ \mu$F

وثيقة 16 : مخطط الدارة

لإظهار الطاقة المخزنة في وشيعة نحقق التركيب الكهربائية المرفقة جانبه . **الوثيقة – 16**
نغلق القاطعة فيشير مقياس الآمبير الى مرور تيار كهربائي شدته 2 A ، بينما مقياس الفولط يشير الى القيمة 0 . يدل ذلك على أن التيار مر في الوشيعة فقط ، و بالتالي بقيت المكثفة غير مشحونة . في هذه الحالة تقوم الوشيعة بتخزين الطاقة التي تعطى بالعلاقة :

$$\boxed{E_p = \frac{1}{2}L.I^2}$$

$$\therefore \quad E_p = \frac{1}{2}L.I^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}02 \times 2^2 = 0{,}04 \text{ J}$$

نفتح القاطعة فيشير مقياس الفولط الى قيمة سالبة قدرها -59 V ، و هي قيمة التوتر الذي تشحن تحته المكثفة . في هذه الحالة تخزن المكثفة طاقة تعطى بالعلاقة :

$$E'_p = \frac{1}{2}C.u^2 = \frac{1}{2}\times 15{,}5 \times 10^{-6} \times (-59)^2 = 0{,}027 \text{ J}$$

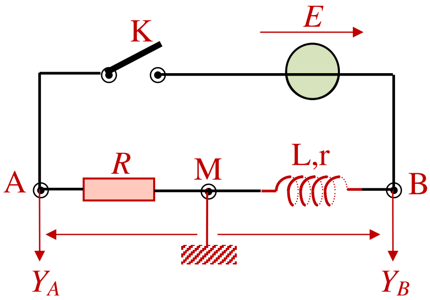
نلاحظ وجود فرق بين الطاقتين E_p و E'_p . هذا الفرق يعزى الى الضياع الحادث في طاقة الجملة الكلية بشكل حراري في مقاومات الدارة بمفعول جول : $\Delta E_p = 0{,}040 - 0{,}027 = 0{,}013$ J

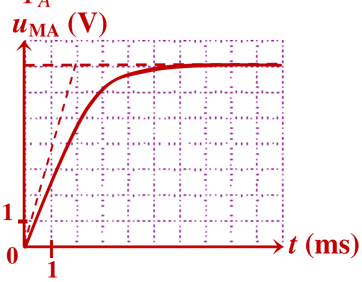
$\therefore$ مردود تحويل الطاقة هو : $0{,}675 = \frac{0{,}027}{0{,}040} = \frac{E'_p}{E_p} = \eta \Leftarrow \boxed{\eta = 67{,}5\ \%}$

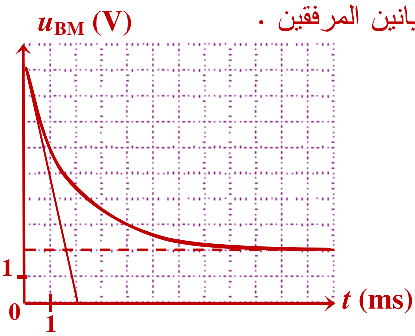
تطبيقات :

تطبيق : ① (تمرين محلول 2 – ص : 158 . الكتاب المدرسي)

دارة كهربائية تضم على التسلسل مولد توتر مستمر مثالي قوته المحركة الكهربائية E .
ناقل أومي مقاومته R ، وشيعة $(L , r = 10\ \Omega)$. نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$
و نتابع تغيرات التوتر u_{MA} بين طرفي المقاومة ، و التوتر u_{BM} بين طرفي الوشيعة
بواسطة راسم إهتزاز و الذي يظهر على شاشته البيانين المرفقين .







1. أحسب E .
2. أحسب L ، R .
3. عبّر عن i بدلالة (R ، L ، E ، r) و أحسب قيمته عند اللحظة $t = 3$ ms .
4. أحسب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند نفس اللحظات السابقة .
5. عيّن قيمة ثابت الزمن للدارة .

الحل :

1. حساب E : حسب قانون التوترات (العروات) في الدارة المتسلسلة $\Leftarrow E = u_{BA} = u_{BM} + u_{MA}$

قانون أوم للناقل الأومي $\Leftarrow u_{MA} = Ri$ ؛ الوشيعة : $u_{BM} = L\frac{di}{dt} + ri \Leftarrow \boxed{E = L\frac{di}{dt} + (R+r)i}$ .... (*)

بالرجوع الى المنحنيين البيانيين نجد :

* عند لحظة بلوغ النظام الدائم حيث : $i = C^{te} \Leftarrow \frac{di}{dt} = 0$ يكون : $u_{MA} = 7$ V و $u_{BM} = 2$ V $\Leftarrow \boxed{E = 9 \text{ V}}$

* عند اللحظة $t = 2$ ms مثلا يكون : $u_{MA} = 4{,}4$ V و $u_{BM} = 4{,}6$ V $\Leftarrow \boxed{E = 9 \text{ V}}$

2. حساب L ، R : في النظام الدائم لدينا $\frac{di}{dt} = 0$ ، بالتالي : $E = (R+r)i = 9$ V

حيث : $\begin{cases} u_{MA} = Ri = 7 \text{ V} \\ u_{BM} = ri = 2 \text{ V} \end{cases}$ و منه : $\frac{u_{MA}}{u_{BM}} = \frac{R}{r} = \frac{7}{2}$ أي : $R = \frac{7r}{2} = 35\ \Omega$ و منه : $\boxed{R = 35\ \Omega}$

لدينا : $u_{MA} = Ri$ ، و منه : $\frac{du_{MA}}{dt} = R\frac{di}{dt}$

* من البيان $u_{MA} = f(t)$ ، عندما : $t = 0$ ميل المماس $\frac{du_{MA}}{dt} = \frac{7}{0{,}002} = 3\,500 \Leftarrow \frac{di}{dt} = \frac{3\,500}{R} = 100$

* من البيان $u_{BM} = f(t)$ ، لأجل $t = 0$ لدينا : $u_{BM} = L\frac{di}{dt} = 9$ V $\Leftarrow \boxed{L = 0{,}09 \text{ H}}$

3. التعبير عن i بدلالة (R ، L ، E ، r) و حساب قيمته عند اللحظة $t = 3$ ms :

المعادلة السابقة (*) ⇐ $E - L\dfrac{di}{dt} - (R+r)i = 0$ ، و هي معادلة تفاضلية حلها من الشكل :

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-(R+r)t/L}\right)}$$

لأجل : $t = 3\text{ ms} = 0{,}003\text{ s}$ ، فإن : $\boxed{i = 0{,}155\text{ A}}$

4. حساب الطاقة المخزنة في الوشيعة :

بالتعريف : $\boxed{E_p = \frac{1}{2}L.I^2}$ ⇐ $E_p = \frac{1}{2} \times 0{,}09 \times 0{,}155^2 = 1{,}1 \times 10^{-3}\text{ J}$ ⇐ $\boxed{E_p = 1{,}1\text{ mJ}}$

5. حساب ثابت الزمن :

ثابت الزمن لثنائي القطب (R+r , L) هو بالتعريف : $\boxed{\tau = \dfrac{L}{R+r}}$ ⇐ $\tau = \dfrac{0{,}09}{35+10} = 0{,}0002\text{ s}$ ⇐ $\boxed{\tau = 2\text{ ms}}$

تطبيق : ②

توتر كهربائي ثابت و دائم $U = 12$ V ، يطبق على وشيعة ذاتيتها $L = 0{,}2$ H و مقاومتها $r = 10\ \Omega$.
تؤخذ لحظة تطبيق التوتر على الوشيعة كمبدأ للأزمنة :

1. أكتب عبارة شدة التيار i المار في الدارة .
2. خلال كم من الزمن t_1 تبلغ شدة التيار المار في الدارة القيمة 0,5 A ؟
3. كم هي شدة التيار i عند اللحظة $t_2 = 0{,}05$ s ؟

الحل :

1. عبارة الشدة اللحظية $i(t)$ للتيار المار في الدارة :

نعلم أن شدة التيار المار في دارة تحريضية (r , L) تعطى بالعلاقة : $\boxed{i(t) = I\left(1 - e^{-rt/L}\right)}$

حيث : ــ ثابت الزمن للدارة rL هو : $\tau = \dfrac{L}{r}$ ⇐ $\tau = \dfrac{0{,}2}{10} = 0{,}02\text{ s}$ ⇐ $\dfrac{rt}{L} = 50t$

ــ شدة التيار النهائية في النظام الدائم هي : $I = \dfrac{U}{r} = \dfrac{12}{10} = 1{,}2\text{ A}$

بالتالي : $\boxed{i(t) = 1{,}2\left(1 - e^{-50t}\right)}$ مقدرة في ج.و.د (S.I)

2. حساب المدة t_1 :

لدينا : $0{,}5 = 1{,}2\left(1 - e^{-50t_1}\right)$ ⇐ $e^{-50t_1} = \dfrac{7}{12}$ ⇐ $e^{50t_1} = \dfrac{12}{7}$ ⇐ $50t_1 = \ln\dfrac{12}{7} = 0{,}539$

∴ $t_1 = \dfrac{0{,}539}{50} = 0{,}0108\text{ s} = 10{,}8\text{ ms}$ ⇐ $\boxed{t_1 = 10{,}8\text{ ms}}$

3. شدة التيار عند اللحظة t_2 :

لدينا : $\dfrac{rt_2}{L} = 50t_2 = 50 \times 0{,}05 = 2{,}5$ ⇐ $i = 1{,}2\left(1 - e^{-2{,}5}\right) = 1{,}1\text{ A}$ ⇐ $\boxed{i = 1{,}1\text{ A}}$

تطبيق : ③

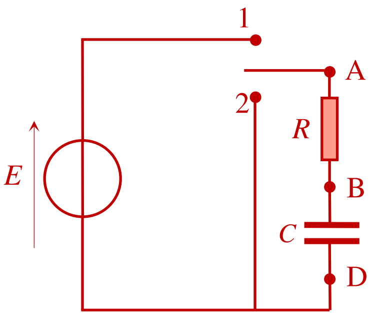
نفس الأسئلة كما في التطبيق ② ، حيث :

$$E = 3\text{ V} \ ; \ r = 4\ \Omega \ ; \ L = 0{,}1\text{ H}$$

الحل المختصر:

1. $i(t) = 0{,}75\left(1 - e^{-40t}\right)$ (مقدرة في ج.و.د (S.I))
2. $t_1 = 34{,}65$ ms
3. $i = 0{,}65$ A

تطبيقات عامة :



تطبيق ① : « شحن و تفريغ مكثفة »

نعتبر الدارة المرفقة جانبه :

يعطى : $E = 5\ V$ ؛ $R = 10\ k\Omega$ ؛ $C = 100\ nF$

.1 شحن مكثفة عبر مقاومة :

نهتم فقط بما يحدث عندما تكون القاطعة مغلقة في الوضع 1 .

أ) طبق العلاقات الكائنة بين المقادير الكهربائية (توترات و شدات) في الدارة لإيجاد المعادلة التي تربط ما بين التوتر u_{BD} ، مشتقه بالنسبة للزمن و ميزات مكونات الدارة (المعادلة التفاضلية للشحنة) . مع التحديد بعناية و دقة للمصطلحات و الإتجاهات المختارة .

تحقق من أن : $u_{BD} = E + A\,e^{-\beta t}$ هو حل للمعادلة السابقة ، مهما كانت قيمة A ، باختيار صحيح لـــ β .

ب) المكثفة مفرغة تمامًا في البداية ، نغلق الدارة عند اللحظة $t = 0$ بوضع القاطعة في الموضع 1 .

ما هي قيمة التوتر u_{BD} عند اللحظة $t = 0$ ؟

حدد كليًا عبارة التوتر $u_{BD}\ (t)$ بدلالة الزمن و خصائص الدارة .

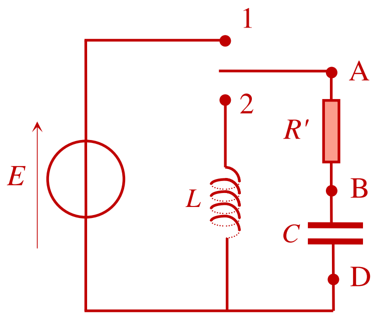
ما هو ثابت الزمن τ للدارة ؟ ماذا يمثل τ ؟ أحسب قيمته العددية .

ج) عند إدراج جهاز راسم إهتزازات في الدارة ، يمكننا من ملاحظة ظاهرة تحدث مرة واحدة أي لا تتكرر (الجهاز مزود بذاكرة) بحيث يتم توصيله بطريقة تسمح لنا بمعاينة التوتر u_{BD} . أعط سيرورة المنحنى $u_{BD}\ (t)$ الملاحظ على الشاشة .

.2 التفريغ :

عندما تشحن المكثفة ، نختار لحظة كمبدأ جديد للأزمنة يتم عندها وضع القاطعة في الموضع 2 .

بأي شكل من أشكال الطاقة ستصرف الطاقة التي إختزنتها المكثفة ؟ كم قيمتها العددية ؟



.3 إفراغ المكثفة في وشيعة تحريضية ذات مقاومة منعدمة :

أ) يتم تغيير مكونات الدارة كما هو مبين بالشكل المقابل .

تشحن المكثفة في البداية بواسطة مولد توتر قوته المحركة الكهربائية E .

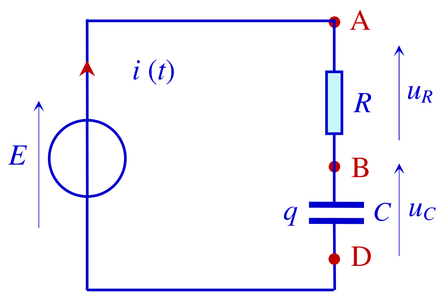
تنقل القاطعة الى الموضع 2 ، و نشاهد $u_{BD}\ (t)$ كما أسلفنا في السؤال 1. ج)

ما هي السيرورة العامة للمنحنى $u_{BD}\ (t)$ المتحصل عليه :

- إذا كانت R' ضعيفة ؟
- إذا كانت R' كبيرة ؟

ب) نفترض أن R' ضعيفة جدًا : نهتم بالحالة الحدية $R' = 0$. أوجد المعادلة التفاضلية التي تسمح بتحديد التابع $u_{BD}\ (t)$.

الحل :



.1 شحن مكثفة عبر مقاومة :

أ) في الشكل المقابل تم تمثيل الدارة المكافئة عندما تكون القاطعة في الموضع 1

قانون التوترات في هذه الدارة المتسلسلة يكتب بالشكل : $E = u_{AB} + u_{BD}$

بالأخذ بعين الإعتبار الإتجاهات المختارة : $u_{AB} = Ri\ (t)$

حيث : $i\ (t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$ و $q\ (t) = C.u_{BD}$ $\Leftarrow$ $i\ (t) = C\dfrac{du_{BD}}{dt}$

و منه المعادلة التفاضلية : $\boxed{RC\dfrac{du_{BD}}{dt} + u_{BD} = E}$

لنتحقق الآن من أن : $\boxed{u_{BD} = E + A\,e^{-\beta t}}$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة .

$u_{BD} = E + A\,e^{-\beta t}$ $\Leftarrow$ $\dfrac{du_{BD}}{dt} = -A\beta\,e^{-\beta t}$ ؛ بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$-RCA\beta\,e^{-\beta t} + E + A\,e^{-\beta t} = E$ $\Leftarrow$ $(1 - RC\beta)\,A\,e^{-\beta t} = 0$ مهما كان الزمن t .

∴ العبارة المقترحة هي فعلاً حل للمعادلة التفاضلية شرط أن يكون المعامل : $\boxed{\beta = \dfrac{1}{RC}}$

ب) المكثفة في البداية مفرغة تمامًا ، بالتالي عند اللحظة $t = 0$ يكون $u_{BD} = 0$.

بالرجوع الى حل المعادلة التفاضلية ، نكتب عند اللحظة $t = 0$: $E + A\,e^{0} = 0$ $\Leftarrow$ $E + A = 0$ $\Leftarrow$ $\boxed{A = -E}$

∴ الحل يكتب بشكله النهائي كالتالي : $\boxed{u_{BD} = E\,(1 - e^{-t/RC})}$

ثابت الزمن لثنائي قطب RC (على التسلسل) هو بالتعريف : $\boxed{\tau = RC}$

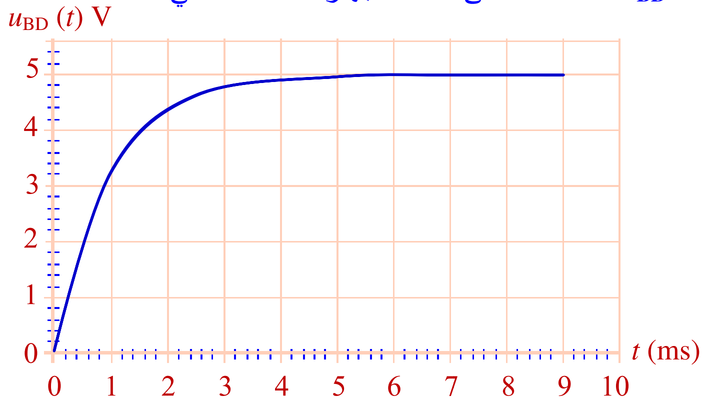
يمثل ثابت الزمن : المدة الزمنية التي خلالها يبلغ التوتر الظاهر بين طرفي مكثفة % 63 من قيمته الأعظمية .

قيمته العددية : $\tau = RC \Leftarrow \tau = 10^4 \times 10^{-7} = 10^{-3}\ s = 1\ ms \Leftarrow \boxed{\tau = 1\ ms}$

ج) عندما تشحن المكثفة ، $u_{BD} = E\,(1 - e^{-t/RC})$ ؛ نلاحظ على شاشة الجهاز المخطط التالي :

حيث :

$\tau = 1\ ms$ ؛ $E = 5\ V$



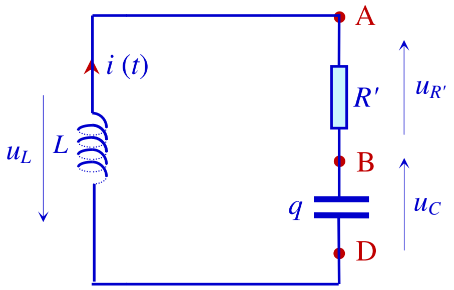
2. **التفريغ :**

– الطاقة المختزنة في المكثفة تستهلك في الدارة بشكل حراري بمفعول جول في المقاومة .

– الطاقة المختزنة في مكثفة تعطى بالعبارة التالية : $\boxed{E_p = \frac{1}{2} C.u^2_{BD}}$

ت.ع : في نهاية الشحن يكون : $u_{BD} = E$ بالتالي : $E_p = \frac{1}{2} \times 100 \times 10^{-9} \times 5^2 = 1{,}25 \times 10^{-6}\ J \Leftarrow \boxed{E_p = 1{,}25\ \mu J}$

3. **إفراغ المكثفة في وشيعة تحريضية ذات مقاومة منعدمة :**



أ) عند اللحظة $t = 0$ ، المكثفة مشحونة تمامًا و منه : $u_{BD}(0) = E$.

الدارة المكافئة لأجل : $t > 0$ هي الممثلة بالشكل الموافق

– إذا كانت R' ضعيفة ، نلاحظ تفريغ إهتزازي متخامد (المخطط – 1) .

– إذا كانت R' كبيرة ، لا توجد إهتزازات (المخطط – 2 أو 3) .

ب) التوتر بين طرفي الوشيعة يكتب : $u_L = L\frac{di}{dt}$

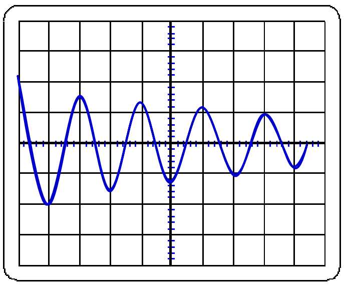
بالأخذ بعين الإعتبار عبارة $i\ (t) = \frac{dq}{dt}$ ، $u_L = L\frac{d^2q}{dt^2} = LC\frac{d^2u_{BD}}{dt^2}$

قانون التوترات في الدارة المتسلسلة يكتب : $u_L + u_{AB} + u_{BD} = 0$ ؛ $u_{AB} = 0$ لأن $R' = 0$

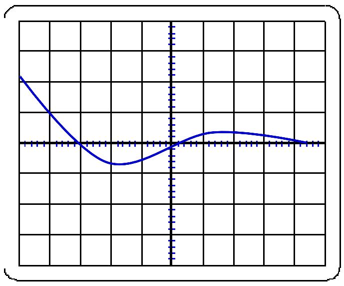
و منه عبارة المعادلة التفاضلية : $\boxed{\frac{d^2u_{BD}}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_{BD} = 0}$

☒ **ملاحظة :** المعادلة التفاضلية السابقة ، معادلة من الدرجة الثانية حلها من الشكل : $u_{BD}\ (t) = U\cos(\omega t + \phi)$

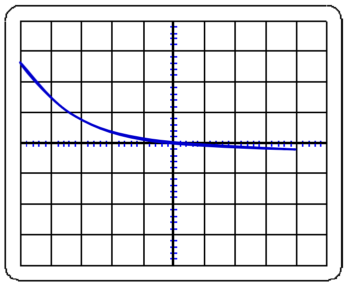
حيث : الشروط الإبتدائية للجملة ($t = 0 \Leftarrow u_{BD} = E$ ، $i = 0$) بالتالي : $U = E$ و $\phi = 0 \Leftarrow u_{BD}\ (t) = E\cos\omega t$.



المخطط – 1



المخطط – 2

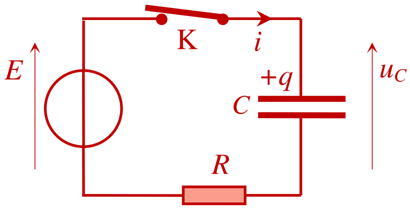


المخطط – 3

تطبيق : ② « شحن مكثفة »

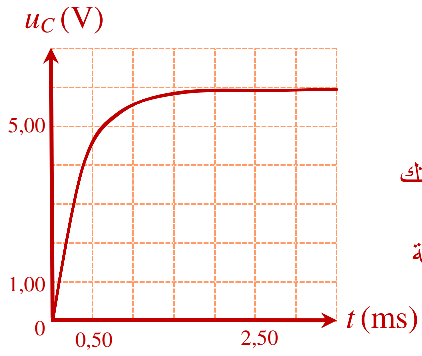
نريد دراسة تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة بغرض تحديد سعة المكثفة .

مولد توتر المحركة الكهربائية E يغذي ناقل أومي مقاومته $R = 100\ \Omega$ و مكثفة سعتها C (**الشكل – 1**) . تجهيز مناسب موصول الى جهاز إعلام آلي يسمح بمتابعة تطور التوتر u_C بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن .



الشكل - 1

عند اللحظة $t_0 = 0\ s$ ، نغلق القاطعة K فيسجل الحاسوب المنحنى $u_C = f(t)$ (**الشكل – 2**)



الشكل - 2

1. بالإعتماد على **الشكل – 2** ، أوجد الزمن t_1 الذي ابتداءً منه يعتبر التوتر u_C ثابتًا . ما هي الظاهرة الفيزيائية الممثلة بجزء المنحنى الكائن قبل اللحظة t_1 ؟
2. أوجد قيمة E بإستعمال **الشكل – 2** . مع الشرح .
3. أوجد قيمة ثابت الزمن $\tau = RC$ للدارة بإستعمال **الشكل – 2** .

➢ **للتذكير** : ثابت الزمن τ هو المدة التي خلالها يصل التوتر بين طرفي المكثفة المفرغة تمامًا في البداية الى 63 % من قيمته الأعظمية .

4. إستنتج قيمة تقريبية للسعة C .
5. قيم ، إنطلاقًا من **الشكل – 2** ، المدة Δt الضرورية لكي تشحن المكثفة تمامًا . قارن Δt مع τ .
6. هل يجب زيادة أم إنقاص قيمة R لكي يتم شحن المكثفة بأسرع وقت ممكن ؟ برّر إجابتك
7. بإحترام الجهة الإصطلاحية للتيار المبينة على **الشكل – 1** . بيّن بأن المعادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر u_C خلال الشحن ، إنطلاقًا من اللحظة t_0 ، تكتب بالشكل :

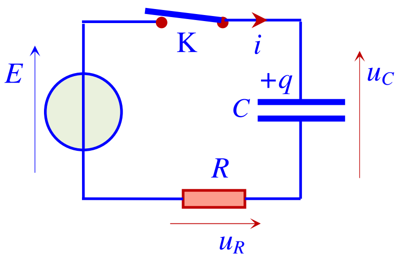
$$E - u_C - RC\frac{du_C}{dt} = 0$$

8. علمًا أن : $u_C = E\,(\,1 - e^{-t/RC}\,)$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة ، و باحترام الجهة الإصطلاحية للتيار الموضحة على **الشكل – 1** ، أوجد عبارة الشدة اللحظية للتيار $i\,(t)$. إستنتج سيرورة المنحنى $i = f(t)$.

الحل :

1. من **الشكل – 2** ، يمكننا أن نعتبر بأن التوتر u_C يثبت إنطلاقًا من اللحظة $t_1 = 2{,}0\ ms$ ، لأنه بعد هذه اللحظة لا يمكننا تمييز أي تغير ملحوظ لهذا التوتر .

قبل اللحظة t_1 ، نصر على وجود مرحلة إنتقالية خلالها تتم عملية شحن للمكثفة أين يتزايد التوتر المطبق بين طرفيها بمرور الزمن .



☒ **ملاحظة** : لاحظ جيدًا **الشكل – 1** المعطى الذي يظهر الإتجاه الموجب المختار لسريان التيار في الدارة ، و كذا التمثيل الإصطلاحي المستعمل للتعبير عن التوتر المطبق بين طرفي الآخذة .

2. بتطبيق قانون التوترات في الدارة المتسلسلة المدروسة (لاحظ الشكل المقابل)

$E = u_C + u_R$

حسب قانون أوم : $u_R = Ri$ ؛ و حسب تعريف شدة التيار : $i = \dfrac{dq}{dt}$

نحصل على : $E = u_C + R\dfrac{dq}{dt}$

هذه العبارة صحيحة في كل لحظة ، و بوجه خاص عند بلوغ النظام الدائم في الدارة ، أي عندما لا تتغير شحنة المكثفة في نهاية الشحن فإن : $\dfrac{dq}{dt} = 0$. بالتالي في هذه المرحلة يكون : $\boxed{E = u_C}$

الشكل – 2 ، المعطى يسمح لنا بقراءة قيمة u_C في النظام الدائم و التي هي قيمة E : $\boxed{E = 6{,}00\ V}$

3. ثابت الزمن τ يوافق فاصلة النقطة من المنحنى $u_C = f(t)$ التي ترتيبها $u_C(\tau)$ يوافق 63 % من القيمة الأعظمية لـ u_C (أي 63 % من قيمة E) . بالتالي لأجل : $E = 6{,}00\ V$ يكون بالتعريف : $E(\tau) = 0{,}63 \times E = 3{,}8\ V$

بالرجوع للبيان (**الشكل – 2**) نجد : $\boxed{\tau = 0{,}28\ ms}$

4. عبارة ثابت الزمن تسمح لنا بحساب C ، بالفعل : $\boxed{C = \dfrac{\tau}{R}}$

ت.ع : لدينا $R = 100\ \Omega$ ؛ $\tau = 0{,}28\ ms = 28 \times 10^{-5}\ s$ ، بالتالي : $\boxed{C = 2{,}8 \times 10^{-6}\ F = 2{,}8\ \mu F}$

.5 تشحن المكثفة تمامًا عندما يصبح التوتر المطبق بين طرفيها ثابتًا (النظام الدائم) أي عند اللحظة t_1 التي وجدناها بيانيًا ، يمكننا عندئذٍ إستنتاج المدة الزمنية Δt الضرورية لتحقيق الشحن التام للمكثفة : $\boxed{\Delta t = t_1 - t_0}$

حيث أن : $t_1 = 2{,}0\ \text{ms}$ و $t_0 = 0$ ، فإن : $\boxed{\Delta t = 2{,}0\ \text{ms}}$

لنقارن عندئذٍ Δt مع τ : $\dfrac{\Delta t}{\tau} = \dfrac{2{,}0}{0{,}28} = 7{,}1$ ؛ أي أن : $\boxed{\Delta t = 7{,}1\ \tau}$

هذه النتيجة متوافقة و واقعية لأننا نعلم أنه خلال $\Delta t = 5\ \tau$ يمكن لمكثفة أن تشحن بنسبة تفوق بقليل **99 %** من شحنتها الأعظمية النهائية .

.6 تشحن المكثفة بأسرع وقت ممكن كلما كان ثابت الزمن $\tau = RC$ ضعيفًا جدًا ، لذلك يجب **إنقاص قيمة** R لإنقاص قيمة ثابت الزمن و **شحن المكثفة سريعًا** .

.7 بالعودة الى العبارة المتحصل عليها في إجابة السؤال – 2 : $E = u_C + R\dfrac{dq}{dt}$

لكن شحنة المكثفة q تتناسب مع التوتر الظاهر بين طرفيها وفق العلاقة : $q = C.u_C$ ، بالتعويض في العبارة السابقة نجد :

$E = u_C + R\dfrac{d(C.u_C)}{dt}$ ، و منه : $\boxed{E - u_C - RC\dfrac{du_C}{dt} = 0}$

.8 تعطى شدة التيار الكهربائي كل لحظة بالعبارة :

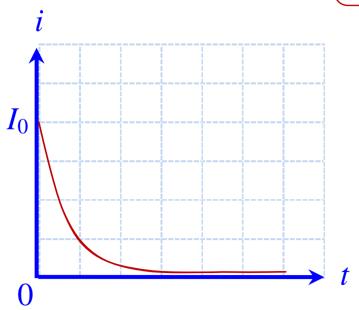
$i\ (t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$ ، حيث : $q\ (t) = C.u_C\ (t)$. بالتالي : $i\ (t) = C\dfrac{du_C\ (t)}{dt}$

لنحسب عندئذٍ مشتق التوتر $u_C\ (t)$ بالنسبة للزمن ، و الذي عبارته : $u_C = E\ (\ 1 - e^{-t/RC}\ )$ ، نحصل على :

$\dfrac{du_C\ (t)}{dt} = \dfrac{E}{RC}e^{-t/RC}$ ، و منه عبارة الشدة اللحظية للتيار : $\boxed{i\ (t) = \dfrac{E}{R}e^{-t/RC}}$

أو : $\boxed{i\ (t) = I_0\ e^{-t/RC}}$ ، حيث : $\boxed{I_0 = \dfrac{E}{R}}$

و منه المنحنى الممثل للشدة اللحظية : $i = f\ (t)$



(المنحنى الممثل للتابع $i\ (t)$ له سيرورة تابع أسي متناقص قيمته $I_0 = \dfrac{E}{R}$ عند لحظة بداية الشحن $t = 0$ ، و ينتهي الى الصفر (0) عندما يؤول الزمن t نحو $+\infty$ « **نهاية الشحن** »)

تطبيق : 3 « التمرين – 5 ، ص : 160 – الكتاب المدرسي »

لدينا مجموعة مكثفات متماثلة ، سعة كل منها $C_1 = 0{,}1\ \text{mF}$.

.1 عين طريقة تجميع عدد من هذه المكثفات للحصول على مكثفة مكافئة سعتها **5 mF** .

.2 حدد عدد المكثفات المستعملة .

.3 نشحن مجموعة المكثفات المستعملة تحت توتر $u = 40\ \text{V}$.

أ) ما هي شحنة المكثفة المكافئة ؟

ب) ما هي شحنة كل مكثفة ؟

الحل :

.1 لكي نعرف طريقة توصيل المكثفات لا بد أن نعرف ما يلي :

عند وصل المكثفات على التسلسل تكون السعة المكافئة $C_{éq}$ أصغر من سعة أي مكثفة مستعملة ، لأن : $\dfrac{1}{C_{éq}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_3} + \ldots$

بينما عند التوصيل على التفرع تكون سعة المكثفة المكافئة $C_{éq}$ أكبر من سعة أي من المكثفات ، لأن : $C_{éq} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$

طريقة ربط المكثفات **على التفرع** لأن : $C_{éq} > C_1$

.2 بما أن المكثفات متماثلة السعة و موصولة على التفرع فإن : $C_{éq} = \text{n}\ C_1$ ، حيث : n عدد المكثفات المستعملة .

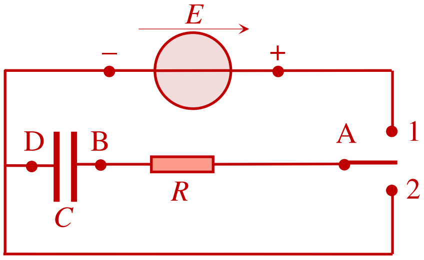
$\therefore\quad \text{n} = \dfrac{C_{éq}}{C_1} \Leftarrow \text{n} = \dfrac{5 \times 10^{-3}}{10^{-4}} = 50 \Leftarrow \text{n} = 50$

.3 أ) شحنة المكثفة المكافئة : $q_{éq} = C_{éq}.u = 5 \times 10^{-3} \times 40 = 0{,}2\ \text{C}$

ب) شحنة كل مكثفة : $q_1 = \dfrac{q_{éq}}{\text{n}} = \dfrac{0{,}2}{50} = 4 \times 10^{-3}\ \text{C}$

تطبيق : ③ « التمرين – 12 ، ص : 162 – الكتاب المدرسي »

تتألف دارة كهربائية من مولد للتوتر الثابت $E = 6\ V$ و مكثفة فارغة سعتها $C = 0,1\ \mu F$ و مقاومة $R = 100\ k\Omega$ كما بالشكل المرفق



1. عند اللحظة $t = 0$ ، نضع البادلة في الوضع 1 فتبدأ عملية شحن المكثفة .

أ) استعمل قانون أوم و قانون جمع التوترات لكتابة المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة : $u_{BD} = u\ (t)$

ب) تحقق أن حل هذه المعادلة من الشكل : $u_{BD} = E + a\ e^{-bt}$ باختيار صحيح لـــ b .

ج) بين أن : $a = -E$ ، ثم أوجد قيمة τ .

2. أكمل الجدول التالي :

t (s)	0	τ	$5\ \tau$
u_{BD} (V)			

3. أرسم البيان : $u_{BD} = f\ (t)$

4. نضع البادلة في الوضع 2 لتفريغ المكثفة .

أ) الى أين تذهب الطاقة المخزنة في المكثفة ؟

ب) ما هي القيمة العددية لهذه الطاقة ؟

الحل :

1. أ) قانون التوترات في الدارة المتسلسلة يكتب بالشكل : $E = u_{AB} + u_{BD}$

حسب قانون أوم للمقاومة الأومية : $u_{AB} = Ri\ (t)$

حيث : $i\ (t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$ و $q\ (t) = C.u_{BD}$ ⇐ $i\ (t) = C\dfrac{du_{BD}}{dt}$ ⇐ $u_{AB} = u\ (t) = RC\dfrac{du_{BD}}{dt}$

و منه : $\boxed{E = RC\dfrac{du_{BD}}{dt} + u_{BD}}$ أو : $\boxed{\dfrac{du\ (t)}{dt} + \dfrac{1}{RC}u\ (t) = \dfrac{E}{RC}}$ .... (م.التفاضلية للدارة)

ب) للتحقق من كون العبارة $u\ (t) = E + a\ e^{-bt}$ تشكل حلاً للمعادلة التفاضلية ، نشتق هذه العبارة ثم نعوض في المعادلة

التفاضلية كل من : $u\ (t)$ و $\dfrac{du\ (t)}{dt}$ ، فنجد : $\dfrac{du\ (t)}{dt} = 0 - ab\ e^{-bt}$

$\therefore$ $-ab\ e^{-bt} + \dfrac{1}{RC}(E + a\ e^{-bt}) = \dfrac{E}{RC}$

المعادلة السابقة محققة عند الإختيار الصحيح لـــ b ، و هو أن : $\boxed{b = \dfrac{1}{RC} = \dfrac{1}{\tau}}$

و بذلك يكون : $u\ (t) = E + a\ e^{-bt}$ حلاً للمعادلة التفاضلية للدارة RC : $\dfrac{du\ (t)}{dt} + \dfrac{1}{RC}u\ (t) = \dfrac{E}{RC}$

ج) المكثفة في البداية فارغة تماماً ، بالتالي عند اللحظة $t = 0$ يكون $u\ (0) = 0$.

بالرجوع الى حل المعادلة التفاضلية ، نكتب عند اللحظة $t = 0$: $E + a\ e^{0} = 0$ ⇐ $E + a = 0$ ⇐ $\boxed{a = -E}$

$\therefore$ الحل يكتب بشكله النهائي كالتالي : $\boxed{u\ (t) = E\ (1 - e^{-t/RC})}$

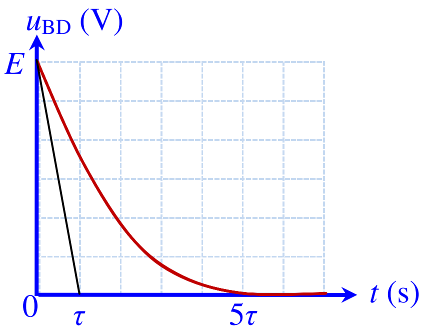
بالتعريف : $\boxed{\tau = RC}$ ؛ $(\ C = 0,1\ \mu F = 10^{-7}\ F$ ، $R = 100\ k\Omega = 10^{5}\ \Omega\ )$ ⇐ $\boxed{\tau = 0,01\ s = 10\ ms}$

2. تكملة الجدول :

t (s)	0	τ	$5\ \tau$
u_{BD} (V)	6,00	3,78	0,00

3. رسم البيان : $u_{BD} = f\ (t)$

(أنظر البيان جانبه)



البيان : $u_{BD} = f\ (t)$

4. أ) بما أن دارة التفريغ لا تحتوي إلا على مقاومة أومية ، بالتالي تتحول كل الطاقة المخزنة في المكثفة خلال تفريغها الى تحويل حراري بفعل جول يظهر بإنتشار الحرارة في المقاومة تؤدي الى ارتفاع درجة حرارة الناقل الأومي .

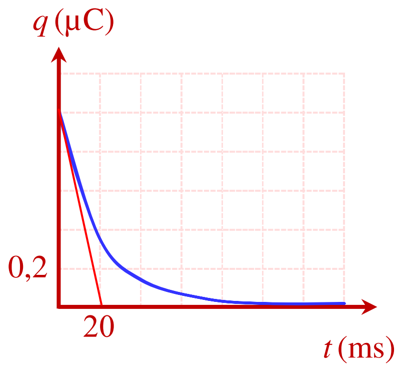
ب) بالتعريف : $\boxed{E_p = \dfrac{1}{2}C.u^2}$ ⇐ $E_p = \dfrac{1}{2} \times 10^{-7} \times 6^2 = 1,8 \times 10^{-6}\ J$

⇐ $\boxed{E_p = 1,8\ \mu J}$

تطبيق : ④ « التمرين – 13 ، ص : 162 – الكتاب المدرسي »

مكثفة سعتها C تم شحنها تحت توتر ثابت ($E = 5\ V$) . ثم أعيد تفريغها في ناقل أومي مقاومته ($R = 100\ k\Omega$) و ذلك عند اللحظة ($t = 0$) .

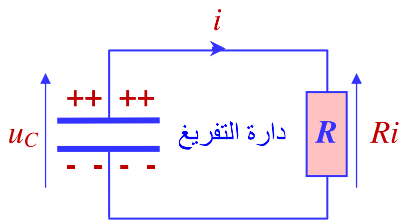
يمثل البيان المرفق جانبه تطورات شحنة المكثفة أثناء تفريغها .



1. أكتب المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $q\,(t)$ خلال التفريغ .
2. بيّن أن حلها هو : $q\,(t) = Q_0\, e^{-t/\tau}$
3. برهن أن المماس للبيان عند المبدأ يقطع محور الأزمنة عند نقطة توافق $t = \tau$
4. عيّن بيانيًا ثابت الزمن .
5. أحسب سعة المكثفة C .
6. أحسب شحنة المكثفة عند اللحظتين $t = 0$ ، $t = 5\tau$.
7. أحسب شدة التيار عند نفس اللحظتين السابقتين .

الحل :

1. بتطبيق قانون التوترات في دارة التفريغ لثنائي القطب RC :



$u_C - Ri = 0$ ؛ حيث أن q موجبة و متناقصة مع الزمن ، فإن تغير الشحنة dq يكون بإشارة سالبة ، فنكتب : $i = -\dfrac{dq}{dt}$

كذلك ، و بالتعريف من العلاقة : $u_C = \dfrac{q}{C}$ ، فإن معادلة التفريغ تصبح من الشكل : $\boxed{\dfrac{q}{C} + R\,\dfrac{dq}{dt} = 0}$ أو : $\boxed{\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{RC}\,q\,(t) = 0}$

2. لإثبات صحة الحل : $q\,(t) = Q_0\, e^{-t/\tau}$ ، نشتق هذا الأخير و نعوض في المعادلة التفاضلية السابقة :

$\dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{Q_0}{\tau}\, e^{-t/\tau} \Leftarrow -\dfrac{Q_0}{\tau}\, e^{-t/\tau} + \dfrac{1}{RC}\,Q_0\, e^{-t/\tau} = -\dfrac{Q_0}{\tau}\, e^{-t/\tau} + \dfrac{Q_0}{\tau}\, e^{-t/\tau} = 0$ حيث : $\boxed{\tau = \dfrac{1}{RC}}$

3. معادلة المستقيم المماس للبيان $q = f\,(t)$ عند المبدأ ($t = 0\ ;\ q = Q_0$) هي من الشكل :

$q = at + b$ (مستقيم مائل لا يمر بالمبدأ) ، حيث :

* $t = 0 \Leftarrow q = b = Q_0 \Leftarrow \boxed{b = Q_0}$ (ترتيب نقطة التقاطع مع محور الشحنة)

* $a = \dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{Q_0}{\tau}\, e^{-t/\tau}$ ؛ $t = 0 \Leftarrow \boxed{a = -\dfrac{Q_0}{\tau}}$ (معامل التوجيه « الميل »)

$\therefore$ معادلة المماس عند المبدأ هي : $\boxed{q\,(t) = -\dfrac{Q_0}{\tau}\,t + Q_0}$

عند التقاطع مع محور الأزمنة يكون : $q\,(t) = 0$ ؛ بالتعويض في معادلة المماس نجد : $0 = -\dfrac{Q_0}{\tau}\,t + Q_0$

بالتالي : $\boxed{t = \tau}$

4. بيانيًا ، $\boxed{\tau = 20\ ms = 0{,}02\ s}$

5. بالتعريف : $\tau = \dfrac{1}{RC} \Leftarrow \boxed{C = \dfrac{\tau}{R}} \Leftarrow C = \dfrac{0{,}02}{10^5} = 2 \times 10^{-7}\ F \Leftarrow \boxed{C = 0{,}2\ \mu F}$

6. $t = 0 \Leftarrow q\,(0) = Q_0 = 10^{-6}\ C \Leftarrow \boxed{q\,(0) = 1\ \mu C}$

$t = 5\tau \Leftarrow q\,(5\tau) = Q_0\, e^{-5\tau/\tau} \Leftarrow q\,(5\tau) = 10^{-6} \times e^{-5} = 6{,}7 \times 10^{-9}\ C \Leftarrow \boxed{q\,(5\tau) = 6{,}7\ nC}$

7. لدينا بالتعريف : $i\,(t) = -\dfrac{dq}{dt} = \dfrac{Q_0}{\tau}\,e^{-t/\tau}$ ، و منه :

* $t = 0 \Leftarrow i\,(0) = \dfrac{Q_0}{\tau} = \dfrac{10^{-6}}{0{,}02} = 50 \times 10^{-6}\ A \Leftarrow \boxed{i\,(0) = 50\ \mu A}$

* $t = 5\tau \Leftarrow i\,(5\tau) = \dfrac{Q_0}{\tau}\,e^{-5\tau/\tau} \Leftarrow i\,(5\tau) = 50 \times 10^{-6}\ e^{-5} = 0{,}335 \times 10^{-6}\ A \Leftarrow \boxed{i\,(5\tau) = 0{,}335\ \mu A}$

تطبيق : ⑤ « التمرين – 16 ، ص : 163 – الكتاب المدرسي »

مكثفة قيمة شحنتها الإبتدائية **4 mC** ، تم شحنها تحت توتر **12 V** .

1. أحسب الطاقة الكهربائية التي تخزنها .
2. كم تصبح طاقتها المخزنة لو ضاعفنا سعتها ؟
3. نفرغ المكثفة بناقل أومي مقاومته R . عبر عن الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة : τ ، t ، C ، Q_0 .
4. أوجد قيمة هذه الطاقة من أجل $t = \tau$.

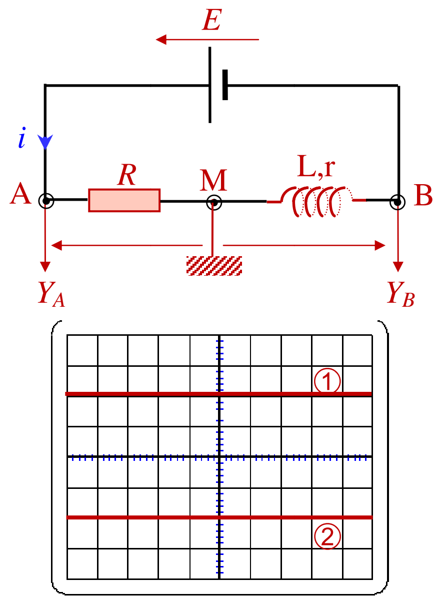
الحل :

1. بالتعريف : $E_p = \frac{1}{2}q.u \Leftarrow E_p = \frac{1}{2}\times 4\times 10^{-3}\times 12 = 24\times 10^{-3}\ J \Leftarrow \boxed{E_p = 24\ mJ}$
2. عند مضاعفة السعة $C' = 2C$ تتضاعف الشحنة ($q' = C'.u = 2C.u = 2q$) مما يتسبب في مضاعفة الطاقة المخزنة في المكثفة ($E'_p = \frac{1}{2}q'.u = q.u = 2E_p = 48\ mJ$)
3. لدينا : $q\ (t) = Q_0\ e^{-t/\tau}$ و $E_p = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \Leftarrow \boxed{E_p = \frac{1}{2}\frac{Q_0^{\,2}}{C}e^{-2t/\tau}}$
4. من أجل : $t = \tau$ ، تصبح عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة عندئذٍ : $\boxed{E_p\ (\tau) = \frac{1}{2}\frac{Q_0^{\,2}}{C}e^{-2}}$

لدينا بالتعريف : $q\ (t) = C.u\ (t) \Leftarrow C = \frac{q\ (t)}{u\ (t)} = \frac{4\times 10^{-3}}{12} = \frac{1}{3}\times 10^{-3}\ F$ (سعة المكثفة)

$(C = \frac{1}{3}\times 10^{-3}\ F\ ؛\ Q_0 = 4\times 10^{-3}\ C) \Leftarrow \boxed{E_p\ (\tau) = 3,24\ mJ}$

تطبيق : ⑥ « التمرين – 22 ، ص : 165 – الكتاب المدرسي »



دارة كهربائية تضم على التسلسل وشيعة (L,r) و ناقل أومي مقاومته $R = r = 12\ \Omega$ مولد توتر مستمر مقاومته الداخلية مهملة و قوته المحركة الكهربائية E . نصل الدارة الى راسم إهتزازات كما بالشكل المقابل .

يظهر على شاشة راسم الإهتزازات البيانين المرفقين جانبه :

الحساسية الشاقولية : **3 V/div**

1. ماذا يمثل كل بيان ؟ علل
2. كيف تصرفت الوشيعة ؟ علل
3. أحسب شدة التيار المار بالدارة .
4. أحسب القوة المحركة الكهربائية للمولد .

الحل :

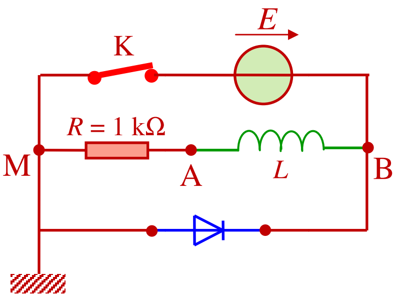
1. حسب مخطط الدارة ، و التوجيه الموجب المختار إصطلاحًا لسريان التيار فيها نلاحظ أن : $u_{AM} > 0$ بينما $u_{BM} < 0$ ، لذلك :
   * يمثل البيان ① : التوتر u_{AM} .
   * يمثل البيان ② : التوتر u_{BM} .
2. تصرفت الوشيعة **كناقل أومي** ، لأن تطور التوتر بين طرفيها u_{BM} كان خطيًا .
3. حسب قانون أوم للناقل الأومي : $u_{AM} = Ri \Leftarrow \boxed{i = \frac{u_{AM}}{R}}$

ت.ع : بيانيًا ($u_{AM} = 2\ div\times 3\ V/div = 6\ V$ ؛ $R = 12\ \Omega$) $\Leftarrow \boxed{i = 0,5\ A}$

4. حسب قانون التوترات المتسلسلة : $E = u_{AB} = u_{AM} + u_{MB} = u_{AM} + (-u_{BM}) \Leftarrow \boxed{E = u_{AM} - u_{BM}}$

ت.ع : $E = 6 - (-6) = 12\ V \Leftarrow \boxed{E = 12\ V}$

تطبيق : ⑦ « التمرين – 24 ، ص : 165 – الكتاب المدرسي »



في الدارة المبينة بالشكل المقابل ، نقوم بغلق القاطعة ثم فتحها عند $t = 0$.

إذا علمت أنه عند اللحظة t_1 كان التوتر بين طرفي المقاومة R : $u_R = 0,9\ u_0$ ، و عند اللحظة t_2 أصبح التوتر بين طرفيها : $u_R = 0,1\ u_0$.

1. كيف تتغير شدة التيار في الدارة عند فتح القاطعة مع مرور الزمن ؟
2. إذا كان : $t_2 - t_1 = 1,65\ ms$:
أ) أحسب ثابت الزمن τ للدارة .
ب) أحسب ذاتية الوشيعة L .

الحل :

1. عند فتح القاطعة يحدث تفريغ في الناقل الأومي للطاقة المخزنة في الوشيعة (باعتبار الوشيعة تحريضية صرف) ، لذلك يكون تطور شدة التيار الكهربائي بدلالة الزمن أسي رتيب وفق التابع : $\boxed{i\,(t) = I_0\, e^{-t/\tau}}$.
2. أ) دستور أوم للناقل الأومي : $u_R = Ri = R\, I_0\, e^{-t/\tau}$ ، و منه :
   ○ $t = t_1 \Leftarrow u_R = 0,9\, u_0 \Leftarrow R\, I_0\, e^{-t_1/\tau} = 0,9\, u_0$.
   ○ $t = t_2 \Leftarrow u_R = 0,1\, u_0 \Leftarrow R\, I_0\, e^{-t_2/\tau} = 0,1\, u_0$.

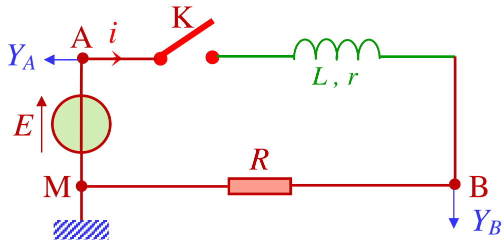
بقسمة العلاقتين السابقتين طرفًا لطرف نجد : $\dfrac{0,9\,u_0}{0,1\,u_0} = \dfrac{R\,I_0\,e^{-t_1/\tau}}{R\,I_0\,e^{-t_2/\tau}} \Leftarrow 9 = e^{\frac{t_2-t_1}{\tau}}$

بأخذ اللوغاريتم النيبري للطرفين نجد : $\ln 9 = \dfrac{t_2-t_1}{\tau} \Leftarrow \boxed{\tau = \dfrac{t_2-t_1}{\ln 9}} \Leftarrow \tau = \dfrac{1,65}{\ln 9} = 0,75\ ms \Leftarrow \boxed{\tau = 0,75\ ms}$

ب) بالتعريف ، ثابت الزمن لدارة ثنائي قطب RL هو : $\tau = \dfrac{L}{R} \Leftarrow \boxed{L = \tau.R}$

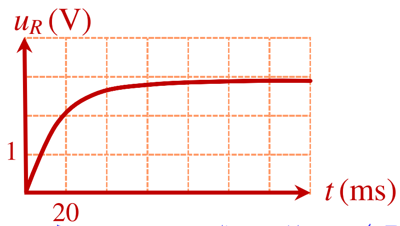
ت.ع : $(\tau = 0,75\ ms = 7,5 \times 10^{-4}\ s\ ;\ R = 1\ k\Omega = 10^3\ \Omega) \Leftarrow \boxed{L = 0,75\ H}$

تطبيق : ⑧ « التمرين – 25 ، ص : 166 – الكتاب المدرسي »



في التركيب المرفق جانبه لدينا دارة تشتمل على التسلسل وشيعة (L, r) ، ناقل أومي مقاومته $R = 50\ \Omega$ ، مولد توتر مستمر مثالي $E = 3,8\ V$ ، راسم إهتزازات و قاطعة .

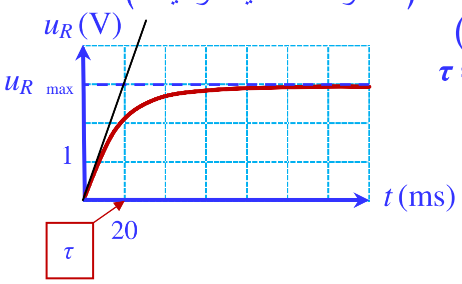
عند اللحظة $t = 0$ ، نغلق القاطعة فيظهر في المدخل y_B البيان المقابل .



1. أكتب عبارة التوتر الكهربائي الذي يظهر في المدخل y_B بدلالة شدة التيار .
2. أوجد القيمة العددية لشدة التيار المار بالدارة عند النظام الدائم I_0 .
3. عبر عن E بدلالة : L ، R ، r ، i ، $\dfrac{di}{dt}$.
4. أحسب المقاومة الداخلية للوشيعة و ذاتيتها .

الحل :

1. يظهر في المدخل y_B التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي (المقاومة R) ، و الذي يمثل صورة عن تطور شدة التيار الكهربائي بدلالة الزمن : $u_R\,(t) = R.i\,(t)$
2. عند الوصول الى النظام الدائم يكون : $u_R = 3\ V$ (لاحظ البيان) ، حيث : $u_R = RI_0 \Leftarrow \boxed{I_0 = \dfrac{u_R}{R}}$
   $(R = 50\ \Omega\ ;\ u_R = 3\ V) \Leftarrow \boxed{I_0 = 60\ mA}$
3. قانون التوترات في الدارة المتسلسلة : $u_{AM} = u_{AB} + u_{BM} \Leftarrow E = (L\dfrac{di}{dt} + ri) + Ri$
   $\therefore \boxed{E = L\dfrac{di}{dt} + (R+r)\, i}$
4. عند الوصول الى النظام الدائم يكون لدينا : $i = I_0 = C^{te} \Leftarrow \dfrac{di}{dt} = 0 \Leftarrow E = (R+r)\, i \Leftarrow \boxed{r = \dfrac{E}{I_0} - R}$
   $(R = 50\ \Omega\ ;\ E = 3,8\ V\ ;\ I_0 = 0,06\ A) \Leftarrow \boxed{r = 13,33\ \Omega}$ … (المقاومة الداخلية للوشيعة)



نرسم المماس للبيان عند المبدأ فيقطع المستقيم $u_R = u_{R\ max}$ (لاحظ البيان)
عند نقطة مسقطها على محور الأزمنة يحدد ثابت الزمن للدارة : $\tau = 20\ ms$

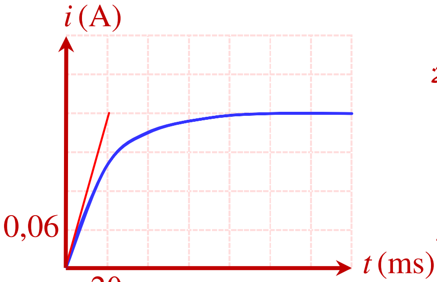
بالتعريف ، ثابت الزمن للدارة $L(R+r)$: $\tau = \dfrac{L}{R+r}$

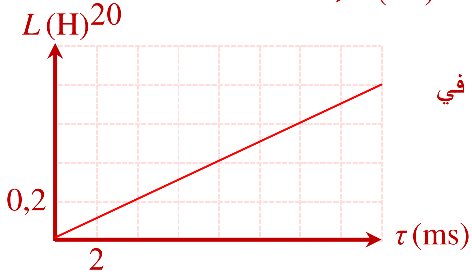
$\therefore \boxed{L = (R+r)\tau} \Leftarrow L = (50 + 13,33) \times 0,02 = 1,266\ H$

$\Leftarrow \boxed{L = 1,266\ H}$ … (ذاتية الوشيعة)

تطبيق : 9 « التمرين – 28 ، ص : 167 – الكتاب المدرسي »

دارة كهربائية تضم على التسلسل وشيعة (L,r) ، و ناقل أومي مقاومته $R = 35\ \Omega$ مولد توتر مستمر مقاومته الداخلية مهملة و قوته المحركة الكهربائية $E = 12\ V$ ، و قاطعة . نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ ، و نتابع تطورات شدة التيار المار بالدارة خلال الزمن ، نحصل على البيان المقابل .





1. مثل مخطط الدارة .
2. أكتب العبارة الحرفية لشدة التيار المار بالدارة في النظام الدائم ، و احسب قيمته العددية ثم أحسب r .
3. أوجد من البيان قيمة ثابت الزمن τ ، و احسب L .
4. من أجل عدة قيم مختلفة لذاتية الوشيعة ، نحصل على قيم موافقة لثابت الزمن ممثلة في البيان جانبه .

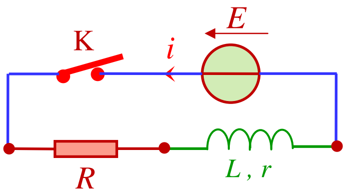
أ) أكتب العبارة البيانية .

ب) من الدراسة النظرية عبّر عن τ بدلالة (L,r,R) .

ج) هل نتائج هذه التجربة تتفق مع المعطيات ؟

الحل :

1. مخطط الدارة : (لاحظ المخطط المرفق جانبه)



2. عند الوصول الى النظام الدائم يكون : $\boxed{I_0 = \dfrac{E}{R+r}}$

بيانيًا : $I_0 = 4\ div \times 0{,}06\ V/div = 0{,}24\ A \Leftarrow \boxed{I_0 = 0{,}24\ A}$

$(E = 12\ V$ ؛ $R = 35\ \Omega) \Leftarrow r = \dfrac{E}{I_0} - R = \dfrac{12}{0{,}24} - 35 = 15\ \Omega$

$\therefore \boxed{r = 15\ \Omega}$

3. من البيان $i = f\,(t)$ نجد : $\boxed{\tau = 20\ ms}$ ، حيث المماس للبيان عند المبدأ يقطع المستقيم $i = I_{max} = I_0$ (لاحظ البيان) عند نقطة مسقطها على محور الأزمنة يحدد ثابت الزمن للدارة .

بالتعريف ، ثابت الزمن للدارة $(R+r)L$: $\tau = \dfrac{L}{R+r}$

$\therefore \boxed{L = (R+r)\tau} \Rightarrow L = (35 + 15) \times 0{,}02 = 1\ H \Rightarrow \boxed{L = 1\ H}$

4. أ) العبارة البيانية للمستقيم $L = f\,(\tau)$ « مستقيم مائل يمر من المبدأ معامل توجيهه a » هي : $\boxed{L = a.\tau}$ ... (1)

ب) العبارة النظرية : قانون التوترات في الدارة المتسلسلة $\Leftarrow E = (L\dfrac{di}{dt} + ri) + Ri$

$\therefore \dfrac{di}{dt} + \dfrac{R+r}{L}\,i = \dfrac{E}{L} \Leftarrow \dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{\tau}i = \dfrac{E}{L}$ حيث : $\tau = \dfrac{L}{R+r} \Leftarrow \boxed{L = (R+r)\tau}$ ... (2)

ج) بالمطابقة بين العبارتين البيانية (1) و النظرية (2) نجد : $a = R + r$ (الميل) ، حيث :

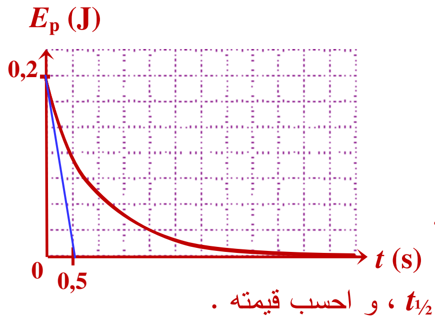
* حسابيًا : $R+r = 35 + 15 = 50\ \Omega$

* بيانيًا : $a = \dfrac{0{,}2 \times 4}{2 \times 8 \times 10^{-3}} = 50\ \Omega$

و منه : نتائج هذه التجربة تتفق مع المعطيات

تطبيق : ⑩ « التمرين – 30 ، ص : 167 – الكتاب المدرسي »

تعطى المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار في ثنائي القطب RL نحو قيمة ثابتة معدومة بالعلاقة : $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = 0$



1. أكتب حل هذه المعادلة .
2. يمثل البيان المقابل تغيرات الطاقة المخزنة في الوشيعة بدلالة الزمن .
عبّر عن الطاقة المخزنة في الوشيعة كل لحظة بدلالة : L ، t ، τ ، I_0 .
3. برهن أن المماس للبيان عند المبدأ يقطع محور الأزمنة في نقطة توافق : $t = \frac{\tau}{2}$.
4. أوجد ذاتية الوشيعة حيث $R = 100\ \Omega$.
5. برهن أن الزمن اللازم لتناقص الطاقة الى النصف $t_{½}$ يعطى بالعلاقة : $t_{½} = \frac{\tau}{2} \ln 2$ ، و احسب قيمته .

الحل :

1. حل المعادلة التفاضلية المعطاة هو : $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$

2. بالتعريف : $E_p = \frac{1}{2} L.i^2 \Leftarrow \boxed{E_p = \frac{1}{2} L.I_0^2 e^{-2t/\tau}}$

3. معادلة المستقيم المماس (مستقيم مائل لا يمر بالمبدأ) للبيان $E_p = f(t)$ عند المبدأ هي من الشكل : $E_p = at + b$ ، حيث :

* الميل : $a = \frac{dE_p}{dt} = -\frac{1}{\tau} L.I_0^2 e^{-2t/\tau}$ ؛ $t = 0 \Leftarrow a = -\frac{1}{\tau} L.I_0^2$

* نقطة التقاطع مع محور التراتيب $t = 0$: $E_0 = \frac{1}{2} L.I_0^2$

∴ معادلة المماس عند المبدأ $t = 0$ هي : $E_p = -\frac{1}{\tau} L.I_0^2.t + \frac{1}{2} L.I_0^2$

عند التقاطع مع محور الأزمنة $E_p = 0 \Leftarrow 0 = -\frac{1}{\tau} L.I_0^2.t + \frac{1}{2} L.I_0^2 \Leftarrow \frac{1}{\tau} t = \frac{1}{2} \Leftarrow \boxed{t = \frac{\tau}{2}}$

4. بيانيًا واعتمادا على ما سبق يكون لدينا : $\frac{\tau}{2} = 0{,}5\ s \Leftarrow \boxed{\tau = 1\ s}$

5. لدينا : $E_p = \frac{1}{2} L.I_0^2 e^{-2t/\tau}$ (عبارة الطاقة المخزنة في الوشيعة)

* من أجل $t = 0$ نجد : $E_0 = \frac{1}{2} L.I_0^2$

* من أجل $t = t_{½}$ يكون : $E_p = \frac{E_0}{2} = \frac{1}{2} L.I_0^2 e^{-2\frac{t_{½}}{\tau}} \Leftarrow \frac{E_0}{2} = E_0 e^{-2\frac{t_{½}}{\tau}} \Leftarrow \frac{1}{2} = e^{-2\frac{t_{½}}{\tau}}$

بأخذ اللوغاريتم النيبري للطرفين نجد : $-\ln 2 = -2\frac{t_{½}}{\tau} \Leftarrow \boxed{t_{½} = \frac{\tau}{2} \ln 2}$

ت.ع : $t_{½} = \frac{\tau}{2} \ln 2 = 0{,}5 \times 0{,}69 = 0{,}345\ s \Leftarrow \boxed{t_{½} = 0{,}345\ s}$

الوحدة 4 : تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن .

❖ مؤشرات الكفاءة :

- يقيس pH محلول لتعيين طبيعته (حمضي أو أساسي أو معتدل).
- يميز بين الأحماض الضعيفة و القوية وبين الأسس الضعيفة و القوية.
- يستعمل التقدم النهائي ويقارنه مع التقدم الأعظمي ليبرر التوازن الكيميائي.
- يستعمل ثابتي الحموضة K_a و pK_a لمقارنة بعض الثنائيات حمض– أساس.
- يستعمل المنحنى $pH = f(V)$ لتعيين تركيز محلول.

1) pH محلول مائي (تعريف وقياس):

1-1) تعريف الـ pH و الخاصية المميزة له :

إن الخواص الحمضية أو الأساسية لمحلول تتعلق بتركيز شوارد الأكسونيوم (الهيدرونيوم) H_3O^+ في هذا المحلول : $[H_3O^+] = \frac{n_{H_3O^+}}{V}$ الذي يمكن أن يتغير في المجال : $10^{-14}\ mol.L^{-1} < [H_3O^+] < 10^{-1}\ mol.L^{-1}$.

إن استعمال هذه القيم الصغيرة يطرح بعض الإشكاليات ، لذلك و بناءً على إقتراح الكيميائي الدنماركي **سورنسن *S,Soerensen*** عام **1909** تم إدراج دالة اللوغاريتم (Log) ذي الأساس 10 على تركيز الشوارد H_3O^+ من أجل إدخال ما يسمى بـ **pH محلول مائي** للتمييز بين طبيعة المحاليل .

تعريف : من أجل المحاليل المائية الممددة (المخففة) ذات التركيز $[H_3O^+] \le 10^{-1}\ mol.L^{-1}$ ، فإن **pH** المحلول يعرف بالعلاقة :

$$pH = -\,Log\,[H_3O^+] \Leftrightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH}\ mol.L^{-1}$$

☒ ملاحظة : ① تبين العلاقة السابقة أن الـ pH و $[H_3O^+]$ يتغيران عكسيًا أي :

- كلما **تزايد** $[H_3O^+]$ في المحلول **تناقص** pH المحلول ، و العكس بالعكس .
- من بين محلولين مائيين ، المحلول ذي الـ pH **الأصغر** هو الذي يكون تركيزه بالشوارد H_3O^+ **الأكبر** و العكس صحيح .

مثال : نعتبر محلولين مائيين حمضيين قيمتي التركيز $[H_3O^+]$ لهما على الترتيب : $10^{-2}\ mol.L^{-1}$ و $10^{-3}\ mol.L^{-1}$

✓ $[H_3O^+] = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ يوافق $pH = 2$
✓ $[H_3O^+] = 10^{-3}\ mol.L^{-1}$ يوافق $pH = 3$

⇔ $[H_3O^+]$ أكبر ⇔ pH أصغر **أو** $[H_3O^+]$ أصغر ⇔ pH أكبر

☒ ملاحظة : ② عند الدرجة 25 °C ، المحاليل المعتدلة لها $pH = 7$ ، المحاليل الحمضية لها $pH < 7$ ، المحاليل الأساسية لها $pH > 7$.

المحاليل الحمضية	وسط معتدل أو ماء نقي	المحاليل الأساسية
$pH < 7$	$pH = 7$	$pH > 7$
0	7	14 → pH

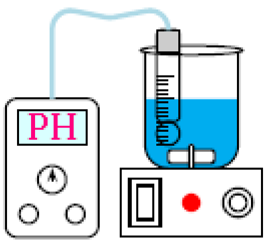
☒ ملاحظة : ③ يعرف **الجداء الشاردي للماء** K_e في جميع المحاليل المائية بالعلاقة : $K_e = [H_3O^+]\,.\,[OH^-]$ ؛ و في الدرجة 25 °C يكون : $K_e = 10^{-14}$ ، حيث : $[H_3O^+] = [OH^-] = 10^{-7}\ mol.L^{-1}$ (بالنسبة لمحلول الماء النقي) .

2-1) قياس الـ pH :

توجد طريقتان لقياس و معرفة pH محلول مائي :

* الأولى ، يستخدم فيها **ورق الـ pH** ، و هي طريقة سريعة و أقل دقة (تستعمل إذا كان القياس تقريبي و لا يتطلب دقة عالية) . **الوثيقة – 1**
* الثانية تتطلب إستعمال أداة قياس كفئة تعرف بـ **جهاز pH – متر** إذا كان القياس يتطلب الدقة ، و هي طريقة تسمح بإعطاء نتائج تقريبية جدًا . **الوثيقة – 2**

وثيقة : 01
ورق الـ pH



وثيقة : 02
مقياس الـ pH – متر

2) تأثير حمض أو أساس على الماء:

2-1) حمض قوي و حمض ضعيف :

نعتبر محلولين حمضيين عند نفس درجة الحرارة :

– الأول (S_1) : محلول مائي **لكلور الهيدروجين** تركيزه المولي $C_1 = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ ، و له $pH_1 = 2$.

– الثاني (S_2) : محلول مائي **لحمض الإيثانويك** تركيزه المولي $C_2 = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ ، و له $pH_2 = 3,4$.

لنقارن بين $[H_3O^+]$ و C في كل محلول ، نجد :

* في المحلول (S_1) : $[H_3O^+] = 10^{-pH_1} = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ ، بالتالي : $[H_3O^+] = C_1$

∴ الحمض **HCl يتشرد كليًا** في الماء فهو **حمض قوي** ، و لا يتواجد بشكل جزيئات HCl غير متفككة في محلوله المائي .

* في المحلول (S_2) : $[H_3O^+] = 10^{-pH_2} = 10^{-3,4} = 3,98 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1}$ ، بالتالي : $[H_3O^+] < C_2$

∴ الحمض **CH_3COOH يتشرد جزئيًا** في الماء فهو **حمض ضعيف** ، و يحتوي محلوله المائي على جزيئات CH_3COOH غير متفككة تشكل في المحلول الأفراد الأغلبية (الأكثرية) .

* معادلتي التفاعلين :

✓ $HCl_{(g)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$ (تفاعل تام)

✓ $CH_3COOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)}$ (تفاعل غير تام « متوازن »)

❖ نتيجة :

- نقول عن حمض HA أنه قوي إذا كان تفاعله مع الماء يعطي الشوارد الحامضية H_3O^+ بشكل تام (ينحل كليًا في الماء) .
$$HA_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow H_3O^+_{(aq)} + A^-_{(aq)}$$
- نقول عن حمض HA أنه ضعيف إذا كان تفاعله مع الماء يعطي الشوارد H_3O^+ بشكل محدود (ينحل جزئيًا في الماء) .
$$HA_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + A^-_{(aq)}$$

2-2) أساس قوي و أساس ضعيف :

نعتبر محلولين أساسيين ، أحدهما **لماءات الصوديوم** ($Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)}$) و الآخر **لميثيل أمين** $CH_3NH_{2(aq)}$ لهما نفس التركيز المولي الحجمي $C = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$. عند درجة الحرارة 25 °C نقيس pH المحلولين بواسطة مقياس الـ pH – متر فكانت النتيجتين التاليتين على الترتيب : $pH_1 = 12$ و $pH_2 = 10,8$.

لنعين التركيز المولي $[OH^-]$ لشوارد الهيدروكسيد ، و نقارنه مع التركيز C في كل محلول :

* في محلول ماءات الصوديوم : $[H_3O^+]_1 = 10^{-pH_1} = 10^{-12}\ mol.L^{-1}$ ، و لدينا عند 25 °C :

$K_e = [H_3O^+].[OH^-] = 10^{-14}$ ، بالتالي : $[OH^-]_1 = \dfrac{10^{-14}}{[H_3O^+]_1} = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

∴ $[OH^-]_1 = C$ ، و منه : الصودا الكاوي الصلب NaOH ينحل كليًا في الماء فهو **أساس قوي** .

$$NaOH_{(s)} \xrightarrow[\text{(تام)}]{H_2O} Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)}$$

* في محلول ميثيل أمين : $[H_3O^+]_2 = 10^{-pH_2} = 10^{-10,8} = 1,58 \times 10^{-11}\ mol.L^{-1}$ ، و حسب الجداء الشاردي فإن :

$[OH^-]_2 = \dfrac{10^{-14}}{[H_3O^+]_2} = 6,33 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1}$ ⇐ $[OH^-]_2 < C$ ، و منه : ميثيل أمين CH_3NH_2 ينحل جزئيًا في الماء فهو **أساس ضعيف** .

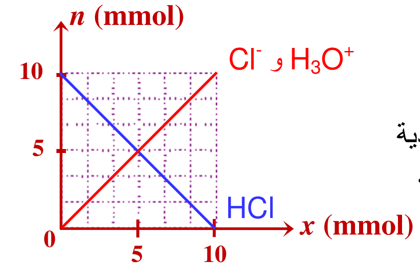
$$CH_3NH_{2(aq)} + H_2O_{(\ell)} \underset{\text{(محدود و متوازن)}}{=} CH_3NH_3^+{}_{(aq)} + OH^-_{(aq)}$$

❖ نتيجة :

- نقول عن أساس B أنه قوي إذا كان تفاعله مع الماء يعطي الشوارد الأساسية HO^- بشكل تام (ينحل كليًا في الماء) .
$$B_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow BH^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$$
- نقول عن أساس B أنه ضعيف إذا كان تفاعله مع الماء يعطي الشوارد HO^- بشكل محدود (ينحل جزئيًا في الماء) .
$$B_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = BH^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$$

3) تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن:

3-1) مقارنة التقدم النهائي والتقدم الأعظمي:



وثيقة : 03
تطور كمية المادة للأنواع الكيميائية المتواجدة الى غاية التقدم الأعظمي للتفاعل التام

➢ نحضر $1,0\ L$ من محلول كلور الهيدروجين (حمض كلور الماء) ، و ذلك بإذابة $240\ mL$ من غاز HCl في الماء المقطر . نقيس pH المحلول فنجده 2,0 عند الدرجة الإعتيادية من الحرارة $20\ °C$ حيث الحجم المولي الغازي في الشروط التجريبية : $V_M = 24\ L.mol^{-1}$.

• معادلة التفاعل : $HCl_{(g)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$

• جدول التقدم للتفاعل :

معادلة التفاعل		$HCl_{(g)}$ +	$H_2O_{(\ell)}$ →	$H_3O^+_{(aq)}$ +	$Cl^-_{(aq)}$
حالة الجملة	التقدم	$n(HCl)$	$n(H_2O)$	$n(H_3O^+)$	$n(Cl^-)$
الحالة الإبتدائية	0	$n_0(HCl)$	بزيادة	0	0
الحالة الإنتقالية	x	$n_0(HCl) - x$	بزيادة	x	x
الحالة النهائية	x_{max}	$n_0(HCl) - x_{max}$	بزيادة	x_{max}	x_{max}

• نتحصل على التقدم الأعظمي عندما يختفي المتفاعل المحد تماماً :

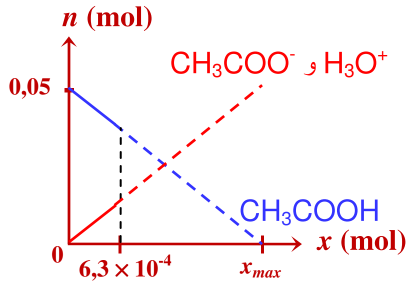
$n_0(HCl) - x_{max} = 0 \Leftarrow x_{max} = n_0 = \dfrac{0,24}{24} = 0,01\ mol \Leftarrow$ $\boxed{x_{max} = 10^{-2}\ mol}$

• تعيين التقدم النهائي x_f :

$pH = 2 \Leftarrow [H_3O^+]_f = 10^{-pH} = 10^{-2}\ mol.L^{-1} \Leftarrow x_f = [H_3O^+]_f .V = 10^{-2} \times 1,0 = 10^{-2}\ mol \Leftarrow$ $\boxed{x_f = 10^{-2}\ mol}$

• حساب النسبة $\dfrac{x_f}{x_{max}}$: لدينا $\dfrac{x_f}{x_{max}} = \dfrac{10^{-2}}{10^{-2}} = 1$ ، يعني أن : $\boxed{\dfrac{x_f}{x_{max}} = 100\ \%}$

و منه : تفاعل غاز HCl مع الماء يكون **تاماً** . **الوثيقة – 3**



وثيقة : 04
تطور كمية المادة للأنواع الكيميائية المتواجدة الى غاية التقدم الأعظمي للتفاعل المتوازن

➢ نسكب في حوجلة سعتها $500\ mL$ (تحتوي على الماء المقطر) حجم $2,86\ mL$ من حمض الإيثانويك ، كثافته $d = 1,05$. نكمل الحجم بعد ذلك الى خط العيار بالماء المقطر . بعد الرّج نقيس pH المحلول فنجده 2,9 .

• معادلة التفاعل : $CH_3COOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)}$

كمية المادة الإبتدائية n_0 للحمض : $n_0 = \dfrac{m}{M} = \dfrac{\rho V}{M} = \dfrac{d\rho_0 V}{M}$ ؛ حيث : ρ_0

الكتلة الحجمية للماء ($\rho_0 = 1\ g.mL^{-1}$) $\Leftarrow n_0 = \dfrac{1,05 \times 1 \times 0,5}{60} = 5 \times 10^{-2}\ mol$

• جدول التقدم للتفاعل :

معادلة التفاعل		$CH_3COOH_{(\ell)}$ +	$H_2O_{(\ell)}$ →	$H_3O^+_{(aq)}$ +	$CH_3COO^-_{(aq)}$
الحالة	التقدم	$n(CH_3COOH)$	$n(H_2O)$	$n(H_3O^+)$	$n(CH_3COO^-)$
الإبتدائية	0	n_0	بزيادة	0	0
الإنتقالية	x	$n_0 - x$	بزيادة	x	x
النهائية	x_{max}	$n_0 - x_{max} = 0$	بزيادة	$x_{max} = n_0$	$x_{max} = n_0$

• نتحصل على التقدم الأعظمي عندما يختفي المتفاعل المحد تماماً :

$n_0 - x_{max} = 0 \Leftarrow x_{max} = n_0 = 5 \times 10^{-2}\ mol \Leftarrow$ $\boxed{x_{max} = 5 \times 10^{-2}\ mol}$

• تعيين التقدم النهائي x_f :

$pH = 2,9 \Leftarrow [H_3O^+]_f = 10^{-pH} = 10^{-2,9} = 1,26 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

$\therefore x_f = n_f(H_3O^+) = [H_3O^+]_f .V = 6,3 \times 10^{-4}\ mol \Leftarrow$ $\boxed{x_f = 6,3 \times 10^{-4}\ mol}$

• حساب النسبة $\dfrac{x_f}{x_{max}}$: لدينا $\dfrac{x_f}{x_{max}} = \dfrac{6,3 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-2}} = 0,0126$ ، يعني أن : $\boxed{\dfrac{x_f}{x_{max}} = 1,26\ \%}$

و منه : المتفاعل المحد CH_3COOH لم يستهلك كليًا مما يدل على أن التفاعل **غير تام** أي أنه في الحالة النهائية للجملة تكون المتفاعلات و النواتج متواجدة في الوسط التفاعلي في نفس الوقت . **الوثيقة – 4**

❖ نتيجة :

- ◻ التقدم النهائي x_f لتفاعل كيميائي هو التقدم الملاحظ عند توقف تطور حالة الجملة الكيميائية .
- ◻ يمثل التقدم الأعظمي x_{max} لتفاعل كيميائي التقدم الموافق لإستهلاك المتفاعل المحد كليًا .

- ▫ تعرف نسبة التقدم في اللحظة t بـــ $\tau = \frac{x}{x_{max}}$ (τ مقدار غير بعدي « بدون وحدة » يعبر عنه بنسبة مئوية : $0 < \tau < 1$) ، و تتغير هذه النسبة خلال تطور الجملة ، و عند بلوغ الجملة حالتها النهائية تسمى النسبة النهائية للتقدم : $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$.
- ▫ يكون التحول تامًا إذا كان $\tau_f = 1$ أي : $\tau_f = 100\ \%$.
- ▫ يكون التحول غير تام إذا كان $\tau_f < 1$ أي : $\tau_f < 100\ \%$.

2-3) مفهوم حالة التوازن :

- **إتجاه تطور جملة كيميائية مقر لتفاعل محدود و متوازن :**

* نسكب في بيشرين A و B حجم 50 mL من محلول حمض الإيثانويك تركيزه المولي $C = 0,10\ mol.L^{-1}$. عند الدرجة 25 °C أعطى قياس pH المحلول القيمة $pH = 2,9$.
* نضيف بحذر في البيشر A قطرات من حمض الإيثانويك النقي . بعد الرّج و الإستقرار نقيس pH المحلول فنجد $pH_A = 2,9$.
* نضيف في البيشر B كمية قدرها 0,5 g من إيثانوات الصوديوم . بعد الرّج و الإستقرار نقيس pH المحلول فنجد $pH_B = 5$.

- **إتجاه التطور في البيشر A :**

إن إضافة قطرات من حمض الإيثانويك النقي للبيشر A تجعل الــ pH يتناقص أي أن $[H_3O^+]$ يتزايد ، و بالتالي تتطور الجملة باتجاه تشكل شوارد H_3O^+ .

➢ تتطور الجملة في الإتجاه المباشر لمعادلة التفاعل الحادث : $CH_3COOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow H_3O^+_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)}$

- **إتجاه التطور في البيشر B :**

عند إضافة 0,5 g من إيثانوات الصوديوم تزايد pH المحلول و بذلك يتناقص $[H_3O^+]$ مما يعني أن الجملة تتطور باتجاه إستهلاك شوارد H_3O^+ .

➢ تتطور الجملة في الإتجاه المعاكس لمعادلة التفاعل الحادث : $CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)} \rightarrow CH_3COOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)}$

تبين النتائج السابقة أن التفاعل المنمذج للتحول الحادث في الجملة الكيميائية يحدث في اتجاهين متعاكسين بآن واحد ، فتكون معادلة التفاعل :

$$CH_3COOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} \underset{② : \text{الإتجاه المعاكس}}{\overset{① : \text{الإتجاه المباشر}}{\rightleftarrows}} H_3O^+_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)}$$

أ- pH ↗ ⇔ $[H_3O^+]$ ↙ : تطور الجملة في الإتجاه المباشر ①
ب- pH ↙ ⇔ $[H_3O^+]$ ↖ : تطور الجملة في الإتجاه العكسي ②

تطور الجملة الكيميائية

❖ نتيجة :

عدة تفاعلات كيميائية يمكن أن تحدث (حسب الشروط المفروضة) في الإتجاه المباشر أو الإتجاه العكسي ، مثل :

$$CH_3COOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} \underset{②}{\overset{①}{=}} H_3O^+_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)}$$

* الرمز (=) لا يعيّن اتجاه التطور (إذا تواجدت كل الأنواع الكيميائية) .
* إن معادلة التفاعل تعبر فقط عن انحفاظ الكتلة و الشحنة .

- **حالة التوازن لجملة كيميائية :**

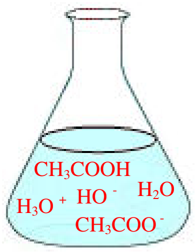
إنطلاقًا من المثال السابق ، ندرس محلول حمض الإيثانويك ذي { التركيز المولي : $C = 0,10\ mol.L^{-1}$ ، الـ pH : $pH = 2,9$ }

في الحالة النهائية للمحلول :

انحفاظ الشحنة : $[H_3O^+]_f = [CH_3COO^-]_f = 10^{-pH} = 10^{-2,9} = 1,26 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

انحفاظ الكتلة : $[CH_3COOH]_f = C - [CH_3COO^-]_f = 9,87 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

إن الأنواع الكيميائية الأربعة : $H_2O_{(\ell)}$ (ذي التركيز المولي الثابت : $55,5\ mol.L^{-1}$) ؛ $CH_3COOH_{(\ell)}$ ؛ $CH_3COO^-_{(aq)}$ ؛ $H_3O^+_{(aq)}$ (الشوارد $OH^-_{(aq)}$ بتركيز مهمل : نوع فائق القلة) متواجدة في الجملة في الحالة النهائية (بكميات مادة ثابتة) ، بالتالي نقول عن الجملة أنها في حالة توازن كيميائي لأنها مقر لتحول محدود (غير تام) . **الوثيقة – 5**



وثيقة : 05
محلول CH₃COOH

❖ نتيجة :

في تحول كيميائي لجملة ، إذا كانت المتفاعلات و النواتج متواجدة في الحالة النهائية بكميات ثابتة فإن الجملة في حالة توازن .

3-3) كسر التفاعل Q_r :

إن كسر التفاعل Q_r مقدار يميز الجملة و هي في حالة ما . قيمته خلال التفاعل تدلنا على مدى تقدم التفاعل الجاري ، و عبارته تتعلق بطبيعة الجملة .

من أجل جملة كيميائية مقر لتحول كيميائي منمذج بالمعادلة : $\alpha A + \beta B = \gamma C + \delta D$

نعرّف كسر التفاعل Q_r بالعلاقة : $Q_r = \dfrac{[C]^{\gamma} . [D]^{\delta}}{[A]^{\alpha} . [B]^{\beta}}$

حيث : [A] ؛ [B] ؛ [C] ؛ [D] تمثل التراكيز المولية للمتفاعلات و النواتج ، و يكون Q_r مقدار غير بعدي إصطلاحًا (بدون وحدة) .

☒ ملاحظات :

- عند حساب Q_r نستعمل في البسط تراكيز النواتج و في المقام تراكيز المتفاعلات مرفقة بأسس تمثل الأعداد الستوكيومترية الموافقة .
- يعبّر Q_{ri} عن كسر التفاعل الإبتدائي بينما يعبّر Q_{rf} عن كسر التفاعل النهائي ، مما يدل على أن كسر التفاعل Q_r يتغير تبعًا لتطور الجملة .
- إصطلاحات تخص كيفية حساب Q_r :

▪ مثال ① : حالة الجملة المتجانسة .

في نفس الوسط التفاعلي يتفاعل حمض الميثانويك HCOOH مع شاردة الإيثانوات CH_3COO^- وفق المعادلة :

$$HCOOH_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)} = HCOO^-_{(aq)} + CH_3COOH_{(aq)}$$

كل الأنواع مذابة في الماء ، بالتالي : $Q_r = \dfrac{[HCOO^-]\times[CH_3COOH]}{[HCOOH]\times[CH_3COO^-]}$

▪ مثال ② : حالة المذيب من المتفاعلات أو النواتج .

تفاعل إنحلال حمض الميثانويك النقي في الماء : $HCOOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)}$

كسر التفاعل هو : $Q_r = \dfrac{[H_3O^+]\times[HCOO^-]}{[HCOOH]\times 1}$

بما أن الماء مذيب يستعمل بزيادة ، إصطلاحًا يعتبر : $[H_2O] = 1$ (مع العلم أن : $[H_2O] = 55{,}5\ mol.L^{-1}$) .

▪ مثال ③ : حالة تفاعل فيه أحد المتفاعلات أو أحد النواتج نوع كيميائي صلب .

تفاعل أكسدة الزنك بشوارد النحاس II : $Zn_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)} = Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)}$

كسر التفاعل هو : $Q_r = \dfrac{[Zn^{2+}]\times 1}{[Cu^{2+}]\times 1}$

إصطلاحًا يعتبر : $[Zn_{(s)}] = 1$ ؛ $[Cu_{(s)}] = 1$.

▪ مثال ④ : حالة تفاعل فيه أحد المتفاعلات أو أحد النواتج غاز تكون عبارة Q_r في هذه الحالة معقدة .

- علاقة كسر التفاعل Q_r بتقدم التفاعل x :

نأخذ كمثال تفاعل إنحلال حمض الإيثانويك النقي في الماء : $CH_3COOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)}$

بالعودة الى جدول تقدم التفاعل ، و باعتبار حجم الوسط التفاعلي هو V فإن :

$$[CH_3COO^-] = [H_3O^+] = \frac{x}{V}\ ;\ [CH_3COOH] = \frac{n_0 - x}{V}\ ;\ Q_r = \frac{[H_3O^+]\times[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

$\therefore\ Q_r = \dfrac{\frac{x^2}{V^2}}{\frac{n_0 - x}{V}} = \dfrac{x^2}{V(n_0 - x)}$ ، خلال التحول الكيميائي يتغير تقدم التفاعل x من 0 الى x_f ، و هذا يعني أن كسر التفاعل Q_r يتغير من Q_{ri} الى Q_{rf} .

4-3) ثابت التوازن K :

- **كسر التفاعل في حالة التوازن :**

نعتبر محلولين لحمض الإيثانويك عند نفس درجة الحرارة :

(S_1) تركيزه المولي : $C_1 = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ و له : $pH_1 = 3,4$ ؛ (S_2) تركيزه المولي : $C_2 = 5\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$ و له : $pH_2 = 3,56$

لنحسب كسر التفاعل Q_{rf} لكل محلول ، حيث معادلة التفاعل : $CH_3COOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)}$

- كسر التفاعل Q_{rf} للمحلول (S_1) : $pH_1 = 3,4 \Leftarrow [H_3O^+]_f = 10^{-3,4} = 3,98\times10^{-4}\ mol.L^{-1}$

$\therefore\ [CH_3COO^-]_f = [H_3O^+]_f = 3,98\times10^{-4}\ mol.L^{-1}$

كذلك : $[CH_3COOH]_f = C_1 - [CH_3COO^-]_f = 9,6\times10^{-3}\ mol.L^{-1} \approx C_1$

و منه : $Q_{rf} = \dfrac{[H_3O^+]_f\times[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} = 1,65\times10^{-5} \Leftarrow Q_{rf} = 1,65\times10^{-5}$ ... (1)

- كسر التفاعل Q_{rf} للمحلول (S_2) : $pH_2 = 3,56 \Leftarrow [H_3O^+]_f = 10^{-3,56} = 2,75\times10^{-4}\ mol.L^{-1}$

$\therefore\ [CH_3COO^-]_f = [H_3O^+]_f = 2,75\times10^{-4}\ mol.L^{-1}$

كذلك : $[CH_3COOH]_f = C_2 - [CH_3COO^-]_f = 4,72\times10^{-3}\ mol.L^{-1} \approx C_2$

و منه : $Q_{rf} = \dfrac{[H_3O^+]_f\times[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} = 1,65\times10^{-5} \Leftarrow Q_{rf} = 1,65\times10^{-5}$ ... (2)

من (1) و (2) نلاحظ أن قيمة Q_{rf} ثابتة بالنسبة للمحلولين ، أي أن التفاعل الحادث (تفاعل إنحلال حمض الإيثانويك النقي في الماء) يتميز بنفس كسر التفاعل النهائي $Q_{rf} = C^{te} = 1,65\times10^{-5}$ ، و هذا الأخير لا يتعلق بالتركيز الإبتدائي للحمض في المحلول .

❖ نتيجة :

كسر التفاعل النهائي Q_{rf} يمثل قيمة كسر التفاعل Q_r في الحالة النهائية للجملة أي في حالة التوازن حيث كميات المادة ثابتة لا تتغير للمتفاعلات و النواتج في الوسط التفاعلي .

- **ثابت التوازن K :**

مما سبق يتبين أن كسر التفاعل النهائي Q_{rf} في تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء ثابت : $Q_{rf} = 1,65\times10^{-5}$ ، فهو يميز حالة التوازن للجملة . لذلك يدعى Q_{rf} بـــ « ثابت التوازن » للتفاعل المنمذج بالمعادلة :

$$CH_3COOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)}$$

❖ نتيجة :

في حالة التوازن لجملة كيميائية ، كسر التفاعل النهائي Q_{rf} لا يتعلق بالتركيب الإبتدائي للجملة . كل معادلة تفاعل ترفق بثابت K يسمى ثابت التوازن ، قيمته تساوي قيمة Q_{rf} ، و لا يتعلق إلا بدرجة الحرارة .

من أجل تفاعل في وسط مائي : $\alpha A + \beta B = \gamma C + \delta D$

$$Q_r = K = \frac{[C]_f^{\gamma}\,.\,[D]_f^{\delta}}{[A]_f^{\alpha}\,.\,[B]_f^{\beta}}$$

حيث : الحالة النهائية تمثل حالة التوازن .

☒ ملاحظات :

✓ ثابت التوازن K يوافق معادلة التفاعل في اتجاه معيّن ، فهو يميّز التفاعل الحادث حيث تكون المعاملات الستوكيومترية أصغرية و هو مقدار بدون وحدة (غير بعدي) .

✓ ثابت التوازن K لا يتعلق بكيفية الحصول على التوازن و لا بكميات المادة للمتفاعلات .

5-3) تأثير الحالة الإبتدائية لجملة كيميائية على حالة التوازن :

- **النسبة النهائية لتقدم التفاعل و الحالة الإبتدائية :**

نعتبر محلولين (S_1) و (S_2) لحمض البروبانويك ، تركيزيهما الموليين على الترتيب : $C_1 = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ ، $C_2 = 10^{-3}\ mol.L^{-1}$. نقيس الناقلية النوعية لكل محلول بواسطة جهاز قياس الناقلية ، فنجد : $\sigma_1 = 143\times10^{-4}\ S.m^{-1}$ ، $\sigma_2 = 43\times10^{-4}\ S.m^{-1}$.

في كل محلول يحدث تفاعل بين حمض البروبانويك و الماء (تفاعل إنحلال) . نعيّن التراكيز المولية للأنواع الكيميائية المتواجدة في كل محلول عند التوازن ، ثم نعيّن النسبة النهائية لتقدم التفاعل في كل حالة .

علمًا أن : $\lambda_{H_3O^+} = 35\ mS.m^2.mol^{-1}$ ؛ $\lambda_{C_2H_5COO^-} = 35\ mS.m^2.mol^{-1}$.

معادلة التفاعل : $C_2H_5COOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + C_2H_5COO^-_{(aq)}$

الأنواع الكيميائية المتواجدة في كل محلول (بغض النظر عن الماء) :

H_3O^+ ؛ $C_2H_5COO^-$ ؛ HO^- ؛ C_2H_5COOH

يمكن إهمال $[HO^-]$ لصغره أمام $[H_3O^+]$ في المحلول ، بالتالي من المعادلة و حسب التعادل الكهربائي للمحلول يكون :

$[C_2H_5COO^-]_f = [H_3O^+]_f$

- حساب التراكيز في المحلول (S_1) :

بالتعريف : $\sigma = \lambda.C \Leftarrow \sigma_1 = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{C_2H_5COO^-}[C_2H_5COO^-]$

$\therefore\ \sigma_1 = (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C_2H_5COO^-})[H_3O^+] \Leftarrow [H_3O^+] = \dfrac{\sigma_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C_2H_5COO^-}}$

و منه : $[C_2H_5COO^-]_f = [H_3O^+]_f = 3{,}71 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

بينما ، و حسب إنحفاظ المادة في المحلول يكون :

$[C_2H_5COOH]_f = C_1 - [H_3O^+]_f = 9{,}63 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

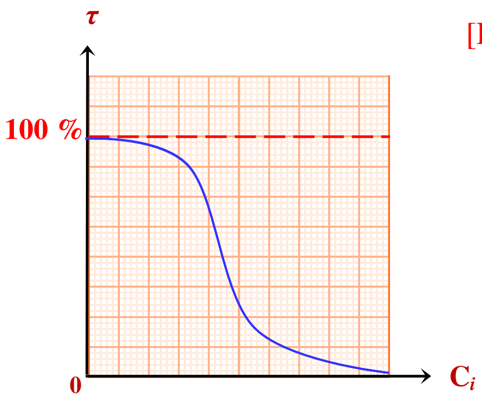
- حساب التراكيز في المحلول (S_2) :

بنفس الطريقة السابقة نجد :

$[C_2H_5COO^-]_f = [H_3O^+]_f = 1{,}11 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1}$

$[C_2H_5COOH]_f = C_2 - [H_3O^+]_f = 8{,}89 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1}$

- حساب النسبة النهائية لتقدم التفاعل في كل حالة :



وثيقة : 06
يظهر البيان أن إنحلال الحمض يكون أكبر كلما كان التركيز الإبتدائي أضعف أي المحلول ممددًا أكثر

* في المحلول (S_1) يكون : $\tau_f = \dfrac{x_f}{x_{max}}$ ؛ بما أن :

* $x_{max} = n_0 = C_1.V$ و $x_f = n_{H_3O^+} = [H_3O^+]_f.V$

$\therefore\ \tau_f = \dfrac{[H_3O^+]_f}{C_1} \Leftarrow \tau_f = 3{,}7\ \%$

* في المحلول (S_2) : بنفس الطريقة نجد : $\tau_f = \dfrac{[H_3O^+]_f}{C_2} \Leftarrow \tau_f = 11\ \%$

❖ نتيجة :

النسبة النهائية لتقدم التفاعل τ_f تتعلق بالحالة الإبتدائية للجملة .

- **النسبة النهائية لتقدم التفاعل و ثابت التوازن :**

نعتبر التفاعل الحادث بين حمض عضوي $RCOOH$ (يمكن أن نرمز له إختصارًا بـــ AH) و الماء H_2O

$HA_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + A^-_{(aq)}$

ليكن C التركيز المولي للحمض في المحلول الذي حجمه V ، فيكون :

$x_{max} = C.V$ و $\tau_f = \dfrac{x_f}{x_{max}} = \dfrac{x_f}{C.V}$

جدول التقدم للتفاعل :

حالة الجملة	التقدم	$HA_{(aq)}$	$H_2O_{(\ell)}$	$H_3O^+_{(aq)}$	$A^-_{(aq)}$
معادلة التفاعل		$HA_{(aq)}$ +	$H_2O_{(\ell)}$ →	$H_3O^+_{(aq)}$ +	$A^-_{(aq)}$
		$n(HA)$	$n(H_2O)$	$n(H_3O^+)$	$n(A^-)$
الحالة الإبتدائية	0	$n_0 = C.V$	بزيادة	0	0
الحالة الإنتقالية	x	$n_0 - x$	بزيادة	x	x
الحالة النهائية	x_f	$n_0 - x_f = C.V(1-\tau_f)$	بزيادة	$x_f = \tau_f.C.V$	$x_f = \tau_f.C.V$

كسر التفاعل النهائي : $Q_{rf} = \dfrac{[H_3O^+]_f \times [A^-]_f}{[AH]_f}$

بالتالي : $Q_{rf} = \dfrac{\tau_f.C.V \times \tau_f.C.V}{C.V(1-\tau_f)} = \dfrac{\tau^2_f.C}{1-\tau_f}$

بما أنه في حالة التوازن ، ثابت التوازن : $K = Q_r$ ، فإن : $\boxed{K = \dfrac{\tau^2_f.C}{1-\tau_f}}$

❖ نتيجة :

النسبة النهائية لتقدم التفاعل τ_f تتعلق بثابت التوازن K .

➢ تتزايد النسبة النهائية للتقدم كلما تزايد ثابت التوازن .

➢ من أجل $K > 10^4$ نحصل على $\tau_f > 99\ \%$ ، و بالتالي يكون التحول الكيميائي شبه تام .

4) التحولات (حمض/أساس) :

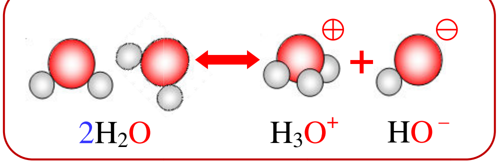
1-4) المحاليل المائية :

أ– التفكك الذاتي للماء :

نقيس الناقلية النوعية للماء المقطر بواسطة جهاز قياس الناقلية ، عند الدرجة $25\ °C$ فنجد : $\sigma = 5{,}5\ \mu S.m^{-1}$ (σ ضعيفة جدًا) . الماء المقطر ناقل ضعيف جدًا للتيار الكهربائي دلالة على وجود عدد قليل جدًا من الشوارد فيه . **الوثيقة – 7**

الشوارد المسؤولة عن هذا النقل الكهربائي هي H_3O^+ و HO^- لأن الماء نقي .

لنحسب pH الماء النقي : $2\ H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$ ... (*)



وثيقة : 07
إصطدام فعال بين جزيئي H_2O يؤدي إلى :
* تشكل شاردة الأكسونيوم H_3O^+
* تشكل شاردة الهيدروكسيد HO^-

– حسب معادلة التفكك الذاتي للماء (*) فإن : $[H_3O^+] = [HO^-]$.

– لدينا : $\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{HO^-}[HO^-]$ ، حيث : $\lambda_{H_3O^+} = 35\ mS.m^2.mol^{-1}$ ، $\lambda_{HO^-} = 20\ mS.m^2.mol^{-1}$

$\Leftarrow\ \sigma = [H_3O^+](\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HO^-})\ \Leftarrow\ [H_3O^+] = [HO^-] = \dfrac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HO^-}} = 10^{-7}\ mol.L^{-1}$

بالتالي : $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-7}\ mol.L^{-1}\ \Leftarrow$ $\boxed{pH = 7 \text{ عند الدرجة } 25\ °C}$.

❖ نتيجة :

يتفكك الماء المقطر (النقي) H_2O إلى شوارد الأكسونيوم H_3O^+ و الهيدروكسيد HO^- وفق المعادلة :
$2\ H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$

ب– الجداء الشاردي للماء :

التفكك الذاتي للماء يؤدي إلى توازن كيميائي . نعرّف الجداء الشاردي للماء بالعلاقة : $\boxed{K_e = [H_3O^+]\,.\,[OH^-]}$ ، و الذي يمثل ثابت التوازن المرافق لمعادلة التفاعل : $2\ H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$ ، فهو يتغير بتغير درجة الحرارة . **الوثيقة – 8**

❖ نتيجة :

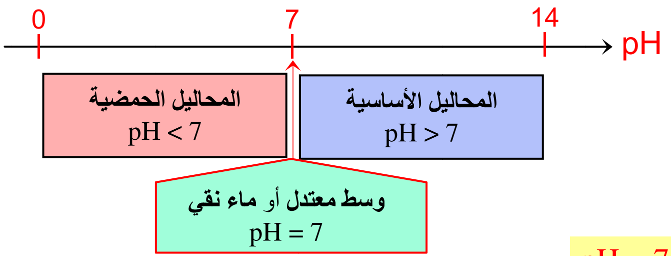
من أجل كل محلول مائي ، عند درجة حرارة $25\ °C$: $K_e = 10^{-14}$
نعرف الــ pK_e ، بالعلاقة : $pK_e = -\,Log\ K_e \Leftrightarrow K_e = 10^{-pK_e}$
و منه : $pK_e = 14$ (عند الدرجة $25\ °C$) .

درجة الحرارة	K_e	pK_e
$0\ °C$	10^{-15}	15
$25\ °C$	10^{-14}	14
$60\ °C$	10^{-13}	13

وثيقة : 08
تغيرات K_e و pK_e بتغير درجة الحرارة

ت– سلم الــ pH :

يتغير pH المحاليل المائية عمليًا من 0 إلى 14 ، و حسب قيم الــ pH تصنف المحاليل المائية عمومًا الى ثلاثة أصناف . **الوثيقة – 9**



وثيقة : 09
سلم الـ pH عند درجة الحرارة $25\ °C$

➢ المحلول المائي المعتدل : نقول عن محلول مائي بأنه معتدل إذا كان عند التوازن يحقق العلاقة :
$[H_3O^+]_{éq} = [HO^-]_{éq}$

في هذه الحالة يكون : $K_e = [H_3O^+]^2$

$\Leftarrow\ Log\ K_e = Log\,[H_3O^+]^2 = 2\,Log\,[H_3O^+]$

$\therefore\ -Log\,[H_3O^+] = -\dfrac{1}{2}Log\ K_e$ أي : $pH = \dfrac{1}{2}pK_e \ \Leftarrow\ pH = 7$

➢ المحلول المائي الحمضي : نقول عن محلول مائي بأنه حامضي إذا كان عند التوازن يحقق العلاقة :

$[H_3O^+]_{éq} > [HO^-]_{éq}$ أي : $pH < \dfrac{1}{2}pK_e \ \Leftarrow\ pH < 7$

➢ المحلول المائي الأساسي : نقول عن محلول مائي بأنه أساسي إذا كان عند التوازن يحقق العلاقة :

$[H_3O^+]_{éq} < [HO^-]_{éq}$ أي : $pH > \dfrac{1}{2}pK_e \ \Leftarrow\ pH > 7$

❖ نتيجة :

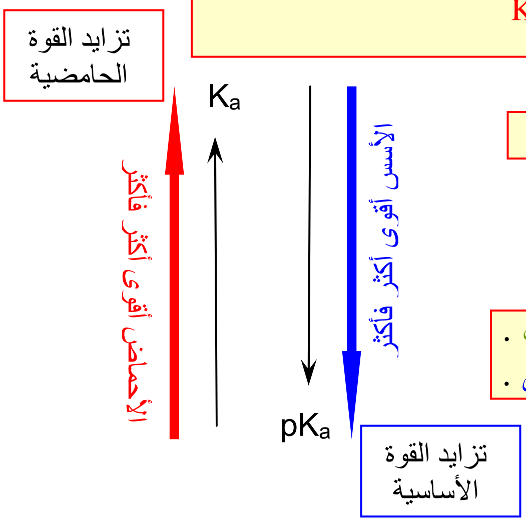
> عند درجة حرارة 25 °C يكون محلول مائي :
> ✓ معتدلاً : $[H_3O^+] = [HO^-]$ أي $pH = \frac{1}{2}pK_e$ ، و منه $pH = 7$
>
> ✓ حمضيًا : $[H_3O^+] > [HO^-]$ أي $pH < \frac{1}{2}pK_e$ ، و منه $pH < 7$
>
> ✓ أساسيًا : $[H_3O^+] < [HO^-]$ أي $pH > \frac{1}{2}pK_e$ ، و منه $pH > 7$

2-4) ثوابت الحموضة K_a و pK_a الثوابت للثنائيات (أساس/حمض) :

أ- تعريف ثابت الحموضة K_a لثنائية (أساس/حمض) :

معادلة تفاعل الحمض HA مع الماء H_2O : $HA_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + A^-_{(aq)}$

> إن ثابت التوازن K الموافق لمعادلة التفاعل يسمى أيضًا ثابت الحموضة K_a للثنائية (HA/A^-) :
> بالتالي : $K_a = K = \dfrac{[H_3O^+]_f \times [A^-]_f}{[AH]_f}$



نعرّف كذلك الثابت pK_a للثنائية (HA/A^-) كالتالي :

$$K_a = 10^{-pK_a} \Leftrightarrow pK_a = -\log K_a$$

☒ ملاحظات :

✓ الثابتين K_a و pK_a يمكن من خلالهما التمييز بين قوة الأحماض فيما بينها ، و كذا قوة الأسس فيما بينها .

✓ يتغير الثابتين K_a و pK_a عكسيًا . **الوثيقة – 10** ، و بالتالي :

> K_a أكبر ⇔ pK_a أصغر : الحمض HA أقوى و أساسه المرافق A^- أضعف .
> K_a أصغر ⇔ pK_a أكبر : الحمض HA أضعف و أساسه المرافق A^- أقوى .

> وثيقة : 10
> مقارنة قوة الأحماض و الأسس بدلالة K_a و pK_a

مثال :

* بالنسبة لمحلولين مائيين حمضيين لهما نفس التركيز المولي $10^{-2}\,mol.L^{-1}$ ، أحدهما لحمض الميثانويك و الآخر لحمض الإيثانويك فإن :

$K_{a1} = 1,58 \times 10^{-4}$ ؛ $pK_{a1} = 3,8$ للثنائية ($HCOOH/HCOO^-$) .

$K_{a2} = 1,58 \times 10^{-5}$ ؛ $pK_{a2} = 4,8$ للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) .

$\therefore\ K_{a1} > K_{a2} \Leftrightarrow pK_{a1} < pK_{a2}$

يعني أن : الحمض $HCOOH$ أقوى من الحمض CH_3COOH .

بالمقابل : الأساس $HCOO^-$ أضعف من الأساس CH_3COO^- .

* بالنسبة لمحلولين مائيين حمضيين لهما نفس التركيز المولي $10^{-2}\,mol.L^{-1}$ ، أحدهما للنشادر و الآخر لأحد مشتقاته الأمينية (ميثيل أمين) فإن :

$K_{a1} = 6,2 \times 10^{-10}$ ؛ $pK_{a1} = 9,21$ للثنائية (NH_4^+/NH_3)

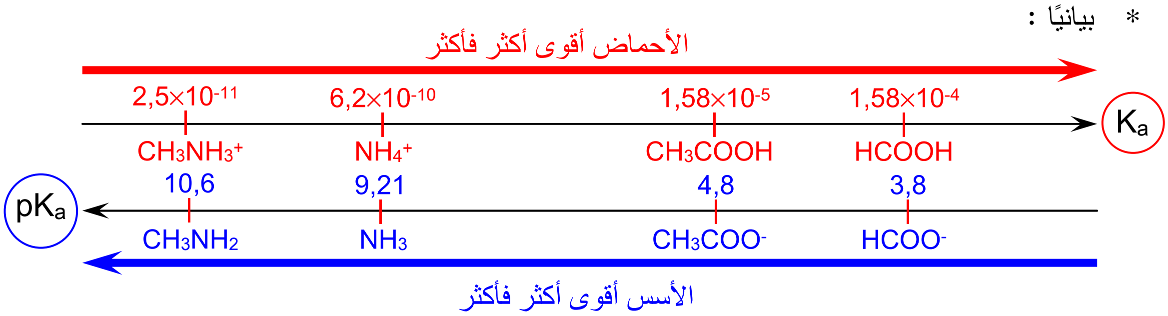
$K_{a2} = 2,5 \times 10^{-11}$ ؛ $pK_{a2} = 10,6$ للثنائية ($CH_3NH_3^+/CH_3NH_2$)

$K_{a1} > K_{a2} \Leftrightarrow pK_{a1} < pK_{a2}$

يعني أن : الحمض NH_4^+ أقوى من الحمض $CH_3NH_3^+$.

بالمقابل : الأساس NH_3 أضعف من الأساس CH_3NH_2 .

* بيانيًا :



ب- العلاقة بين الـ pH و الـ pK_a :

من أجل كل ثنائية (AH/A^-) في الماء : $K_a = \dfrac{[H_3O^+]_f \times [A^-]_f}{[AH]_f} \Leftrightarrow pK_a = -\,Log\,K_a = -\,Log\left(\dfrac{[H_3O^+]_f \times [A^-]_f}{[AH]_f}\right)$

$\therefore \quad pK_a = -\,Log\,[H_3O^+]_f - Log\dfrac{[A^-]_f}{[AH]_f} = pH - Log\dfrac{[A^-]_f}{[AH]_f} \Leftrightarrow$

$$\boxed{pH = pK_a + Log\frac{[A^-]_f}{[AH]_f}}$$

❖ نتيجة : عمومًا بالنسبة لثنائية (أساس/حمض) في الماء :

$$\boxed{pH = pK_a + Log\frac{[\text{الأساس}]_f}{[\text{الحمض}]_f}}$$

ت- مجالات تغلب الصفة الحمضية أو الأساسية لثنائية :

من العلاقة : $pH = pK_a + Log\dfrac{[\text{الأساس}]_f}{[\text{الحمض}]_f}$ نميز ثلاث حالات :

- الحالة الأولى : $pH = pK_a$

إذا كان $pH = pK_a$ يعني أن : $Log\dfrac{[\text{الأساس}]_f}{[\text{الحمض}]_f} = 0$ و منه : $\dfrac{[\text{الأساس}]_f}{[\text{الحمض}]_f} = 1$

$\therefore$ $[\text{الأساس}]_f = [\text{الحمض}]_f$ ؛ و بالتالي لا توجد صفة غالبة .

- الحالة الثانية : $pH > pK_a$

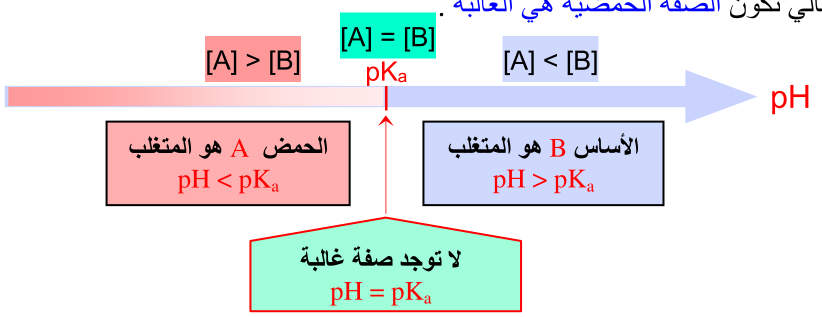
إذا كان $pH > pK_a$ يعني أن : $Log\dfrac{[\text{الأساس}]_f}{[\text{الحمض}]_f} > 0$ و منه : $\dfrac{[\text{الأساس}]_f}{[\text{الحمض}]_f} > 1$

$\therefore$ $[\text{الأساس}]_f > [\text{الحمض}]_f$ ؛ و بالتالي تكون الصفة الأساسية هي الغالبة .

- الحالة الثالثة : $pH < pK_a$

إذا كان $pH < pK_a$ يعني أن : $Log\dfrac{[\text{الأساس}]_f}{[\text{الحمض}]_f} < 0$ و منه : $\dfrac{[\text{الأساس}]_f}{[\text{الحمض}]_f} < 1$

$\therefore$ $[\text{الأساس}]_f < [\text{الحمض}]_f$ ؛ و بالتالي تكون الصفة الحمضية هي الغالبة .



وثيقة : 11
مجال تغلب الصفة الحمضية
أو الصفة الأساسية لثنائية (A/B)

- مخطط توزيع الصفة الغالبة :

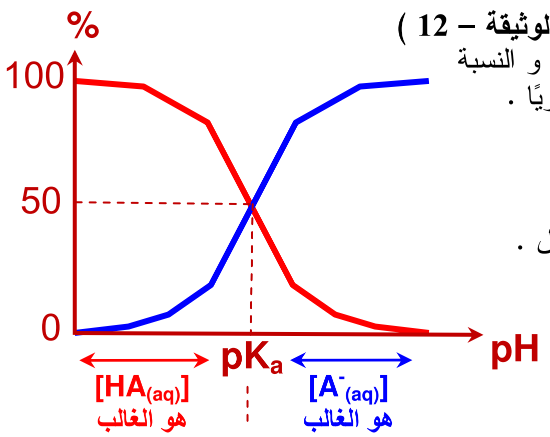
لمعرفة الصفة الغالبة لثنائية (أساس/حمض) ، يستعمل عادة مخطط (**الوثيقة – 12**)
يدعى مخطط الصفة الغالبة يبرز تطور النسبة المئوية للصفة الحمضية و النسبة المئوية للصفة الأساسية بدلالة pH الوسط ، بحيث تقدر هذه النسب مئويًا .

✓ عند تقاطع المنحنيين : % للحمض HA = % للأساس A^- = 50 %
هذا يعني أن : $[\text{الأساس}]_f = [\text{الحمض}]_f$ أي : $pH = pK_a$.

✓ تحسب هذه النسب بالنسبة للتركيز الكلي للحمض و الأساس في المحلول .

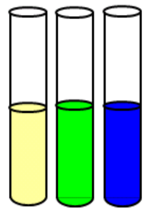
$$\%\ \text{للحمض}\ HA = \frac{[\text{الحمض}]_f}{[\text{الحمض}]_f + [\text{الأساس}]_f} \times 100$$

$$\%\ \text{للأساس}\ A^- = \frac{[\text{الأساس}]_f}{[\text{الحمض}]_f + [\text{الأساس}]_f} \times 100$$



وثيقة : 12
مخطط توزيع الصفة الغالبة
لثنائية (HA/A^-)

3-4) تطبيق على الكواشف الملونة : مجال التغير اللوني



(2) (1) (3)

وثيقة : 13
(1) : $\mathbf{pH = 7}$ لون أخضر
(2) : $\mathbf{pH < 7}$ لون أصفر
(3) : $\mathbf{pH > 7}$ لون أزرق

نأخذ ثلاث أنابيب إختبار ، نضع في الأول (1) كمية من الماء المقطر ، و في الثاني (2) كمية من محلول حمض الإيثانويك و في الثالث (3) كمية من محلول الصودا . نضيف قطرات من كاشف أزرق البروموثيمول الى كل محلول . **الوثيقة – 13**

* في الأنبوب الأول (1) ، حيث pH المحلول يساوي 7 : يظهر لون المحلول أخضر . (اللون الأصلي لأزرق البروموثيمول) .
* في الأنبوب الثاني (2) ، حيث pH المحلول أقل من 7 : يظهر لون المحلول أصفر .
* في الأنبوب الثالث (3) ، حيث pH المحلول أكبر من 7 : يظهر لون المحلول أزرق .

بحسب طبيعة الوسط يظهر أزرق البروموثيمول بلون معين و هذا يعني أن له صفتان (حمضية و أساسية) تختلفان في اللون .

❖ تعريف :

الكاشف الملون عبارة عن ثنائية (أساس/حمض) حيث الصفة الحمضية و الصفة الأساسية ليس لهما نفس اللون .
يرمز لثنائية كاشف ملون إصطلاحًا بالرمز : (HIn/In^-)
معادلة تفاعل الكاشف الملون مع الماء هي : $HIn_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + In^-_{(aq)}$

☒ ملاحظات :

• نرمز لثابت الحموضة لثنائية (HIn/In^-) بالرمز K_i حيث : $K_i = \dfrac{[H_3O^+]_f \times [In^-]_f}{[HIn]_f}$

بالتالي : $pH = pK_i + \text{Log}\dfrac{[In^-]_f}{[HIn]_f}$

• إن لون محلول يتعلق بنسبة التركيزين $\dfrac{[In^-]_f}{[HIn]_f}$ للكاشف الملون الموضوع فيه ، و بالتالي بقيمة pH المحلول . نميز ثلاث حالات :

✓ سنقبل بأن العين المجردة العادية تميز بوضوح لون الشكل الحمضي للكاشف في المحلول الذي يوضع فيه دون لون شكله الأساسي إذا كان : $\dfrac{[HIn]_f}{[In^-]_f} \geq 10 \Leftarrow \dfrac{[In^-]_f}{[HIn]_f} \leq 0{,}1 \Leftarrow \text{Log}\dfrac{[In^-]_f}{[HIn]_f} \geq -1 \Leftarrow pH \leq pK_i - 1$.

✓ بنفس الطريقة فإن الكاشف الملون يظهر بلون شكله الأساسي المميز بوضوح دون لون شكله الحمضي في المحلول الذي يوضع فيه إذا كان : $\dfrac{[In^-]_f}{[HIn]_f} \geq 10 \Leftarrow \text{Log}\dfrac{[In^-]_f}{[HIn]_f} \geq +1 \Leftarrow pH \leq pK_i + 1$.

✓ يظهر الكاشف الملون بلونه الأصلي و هو لون ناتج عن مزيج لوني شكليه الحمضي و الأساسي في المحلول المائي الذي يوضع فيه إذا كان : $pK_i - 1 \leq pH \leq pK_i + 1$ ، و يعرف هذا المجال أو المنطقة من سلم الــ pH للمحلول بــ « منطقة الإنعطاف » أو « مجال التحول اللوني للكاشف » و أحيانًا ندعوه « مجال عمل الكاشف الملون » .

$pH \leq pK_i - 1$	$pK_i - 1 \leq pH \leq pK_i + 1$	$pH \geq pK_i + 1$
لون الشكل الحمضي HIn هو الغالب	منطقة الإنعطاف « مجال العمل »	لون الشكل الأساسي In^- هو الغالب

4-4) المعايرة الــ pH – مترية :

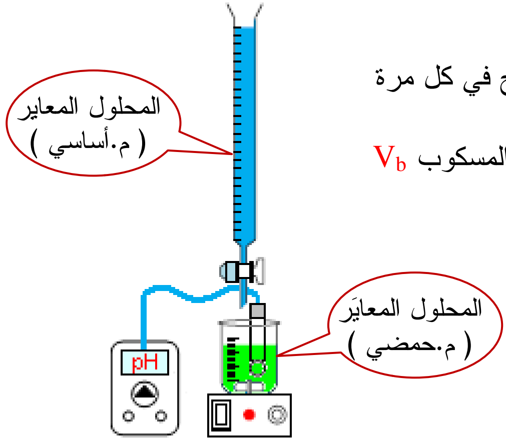
معايرة محلول حمضي (أو أساسي) تتمثل في تعيين التركيز المولي له . من أجل ذلك نستعمل تفاعل : حمض – أساس يمكن اعتباره تامًا .
عند التكافؤ ، المتفاعل المُعَايَر و المتفاعل المُعَاير يكونا في الشروط الستوكيومترية للتفاعل .

• **تقنية المعايرة (التركيبة التجريبية) :**

– نضع محلول معايَر في البيشر : مثلاً نأخذ حجمًا V_a من المحلول الحمضي تركيزه المولي C_a ، ثم نضيف الماء المقطر حتى يسهل غمر مسبار جهاز الــ pH – متر في المحلول .
– نملأ السحاحة بالمحلول المعاير (المحلول الأساسي في مثالنا هذا) ذي التركيز المولي C_b .

– نسكب تدريجيًا المحلول الأساسي على المحلول الحمضي ، و نسجل قيمة pH المزيج في كل مرة نسكب فيها حجمًا معينًا V_b . **الوثيقة – 14**

– نرسم **منحنى المعايرة** الذي يمثل تغيرات pH المزيج بدلالة حجم المحلول الأساسي المسكوب V_b أي : $pH = f\,(V_b)$.



وثيقة : 14
جهاز المعايرة الـ pH – مترية

- **مثال ①** : **معايرة محلول حمض الإيثانويك بواسطة محلول الصود .**

نضع في البيشر $V_a = 20\ mL$ من المحلول الحمضي ، ثم نسكب تدريجيًا المحلول الأساسي الذي تركيزه المولي $C_b = 2{,}0 \times 10^{-1}\ mol.L^{-1}$. نسجل قيمة pH المزيج من أجل كل حجم مسكوب V_b ، ثم نرسم منحنى المعايرة : $pH = f\,(V_b)$. **الوثيقة – 15**

– معادلة تفاعل المعايرة هي :

$$CH_3COOH_{\,(aq)} + HO^-_{\,(aq)} \rightarrow H_2O_{\,(\ell)} + CH_3COO^-_{\,(aq)}$$

– مناقشة منحنى المعايرة :

▪ في الجزء MN حيث : $0 < V_b < 12\ mL$ ، يتزايد الـ pH ببطء .

▪ في الجزء NP حيث : $12\ mL < V_b < 13\ mL$ ، يتزايد الـ pH بسرعة كبيرة جدًا (قفزة الـ pH) .

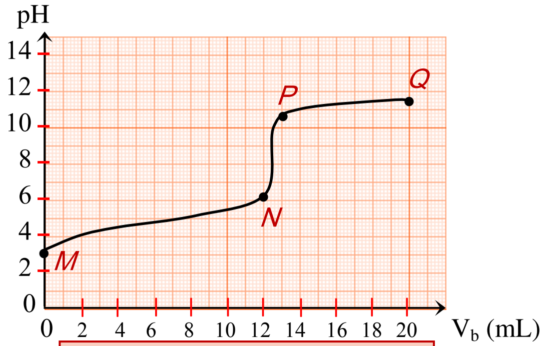
▪ في الجزء NP حيث : $V_b > 13\ mL$ ، يتزايد الـ pH قليلاً ببطء ليؤول إلى قيمة حدية (المنحنى يؤول إلى خط مقارب أفقي) .

– يحدث التكافؤ (حمض– أساس) عندما تكون المتفاعلات في الشروط الستوكيومترية للتفاعل . لتكن E نقطة التكافؤ ، عندها يكون :

$$n_0\,(CH_3COOH) = n_E\,(HO^-) \Leftrightarrow n_0\,(\text{حمض}) = n_E\,(\text{أساس})$$

أي أن :

$$C_a.V_a = C_b.V_{bE} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{C_a = C_b\,\frac{V_{bE}}{V_a}}$$



وثيقة : 15
تطور الـ pH بدلالة الحجم V_b

في مثالنا هذا، بيانيًا: $V_{bE} = 12{,}5\ mL$

بالتالي: $C_a = 2{,}0 \times 10^{-1} \times \dfrac{12{,}5}{20} = 12{,}5 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1} \Leftarrow \boxed{C_a = 12{,}5 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1}}$

☒ ملاحظة : توجد نقطة التكافؤ E في الجزء NP أين يتغير الـ pH بسرعة كبيرة جدًا (خلال قفزة الـ pH) .

- **مثال ②** : **معايرة محلول النشادر بواسطة محلول حمض كلور الماء .**

نضع في بيشر حجمًا $V_b = 20\ mL$ من محلول غاز النشادر NH_3 ، ثم نسكب عليه تدريجيًا محلول حمض كلور الماء $H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$ تركيزه المولي $C_a = 4{,}0 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1}$. نسجل قيمة pH المزيج من أجل كل حجم V_a مسكوب ، ثم نرسم البيان $pH = f\,(V_a)$. **الوثيقة – 16** .

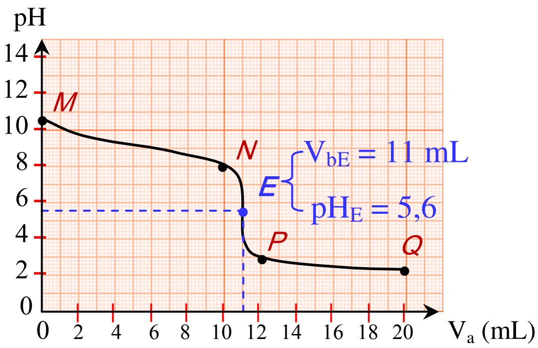
– معادلة التفاعل :

$$NH_{3\,(aq)} + H_3O^+_{\,(aq)} \rightarrow H_2O_{\,(\ell)} + NH_4^+_{\,(aq)}$$

– عند نقطة التكافؤ E :

$$C_b.V_b = C_a.V_{aE} \quad \Leftrightarrow \quad C_b = C_a\,\frac{V_{aE}}{V_b}$$

و منه : $C_b = 2{,}2 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1}$



وثيقة : 16
تطور الـ pH بدلالة الحجم V_a

☒ ملاحظة : توجد نقطة التكافؤ E في الجزء NP أين يتغير الـ pH بسرعة كبيرة جدًا (خلال قفزة الـ pH) .

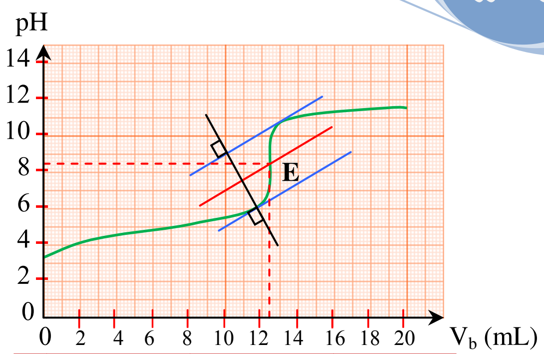
- **كيفية تعيين نقطة التكافؤ على منحنى المعايرة :**

– طريقة المماسين المتوازيين :

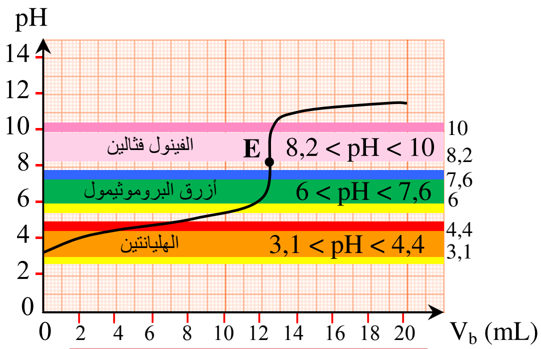
نرسم مماسين لمنحنى المعايرة ، متوازيين في جهتين مختلفتين و عند الأوضاع الأكثر انعطافًا ثم نرسم المستقيم القاطع الذي يوازي المماسين بحيث يكون متناظرًا بالنسبة لهما ، فتكون نقطة التكافؤ E نقطة تقاطعه مع المنحنى . **الوثيقة – 17**

– الطريقة اللونية :

عند بداية المعايرة نضيف بضع قطرات من كاشف ملون مناسب (الذي يحتوي مجال عمله pH_E) الى المحلول المعايَر . خلال المعايرة نحصل على التكافؤ لحظة تغير لون الكاشف في المزيج . **الوثيقة – 18**



وثيقة : 17
تعيين E بطريقة المماسين المتوازيين



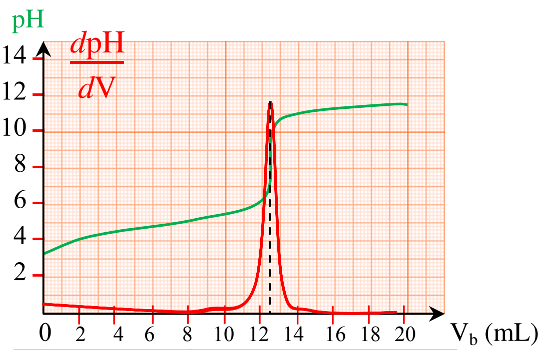
وثيقة : 18
تعيين E في المعايرة اللونية

– المعايرة عن طريق الإعلام الآلي :

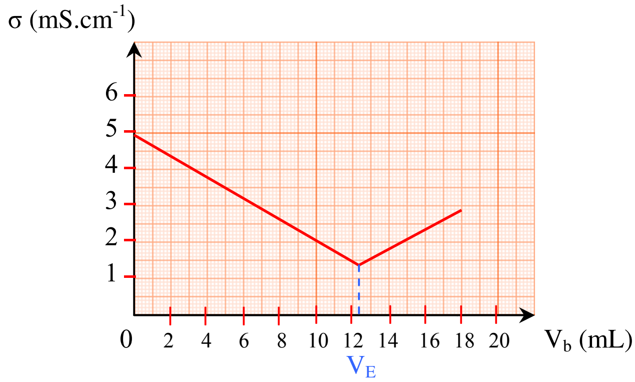
يرسم الجهاز منحنى المعايرة $pH = f\,(V_{\text{المسكوب}})$ ، ثم يرسم أيضًا المنحنى $g(V) = \dfrac{dpH}{dV}$. نقطة التكافؤ تمثل النهاية العظمى للمنحنى $g(V) = \dfrac{dpH}{dV}$. **الوثيقة – 19**

– المعايرة عن طريق قياس الناقلية :

يمكن إستعمال جهاز قياس الناقلية النوعية σ للمزيج المتفاعل من أجل قيمة الحجم المسكوب $V_{\text{المسكوب}}$. بعد رسم المنحنى : $\sigma = f\,(V_{\text{المسكوب}})$ ، نستنتج V_E عند التكافؤ . **الوثيقة – 20**



وثيقة : 19
تعيين E عن طريق الإعلام الآلي
طريقة النهاية العظمى للبيان
$\dfrac{dpH}{dV}$



وثيقة : 20
تعيين E في المعايرة عن طريق قياس
الناقلية النوعية σ

تطبيقات :

تطبيق : ① (تمرين محلول 1 – ص : 214 . الكتاب المدرسي)

نريد دراسة التفاعل بين شوارد الإيثانوات CH_3COO^- مع حمض الميثانويك **HCOOH** . من أجل ذلك نضع في بيشر يحتوي على **500 mL** من الماء المقطر **0,10 mol** من إيثانوات الصوديوم و **0,10 mol** من حمض الميثانويك .

1. أكتب معادلة التفاعل الحادث و بيّن أنه تفاعل حمض – أساس .
2. قدم جدولاً لتقدم التفاعل .
3. عيّن كسر التفاعل الإبتدائي Q_{ri}.
4. عيّن عبارة كسر التفاعل النهائي Q_{rf} (عند التوازن) بدلالة النسبة النهائية لتقدم التفاعل τ_f .
5. علمًا أن ثابت التوازن الموافق لمعادلة هذا التفاعل **K = 13** . استنتج النسبة النهائية للتقدم τ_f في هذه التجربة .
6. كيف يمكن تحسين قيمة τ_f لهذا التفاعل ؟

الحل :

1. معادلة التفاعل الحادث : $HCOOH_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)} = HCOO^-_{(aq)} + CH_3COOH_{(aq)}$

خلال هذا التفاعل يحدث تحويل للبروتونات H^+ من الحمض $HCOOH$ إلى الأساس CH_3COO^- (تفاعل تبادل بروتوني) ، فهو تفاعل **حمض – أساس** .

.2 جدول تقدم التفاعل :

معادلة التفاعل		$HCOOH_{(aq)}$ +	$CH_3COO^-_{(aq)}$ =	$HCOO^-_{(aq)}$ +	$CH_3COOH_{(aq)}$
حالة الجملة	التقدم	$n(HCOOH)$	$n(CH_3COO^-)$	$n(HCOO^-)$	$n(CH_3COOH)$
الحالة الإبتدائية	0	$n_0 = 0{,}10$	$n_0 = 0{,}10$	0	0
الحالة الإنتقالية	x	$n_0 - x$	$n_0 - x$	x	x
الحالة النهائية	x_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f

.3 كسر التفاعل الإبتدائي Q_{ri} :

لدينا ، بالتعريف : $Q_{ri} = \dfrac{[HCOO^-]\times[CH_3COOH]}{[HCOOH]\times[CH_3COO^-]} = 0$ لأن : $n_0(HCOO^-) = n_0(CH_3COOH) = 0$

.4 عبارة Q_{rf} بدلالة τ_f :

يكون لدينا كذلك بالتعريف : $Q_{rf} = \dfrac{[HCOO^-]_f\times[CH_3COOH]_f}{[HCOOH]_f\times[CH_3COO^-]_f}$ ، بفرض أن حجم الوسط التفاعلي ثابت لا يتغير :

$$Q_{rf} = \frac{x_f \cdot x_f}{(0{,}1 - x_f)\times(0{,}1 - x_f)} \Leftarrow Q_{rf} = \frac{x_f^{\,2}}{(0{,}1 - x_f)^2} \text{ ، لدينا : } \tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} \Leftarrow x_f = \tau_f \cdot x_{max}$$

من جدول التقدم للتفاعل يتبين أنه في حالة اختفاء أحد المتفاعلين كليًا فإن : $x_{max} = 0{,}10\ \text{mol}$ $\Leftarrow$ $Q_{rf} = \dfrac{10^{-2}\,\tau_f^{\,2}}{10^{-2}\,(1-\tau_f)^2}$

بالتالي : $Q_{rf} = \dfrac{\tau_f^{\,2}}{(1-\tau_f)^2} \Leftarrow \boxed{Q_{rf} = \left[\dfrac{\tau_f}{1-\tau_f}\right]^2}$

.5 النسبة النهائية للتقدم τ_f في هذه التجربة :

عند التوازن : $Q_{rf} = K = 13 \Leftarrow \dfrac{\tau_f^{\,2}}{(1-\tau_f)^2} = 13$ ، حيث : $0 < \tau_f < 1 \Leftarrow \boxed{\tau_f = 0{,}78}$ أي : $\boxed{\tau_f = 78\ \%}$

.6 يمكن تحسين قيمة عند ما يكون **المزيج الإبتدائي** ليس في **الشروط الستوكيومترية** للتفاعل أي بتواجد أحد المتفاعلات بزيادة .

تطبيق : 2 (تمرين محلول 2 – ص : 215 . الكتاب المدرسي)

- **دراسة الثنائية : (شاردة البنزوات/حمض البنزويك) – ($C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$)**

01) نقيس **pH** محلول حمض البنزويك ذي التركيز المولي $C_1 = 1{,}0 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ ، فنجد $pH_1 = 3{,}1$.

أ) أكتب معادلة تفاعل حمض البنزويك مع الماء ، ثم أكتب عبارة ثابت الحموضة K_a للثنائية المدروسة .

ب) لماذا قياس الــ pH_1 للمحلول يمكّن من القول بأن حمض البنزويك ضعيف ؟

02) نقيس بعد ذلك الــ **pH** لمحلول بنزوات الصوديوم ($Na^+_{(aq)} + C_6H_5COO^-_{(aq)}$) تركيزه المولي : $C_2 = 1{,}0 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ ، فنجد $pH_2 = 8{,}1$.

أ) أكتب معادلة تفاعل شاردة البنزوات مع الماء ، ثم أكتب عبارة ثابت التوازن الموافق لمعادلة هذا التفاعل .

ب) لماذا قياس الــ pH_2 للمحلول يمكّن من القول بأن شاردة البنزوات لا تتفاعل كليًا مع الماء ؟

03) نضيف إلى المحلول الأول (محلول حمض البنزويك) بضع قطرات من محلول الصود ، نلاحظ أن **pH** المزيج **5,3** .

أ) دون حساب و باستعمال مخطط الصفة الغالبة ، ماهو النوع الذي يشكل أغلبية في المزيج ؟

ب) أكتب معادلة التفاعل : حمض – أساس ، الحادث بين محلول الصود و محلول حمض البنزويك .

ج) أحسب قيمة ثابت التوازن الموافق لمعادلة هذا التفاعل .

04) نحقق الآن مزيجًا بين **20 mL** من محلول حمض البنزويك و **20 mL** من محلول بنزوات الصوديوم .

أ) أكتب معادلة التفاعل : حمض – أساس الحادث .

ب) أحسب قيمة ثابت التوازن الموافق لمعادلة هذا التفاعل .

ج) أوجد علاقة بين **pH** المزيج و **pK_a** الثنائية ($C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$) ، ثم استنتج **pH** المزيج .

05) أ. مثل كيفيًا شكل مخطط تواجد الثنائية ($C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$) .

ب. عيّن على المخطط القيم الأربعة السابقة للــ **pH** .

يعطى : $pK_a\ (C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-) = 4{,}2$

الحل :

01) أ. معادلة تفاعل حمض البنزويك مع الماء :

$$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + C_6H_5COO^-_{(aq)}$$

ثابت الحموضة للثنائية المدروسة : $K_a = \dfrac{[H_3O^+]_f \times [C_6H_5COO^-]_f}{[C_6H_5COOH]_f}$

ب. الماء بزيادة ⇐ الحمض C_6H_5COOH هو المتفاعل المحد ⇐ $x_{max} = n_{0\,(\text{الحمض})} = C_1.V$

∴ $pH_1 = 3,1$ ⇐ $[H_3O^+]_f = 10^{-3,1} = 7,9 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1}$ ، حيث : $x_f = [H_3O^+]_f.V$

بالتالي النسبة النهائية للتقدم : $\tau_f = \dfrac{x_f}{x_{max}} = \dfrac{[H_3O^+]_f}{C_1} = 7,9 \times 10^{-2}$ أي أن : $\tau_f = 7,9\ \%$ ⇐ التفاعل غير تام

∴ حمض البنزويك ضعيف .

02) أ. معادلة تفاعل شاردة البنزوات مع الماء :

$$C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = C_6H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$$

ثابت التوازن الموافق لمعادلة التفاعل : $K = \dfrac{[C_6H_5COOH]_f \times [HO^-]_f}{[C_6H_5COO^-]_f}$

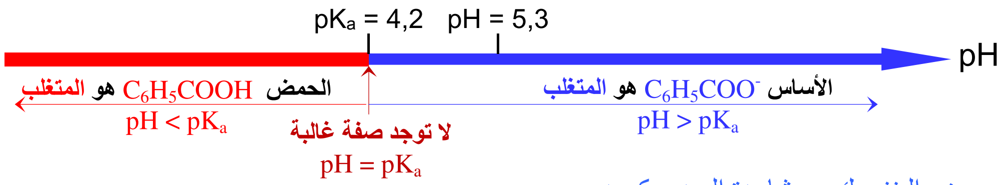
ب. الماء بزيادة ⇐ النوع $C_6H_5COO^-$ هو المتفاعل المحد ⇐ $x_{max} = C_2.V$

∴ $pH_1 = 8,1$ ⇐ $[H_3O^+] = 10^{-8,1} = 7,9 \times 10^{-9}\ mol.L^{-1}$ ⇐ $[HO^-]_f = 10^{-5,9} = 1,26 \times 10^{-6}\ mol.L^{-1}$

حيث : $x_f = [HO^-]_f.V$

بالتالي النسبة النهائية للتقدم : $\tau_f = \dfrac{x_f}{x_{max}} = \dfrac{[HO^-]_f}{C_2} = 1,26 \times 10^{-4}$ أي أن : $\tau_f < 100\ \%$ ⇐ التفاعل غير تام

03) أ. مخطط توزيع الصفة الغالبة في المحلول :



ب. معادلة تفاعل حمض البنزويك مع شاردة الهيدروكسيد :

$$C_6H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

جـ. ثابت التوازن الموافق للمعادلة : $K = \dfrac{[C_6H_5COO^-]_f}{[C_6H_5COOH]_f \times [HO^-]_f}$

لدينا : $K_e = [H_3O^+].[HO^-]$

بالتالي : $[HO^-] = \dfrac{K_e}{[H_3O^+]}$ ⇐ $K = \dfrac{[C_6H_5COO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[C_6H_5COOH]_f \times [HO^-]_f \times [H_3O^+]_f}$ أي أن : $\boxed{K = \dfrac{K_a}{K_e}}$

و منه :

$$K = \frac{10^{-pKa}}{K_e} = \frac{10^{-4,2}}{10^{-14}} = 6,3 \times 10^9 \Rightarrow \boxed{K = 6,3 \times 10^9}$$

04) أ. معادلة تفاعل حمض البنزويك مع شاردة البنزوات :

$$C_6H_5COOH_{(aq)} + C_6H_5COO^-_{(aq)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + C_6H_5COOH_{(aq)}$$

ب. ثابت التوازن الموافق للمعادلة : $K = \dfrac{[C_6H_5COO^-]_f \times [C_6H_5COOH]_f}{[C_6H_5COOH]_f \times [C_6H_5COO^-]_f} = 1$

جـ. العلاقة بين pH و pK_a :

بالتعريف : $pH = pK_a + Log\dfrac{[C_6H_5COO^-]_f}{[C_6H_5COOH]_f}$

حساب pH المزيج : لدينا ، حجم المزيج $V = V_1 + V_2 = 20 + 20 = 40\ mL = 4 \times 10^{-2}\ L$

بالتالي : $[C_6H_5COOH]_i = \dfrac{C_1V_1}{V_1 + V_2}$ ⇐ $[C_6H_5COOH]_i = \dfrac{10^{-2} \times 20}{40} = 5 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

كذلك : $[C_6H_5COO^-]_i = \dfrac{C_1V_1}{V_1 + V_2}$ ⇐ $[C_6H_5COO^-]_i = \dfrac{10^{-2} \times 20}{40} = 5 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

من المعادلة أو من جدول التقدم ، لدينا :

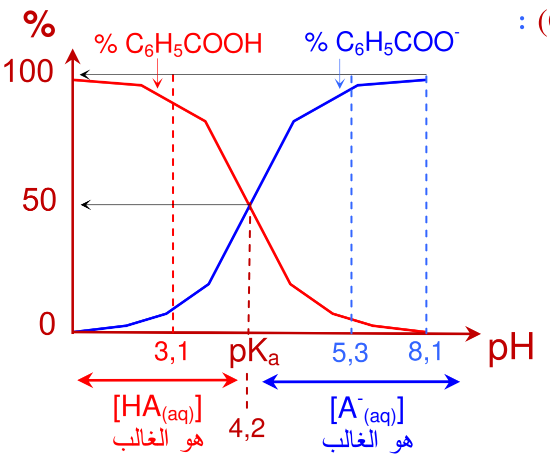
$$n_0(C_6H_5COOH) = [C_6H_5COOH]_i.V = 5\times10^{-3} \times 4\times10^{-2} = 2\times10^{-4}\ mol$$

∴ ثابت التوازن : $K = Q_{rf} = \dfrac{x_f^2}{(2\times10^{-4} - x_f^{2})} = 1$

بحل المعادلة ينتج : $x_f = 10^{-4}$ mol ، فيكون pH المزيج : $pH = pK_a + Log\dfrac{[C_6H_5COO^-]_f}{[C_6H_5COOH]_f}$

و بما أن : $[C_6H_5COO^-]_f = [C_6H_5COOH]_f$ ، فإن : $pH = pK_a = 4{,}2$

05) أ. مخطط توزيع الصفة الغالبة للثنائية $(C_6H_5COOH/ C_6H_5COO^-)$:



ب. تعليق :

* عند $pH = 3{,}1$: حمض البنزويك HA يشكل أغلبية .
* عند $pH = 4{,}2$: $HA\ \% = A^-\ \%$
* عند $pH = 5{,}3$: شاردة البنزوات A^- تشكل أغلبية .

تطبيق : ③ « التمرين – 3 ، ص : 218 – الكتاب المدرسي »

يعتبر التفاعل بين حمض كلور الهيدروجين **HCl** و الماء **H_2O** تامًا .

1. أكتب معادلة تفاعل الحمض مع الماء .
2. أحسب **pH** المحلول الناتج ، علمًا أنه حضّر بإذابة **0,1 mol** من غاز **HCl** في **1 L** من الماء المقطر .
3. كم يجب أن تكون كمية المادة لغاز **HCl** المذاب في **1 L** من الماء المقطر للحصول على محلول له **pH = 2,0** ؟

المعطيات : الثنائية $(HCl_{(aq)} / Cl^-_{(aq)})$

الحل :

1. كتابة معادلة تفاعل الحمض مع الماء : $HCl_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$
2. حساب **pH** المحلول الناتج : $n_{HCl} = C.V \Leftarrow C = \dfrac{n_{HCl}}{V} = \dfrac{0{,}1}{1} = 0{,}1\ mol.L^{-1}$

التفاعل تام $\Leftarrow [H_3O^+] = C = 10^{-pH} = 10^{-1}\ mol.L^{-1} \Leftarrow \boxed{pH = 1{,}0}$

3. حساب كمية المادة لغاز **HCl** المذاب :

مما سبق يتبين أن : $n_{HCl} = C.V = [H_3O^+].V = 10^{-pH}.\ V = 10^{-2} \times 1 = 0{,}01\ mol$

∴ $\boxed{n_{HCl} = 0{,}01\ mol}$

تطبيق : ④ « التمرين – 8 ، ص : 219 – الكتاب المدرسي »

نعتبر محلولا لحمض كلور الإيثانويك (CH_2ClOOH) حجمه **V = 20,0 mL** ، تركيزه المولي $C = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ ، و له **pH = 2,37** .

1. أكتب معادلة تفاعل الحمض مع الماء .
2. عيّن التقدم الأعظمي x_{max} لهذا التفاعل .
3. عيّن التقدم النهائي x_f و النسبة النهائية للتقدم τ_f . هل التحول الكيميائي تام ؟

الحل :

1. كتابة معادلة تفاعل الحمض مع الماء : $CH_2ClCOOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} = H_3O^+_{(aq)} + CH_2ClCOO^-_{(aq)}$
2. تعيين التقدم الأعظمي x_{max} لهذا التفاعل :

من جدول التقدم جانبه ، و عند نهاية التفاعل

فإن : $n_0 - x_{max} = 0$

$\Leftarrow x_{max} = n_0 = 2 \times 10^{-4}\ mol$

و منه : $\boxed{x_{max} = 2 \times 10^{-4}\ mol}$

معادلة التفاعل	$CH_2ClCOOH_{(\ell)}$ +	$H_2O_{(\ell)}$ =	$H_3O^+_{(aq)}$ +	$CH_2ClCOO^-_{(aq)}$
الحالة الإبتدائية	$n_0 = C.V = 2\times10^{-4}$ mol	بزيادة	0	0
الحالة النهائية	$n_0 - x_{max}$	بزيادة	x_{max}	x_{max}

3. تعيين التقدم النهائي x_f : $x_f = [H_3O^+]_f.V = 10^{-pH}.\ V = 10^{-2{,}37} \times 0{,}02 = 8{,}53 \times 10^{-5}\ mol$

النسبة النهائية للتقدم τ_f : $\tau_f = \dfrac{x_f}{x_{max}} = \dfrac{8{,}53 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4}} = 0{,}43 \Leftarrow \boxed{\tau_f < 1}$ ، أي أن : $\boxed{\text{التفاعل غير تام}}$.

تطبيق : ⑤ « التمرين – 12 ، ص : 220 – الكتاب المدرسي »

نعتبر محلولاً (S_1) لغاز النشادر تركيزه المولي $C_1 = 0{,}10\ mol.L^{-1}$ ، و قيمة الـ pH له هي : 11,1

1. أكتب معادلة تفاعل غاز النشادر NH_3 مع الماء .
2. بيّن أن NH_3 لا يتفاعل كليًا مع الماء .
3. أقترح طريقة تمكن من تحضير محلول (S_2) لغاز النشادر حجمه $V_2 = 100\ mL$ ، و تركيزه المولي $C_2 = 2{,}5\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$ و هذا إنطلاقًا من V_2 و (S_1) .
4. إذا كان pH المحلول (S_2) يساوي 10,8 . عيّن النسبة النهائية لتقدم التفاعل في المحلول (S_2) .
5. ماذا يمكن القول عن تأثير عملية التمديد على تفاعل NH_3 مع الماء ؟

المعطيات : الثنائية (NH_4^+ / NH_3)

الحل :

1. معادلة تفاعل غاز النشادر NH_3 مع الماء : $NH_{3\,(g)} + H_2O_{(\ell)} = NH_4^+{}_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)}$
2. إثبات بأن NH_3 لا يتفاعل كليًا مع الماء :

معادلة التفاعل	$NH_{3\,(g)}$ +	$H_2O_{(\ell)}$ =	$NH_4^+{}_{(aq)}$ +	$HO^-{}_{(aq)}$
الحالة الإبتدائية	$n_0 = C_1.V_1$	بزيادة	0	0
الحالة النهائية	$n_0 - x_{max}$	بزيادة	x_{max}	x_{max}

في نهاية التفاعل : $n_0 - x_{max} = 0$

$\Leftarrow x_{max} = n_0 = C_1.V_1 \Leftarrow x_{max} = 0{,}1\ V_1$

من جهة أخرى : $x_f = [HO^-]_f.V_1$

حيث : $[HO^-]_f = \dfrac{K_e}{[H_3O^+]_f} = \dfrac{10^{-14}}{10^{-pH}}$

و منه : $x_f = 12{,}6 \times 10^{-4}.V_1 \Leftarrow \dfrac{12{,}6 \times 10^{-4}.V_1}{0{,}1\ V_1} = 0{,}0126 = \dfrac{x_f}{x_{max}} = \tau_f \Leftarrow \tau_f \approx 1{,}3\ \%$

∴ $\tau_f < 100\ \%$ أي أن : التفاعل غير تام .

3. عند التمديد تبقى كمية المادة محفوظة (عدد المولات ثابت) : $n_{NH_3} = C_1.V_1 = C_2.V_2$

بالتالي : $V_1 = \dfrac{C_2.V_2}{C_1} = \dfrac{2{,}5\times10^{-2} \times 100}{0{,}1} = 25\ mL \Leftarrow \boxed{V_1 = 25\ mL}$

- الطريقة المقترحة : نضع في بيشر سعته 100 mL حجمًا أكبر من 25 mL من المحلول المركز (S_1) .

نملأ مصاصة سعتها 25 mL من محتوى البيشر (المحلول (S_1)) و نفرغها في حوجلة سعتها 100 mL ، ثم نكمل الحجم بماء مقطر الى الخط (العلامة) . نغلق و نخلط ، بعد 2 أو 3 إنقلابات لكي يتجانس المحلول يكون (S_2) جاهزًا .

4. تعيين النسبة النهائية للتقدم τ_f في المحلول (S_2) :

في نهاية التفاعل :

$x_{max} = C_2.V_2 \Leftarrow x_{max} = 2{,}5\times10^{-2}.V_2$ من جهة أخرى : $x_f = [HO^-]_f.V_2$

حيث : $[HO^-]_f = \dfrac{K_e}{[H_3O^+]_f} = \dfrac{10^{-14}}{10^{-pH}}$

و منه : $x_f = 6{,}3 \times 10^{-4}.V_2 \Leftarrow \dfrac{6{,}3 \times 10^{-4}.V_2}{2{,}5 \times 10^{-2}.V_2} = 0{,}0252 = \dfrac{x_f}{x_{max}} = \tau_f \Leftarrow \tau_f \approx 2{,}5\ \%$

5. نلاحظ أن النسبة النهائية لتقدم تفاعل النشادر مع الماء تزداد مع التمديد : $\tau_{f1} < \tau_{f2}$

بالتالي لعملية التمديد تأثير مباشر على تفاعل تفكك NH_3 في الماء حيث يزداد التشرد في وفرة من المذيب .

تطبيق : ⑥ « التمرين – 18 ، ص : 221 – الكتاب المدرسي »

نمزج حجمًا $V_1 = 30\ mL$ من محلول كبريتيد الصوديوم $(2Na^+ + SO_3^{2-})$ تركيزه المولي $C_1 = 0{,}10\ mol.L^{-1}$ و حجمًا $V_2 = 30\ mL$ من محلول حمض الإيثانويك تركيزه المولي $C_2 = 0{,}10\ mol.L^{-1}$.

1. أكتب معادلة التفاعل الحادث .
2. قدّم جدولاً لتقدم التفاعل .
3. أحسب Q_{ri} .
4. عبّر عن Q_{rf} بدلالة τ_f (في حالة التوازن)
5. علمًا أن ثابت التوازن الموافق للتفاعل $K = 251$. استنتج τ في الشروط التجريبية .

المعطيات : الثنائية (CH_3COOH / CH_3COO^-) ، (HSO_3^- / SO_3^{2-})

الحل :

1. كتابة معادلة التفاعل الحادث : $CH_3COOH_{(aq)} + SO_3^{2-}{}_{(aq)} = CH_3COO^-{}_{(aq)} + HSO_3^-{}_{(aq)}$
2. جدول التقدم للتفاعل : (أنظر الصفحة الموالية)

معادلة التفاعل	$CH_3COOH_{(aq)}$ +	$SO_3^{2-}{}_{(aq)}$ =	$HSO_3^-{}_{(aq)}$ +	$CH_3COO^-{}_{(aq)}$
الحالة الإبتدائية	$n_2 = C_2.V_2$	$n_1 = C_1.V_1$	0	0
الحالة النهائية	$n_2 - x_f$	$n_1 - x_f$	x_f	x_f

3. حساب Q_{ri} :

بالتعريف :

$$Q_{ri} = \frac{[CH_3COO^-]_i \times [HSO_3^-]_i}{[CH_3COOH]_i \times [SO_3^{2-}]_i}$$

لكن : $[CH_3COO^-]_i = [HSO_3^-]_i = 0$ ، بالتالي : $\boxed{Q_{ri} = 0}$

4. التعبير عن Q_{rf} بدلالة τ_f :

باعتبار حجم الوسط التفاعلي ثابت :

$$K = Q_{rf} = \frac{[CH_3COO^-]_f \times [HSO_3^-]_f}{[CH_3COOH]_f \times [SO_3^{2-}]_f} = \frac{x_f^{\,2}}{(n_1 - x_f)(n_2 - x_f)}$$

حسب المعطيات و بناءً على معادلة التفاعل : $n_1 = n_2$ ⇐ يمكن إعتبار التفاعل تامًا إذا كان : $n_1 = n_2 = x_{max}$

بقسمة عبارة Q_{rf} على $(x_{max})^2$ نجد :

$$K = Q_{rf} = \frac{\left[\frac{x_f}{x_{max}}\right]^2}{\left[\frac{n_1 - x_f}{x_{max}}\right]^2} = \frac{\tau_f^{\,2}}{(1-\tau_f)^2}$$

بالنهاية :

$$\boxed{K = Q_{rf} = \frac{\tau_f^{\,2}}{(1-\tau_f)^2}}$$

5. استنتاج τ في الشروط التجريبية :

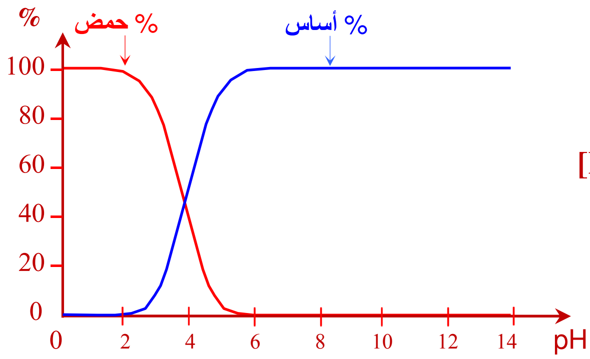
لأجل $K = 251$ ، و بالتعويض في عبارة $K = Q_{rf}$ السابقة نجد المعادلة من الدرجة الثانية :

$250\,\tau_f^{\,2} - 502\,\tau_f - 251 = 0$ ⇐ $\boxed{\tau_f = 0{,}94 = 94\ \%}$

تطبيق : ⑦ « التمرين – 25 ، ص : 223 – الكتاب المدرسي »

حمض الميثانويك و الذي يسمى أيضًا حمض النمل عبارة عن سائل حاث (Corrosif) ، و يوجد طبيعيًا في جسم النمل الأحمر .
البيان المرفق يوضح المنحنيات التي تمثل % للحمض و % للأساس [للثنائية ($HCOOH/HCOO^-$)] بدلالة pH المحلول .

1. في أي نقطة يكون $pH = pK_a$ ؟ برّر إجابتك .
استنتج الـ pK_a للثنائية المدروسة .
2. من أجل $pH = 5$ ، عيّن % للحمض و % للأساس .
3. عيّن pH المحلول من أجل : $[HCOOH]_{éq} = 2\,[HCOO^-]_{éq}$
هل يمكن إيجاد قيمة الـ pH باستعمال العلاقة بين
pH و pK_a ؟



الحل :

1. لدينا بالتعريف : $pH = pK_a + Log\,\dfrac{[A^-]}{[AH]}$

عندما يكون : $[AH] = [A^-]$ ، فإن : $pH = pK_a$.

بيانيًا : تمثل فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين $pH = pK_a = 3{,}8$ ⇐ $\boxed{pK_a\,(HCOOH/HCOO^-) = 3{,}8}$

2. تعيين % للحمض و % للأساس من أجل $pH = 5$:

بالإسقاط على البيان نجد : ــ نسبة الشكل الحمضي $HCOOH$: $\%\ AH = 6\ \%$

ــ نسبة الشكل الأساسي $HCOO^-$: $\%\ A^- = 94\ \%$

3. تعيين pH المحلول من أجل : $[HCOOH]_{éq} = 2\,[HCOO^-]_{éq}$:

في هذه الحالة يكون : $\dfrac{[HCOOH]_{éq}}{[HCOOH]_{éq} + [HCOO^-]_{éq}} = \dfrac{2}{3} = 67\ \%$

بالتالي : ــ نسبة الشكل الحمضي $HCOOH$: $\%\ AH = 67\ \%$

ــ نسبة الشكل الأساسي $HCOO^-$: $\%\ A^- = 33\ \%$

نستغل البيان و نقرأ قيمة الـ pH الموافقة ، نجد : $pH \approx 3{,}5$

تطبيق : 8 « التمرين – 26 ، ص : 224 – الكتاب المدرسي »

نعتبر الكواشف الملونة التالية المعطاة في الجدول المرفق جانبه :

من أجل معرفة **pH** ثلاثة محاليل **A** ، **B** ، **C** ، نحقق الإختبارات التالية :

* المحلول **A** يتلون بالأصفر مع الهليانتين و بالأصفر أيضًا مع أحمر الكلوروفينول .
* المحلول **B** لا يغير لون كل من أحمر البروموفينول و الأحمر المعتدل .
* المحلول **C** يلون الفينول فثالين بالوردي و الكرمين بالأزرق .

1. ما هي القيم الحدية التي يمكن إعطاؤها لكل محلول (بخصوص الـــ **pH**) ؟
2. هل يمكن تحقيق إختبار إضافي مع المحلول **C** من أجل الحصول على قيمة للـــ **pH** أدق ؟

منطقة التغير اللوني	لون الأساس	لون الحمض	الكاشف الملون
3,1 – 4,4	أصفر	أحمر	هليانتين
4,8 – 6,4	أحمر بنفسجي	أصفر	أحمر كلوروفينول
5,2 – 6,8	أحمر بنفسجي	أصفر	أحمر بروموفينول
6,8 – 8,0	أصفر	أحمر	أحمر معتدل
8,2 – 10,0	أحمر بنفسجي	شفاف	فينول فثالين
11,6 – 14,0	أصفر	أزرق	أزرق نيلة

الحل :

1. المحلول **A** يغير لون الهليانتين الى الأصفر ، بالتالي **pH** المحلول يقع في مجال تغلب الشكل الأساسي للكاشف أي : $pH_A \geq 4{,}4$.

المحلول **A** يغير لون أحمر الكلوروفينول الى الأصفر ، بالتالي : $pH_A \leq 4{,}8$.

و منه : $4{,}4 \leq pH_A \leq 4{,}8$

المحلول **B** لا يغير لون كل من أحمر البروموفينول و الأحمر المعتدل إذًا $\left.\begin{matrix} pH_B \geq 6{,}8 \\ pH_B \leq 6{,}8 \end{matrix}\right\}$ إذًا $pH_B = 6{,}8$

المحلول **C** يغير لون الفينول فثالين إلى أحمر بنفسجي ، بالتالي : $pH_C \geq 10{,}0$ و يغير لون أزرق النيلة إلى الأزرق ، إذًا : $pH_C \leq 11{,}6$ ، و منه : $10{,}0 \leq pH_C \leq 11{,}6$

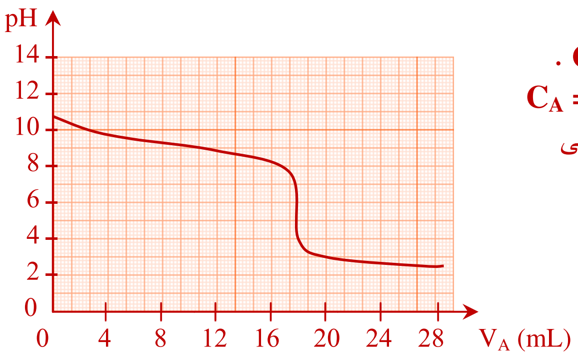
2. تم إختبار المحلول **C** بالكاشفين الملونين (أزرق النيلة و الفينول فثالين) ، و ثبت أنه في محاليل الكواشف الخمسة الأولى مجال تغير اللون يحقق $pH < 10{,}0$ بالتالي مع المحلول **C** تظهر هذه الكواشف بألوان أشكالها الأساسية . لذلك لا يمكن إجراء إختبار إضافي بالكواشف المذكورة من أجل معرفة pH_C بدقة أكثر .

تطبيق : 9 « التمرين – 30 ، ص : 226 – الكتاب المدرسي »

نضع في بيشر حجمًا $V_B = 20\ mL$ من محلول غاز النشادر تركيزه المولي C_B .

يسكب عليه تدريجيًا محلولاً لحمض كلور الماء تركيزه المولي $C_A = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

من أجل كل حجم V_A مسكوب للمحلول الحمضي ، نقيس pH المزيج نحصل على المنحنى $pH = f\,(V_A)$ المبين بالشكل المقابل .



1. أكتب معادلة تفاعل المعايرة .
2. أحسب ثابت التوازن **K** الموافق لهذا التفاعل .
3. عيّن بيانيًا نقطة التكافؤ $E\ (V_{AE}\ , pH_E)$
4. ما هي الأنواع الكيميائية التي تشكل أغلبية من أجل $pH = 2$ ، $pH = 5{,}2$ ثم $pH = 9{,}2$ ؟

المعطيات : $pK_{a1}\ (NH_4^+/NH_3) = 9{,}2$ ؛ $pK_{a2}\ (H_3O^+/H_2O) = 0$ ؛ $pK_{a3}\ (H_2O/HO^-) = 14$.

الحل :

1. كتابة معادلة تفاعل المعايرة : $\boxed{NH_{3\,(aq)} + H_3O^+_{(aq)} = NH^+_{4\,(aq)} + H_2O_{(\ell)}}$
2. حساب ثابت التوازن **K** الموافق لهذا التفاعل :

$$K = \frac{[NH_4^+]_{éq}}{[NH_3]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}} = \frac{1}{K_{a1}} = \frac{1}{10^{-pK_{a1}}} = \frac{1}{10^{-9,2}} = 1{,}58 \times 10^9$$

$\therefore\ \boxed{K = 1{,}58 \times 10^9}$

3. تعيين نقطة التكافؤ $E\ (V_{AE}\ , pH_E)$:

من البيان و باستعمال طريقة المماسات نجد : $E\ (V_{AE} = 18\ mL\ , pH_E = 5{,}6)$

4. الأنواع الكيميائية التي تشكل أغلبية :

– من أجل $pH = 2$: لدينا $pK_{a1} = 9{,}2$ ⇐ $pH < pK_{a1}$ ، بالتالي NH_4^+ هو الغالب .
– من أجل $pH = 5{,}2$ ⇐ $pH < pK_{a1}$ ، بالتالي NH_4^+ هو الغالب .
– من أجل $pH = 9{,}2$ ⇐ $pH = pK_{a1}$ ، بالتالي الفردين للثنائية NH_4^+/NH_3 متواجدان بنفس الكمية في المحلول .

تطبيق : ⑩ « التمرين – 33 ، ص : 227 – الكتاب المدرسي »

بطاقة منظف تجاري (*déboucheur*) تحمل المعلومات التالية :

- الكتلة الحجمية $\rho = 1,23\ kg.L^{-1}$.
- النسبة المئوية الكتلية لهيدروكسيد الصوديوم $20\ \%$.
- $M\ (\ NaOH\ ) = 40\ g.mol^{-1}$

نريد التأكد من هذه المعلومات . توجد في المخبر الوسائل التالية :

- ماصات عيارية : 5 mL ، 10 mL ، 20 mL .
- حوجلات عيارية : 100 mL ، 500 mL ، 1000 mL .
- سحاحة مدرجة : 25 mL .
- مخلاط مغناطيسي ؛ pH – متر معاير ؛ بياشر و أرلنةماير مختلفة السعة .

1. أحسب التركيز المولي لهيدروكسيد الصوديوم في المحلول التجاري .
2. نمدد المحلول التجاري 100 مرة لنحصل على محلول (S) . أقترح طريقة تمكن من تحضير المحلول (S)
3. نعاير حجمًا $V_B = 20\ mL$ من المحلول (S) بواسطة محلول حمض كلور الماء تركيزه المولي $C_A = 0,10\ mol.L^{-1}$. المتابعة الـ pH مترية أعطت الجدول التالي :

V_A (mL)	2	4	6	8	10	11	12	12,5	13,5	14	15	16	17	20	22	25
pH	12,7	12,6	12,5	12,3	12,0	11,6	10,8	10,0	2,9	2,4	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4	1,3

أ) أكتب معادلة تفاعل المعايرة .
ب) أرسم البيان $pH = f\ (V_A)$.
ج) عيّن إحداثيي نقطة التكافؤ .
د) استنتج التركيز المولي للمحلول (S) ، و كذلك للمحلول التجاري .
ه) قارن بين النتيجة التجريبية و النتيجة المحسوبة في السؤال 1.

الحل :

1. حساب التركيز المولي لهيدروكسيد الصوديوم في المحلول التجاري :

يحتوي المنظف $20\ \%$ من كتلة هيدروكسيد الصوديوم الصلب $NaOH_{(s)}$ ؛ الكتلة الحجمية للمنظف $\rho = 1,23\ kg.L^{-1} = 1230\ g/L$

بالتالي : ـــ التركيز الكتلي لهيدروكسيد الصوديوم هو : $C_{m(NaOH)} = m/V = 0,20 \times \rho = 0,2 \times 1230 = 246\ g/L$

ـــ التركيز المولي لهيدروكسيد الصوديوم هو : $C = C_m/M = 246/40 = 6,2\ mol.L^{-1}$

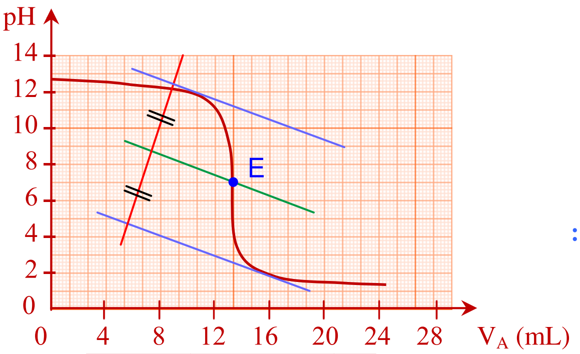
2. طريقة مستخدمة للتمديد :

تحت مدخنة ماصة (*hotte*) ، و باستعمال النظارات الواقية و قفاز لحماية الأيدي ، نسكب حجمًا أكبر بقليل من 100 mL من المحلول التجاري في بيشر نقي و جاف ، سعته 100 mL . نأخذ 10,0 mL من المحلول التجاري بواسطة ماصة ذات الإجاصة سعتها 10 mL ، يسكب هذا المحلول في حوجلة سعتها 1000 mL و تحتوي على حوالي 250 mL من الماء النقي . نغلق بإحكام ، نجانس المحلول بـــ 2 أو 3 إنقلابات ، ثم نكمل الحجم بعد ذلك بالماء المقطر حتى الخط . نجانس المحلول بـــ 2 أو 3 إنقلابات فيكون المحلول جاهزًا .

3. أ) كتابة معادلة تفاعل المعايرة :

$$H_3O^+{}_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)} = 2\ H_2O_{\ (\ell)}$$

ب) رسم البيان $pH = f\ (V_A)$ (أنظر المنحنى جانبه)



البيان : $pH = f\ (V_A)$

ج) تعيين إحداثيي نقطة التكافؤ :

باستعمال طريقة المماسات نجد :

$$E\ (\ V_{AE} = 13\ mL\ ,\ pH_E = 7\ )$$

د) استنتاج التركيز المولي للمحلول (S) ، و كذلك للمحلول التجاري :

عند التكافؤ تختفي كل المتفاعلات (حسب جدول التقدم) ، بالتالي :

$$C_A.V_{éq} = C_B.V_B \Leftarrow x_{éq} = n_{HO^-} = n_{H_3O^+}$$

حيث : $C_B = C_S \Rightarrow$

$$C_S = \frac{C_A.V_{éq}}{V_B} = \frac{0,10 \times 13}{20} = 6,5 \times 10^{-2}\ mol/L$$

معادلة التفاعل	$H_3O^+{}_{(aq)}$ +	$HO^-{}_{(aq)}$ =	$2\ H_2O_{\ (aq)}$
الحالة الإبتدائية	$n(H_3O^+)_{éq}$	$n(HO^-)_{éq}$	بزيادة
الحالة النهائية	$n - x_{éq} = 0$	$n - x_{éq} = 0$	بزيادة

جدول التقدم للتفاعل

المحلول التجاري تم تمديده 100 مرة للحصول على المحلول (S)

بالتالي : $C_{S0} = 100\ C_S = 6,5\ mol/L$

هـ) المقارنة بين النتيجة التجريبية و النتيجة المحسوبة في السؤال 1 ، أي حساب الإرتياب النسبي (دقة القياس) :

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{|6,5 - 6,2|}{6,2} = 6,5\ \%$$

الوحدة 5 : تطور جملة ميكانيكية .

❖ **مؤشرات الكفاءة :**

- يفسر بواسطة الطاقة أو القانون الثاني لنيوتن حركة قذائف وحركة الكواكب أو الأقمار الاصطناعية .
- يفسر حركة جسم صلب خاضع لعدة قوى بواسطة الطاقة أو القانون الثاني لنيوتن .
- يفسر بواسطة معادلة تفاضلية حركة جسم صلب في الهواء و خاضع لاحتكاك .
- يعرف حدود ميكانيك نيوتن .

1) مقاربة تاريخية لميكانيك نيوتن :

1-1) توحيد الميكانيك الفلكية والميكانيك الأرضية (شيء من التاريخ) :

من بين الأفعال المتبادلة الأساسية الأربعة (**الكهرمغناطيسية – الجاذبية – النووية القوية و النووية الضعيفة**) تحتل قوة الجذب أقدم مكانة في التاريخ .

كان لفهم حركات الأجسام و الفعل الجاذبي كبير الأثر على الفكر البشري ، حيث تمخضت عنه على الأقل ثلاث ثورات من عهد **أرسطو** إلى غاية الفيزياء النسبية و تنبؤات **إينشتاين** ، فلقد شهد تاريخ **الميكانيك** تطورًا في المفاهيم و النظريات ، كان الإنتقال من النظام المركزي الأرضي **لأرسطو** إلى النظام المركزي الشمسي **لكوبرنيك** و كذا تفسير كل من **غاليلي** و **نيوتن** للحركات من أبرز التحولات التي شهدتها هذه الفترة من الزمن .

الوثيقة 01 : إسحاق نيوتن (1642 – 1727)

إعتمادا على أفكار **كوبرنيك** ، و ملاحظات **تيكوبراهي** و القوانين التجريبية **لكبلر** و قوانين الحركة **لغاليلي** ، طرح **نيوتن (الوثيقة – 1)** نظريته على الحركات . لقد إستطاع ربط القوى المطبقة على جسم بتسارعه ، كما أنه أول من فهم بأن التفاحة التي تسقط من شجرة و القمر الذي يدور حول الأرض يخضعان لنفس القانون فقدم قانون **التجاذب الكوني** . يفترض هذا القانون تزامن الفعلين المتبادلين .

إستطاع نيوتن التوحيد بين الميكانيك الأرضية و الفلكية . هذه الأخيرة هي إذًا تطبيق الميكانيك الكلاسيكي لنيوتن عبر المبدأ الأساسي للتحريك و نتائجه (القوانين الثلاثة لنيوتن) .

1-2) بعض المفاهيم الأساسية :

1.2.1. المرجع و المعلم :

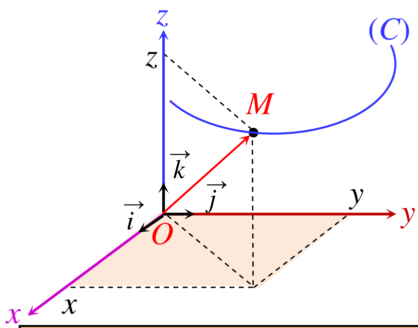
حالة **الحركة** و حالة **السكون** ، حالة **نسبية** . لذلك تتطلب دراسة حركة جملة مادية تحديد **مرجع** (**جملة إسناد**) للدراسة . المرجع جسم صلب مرتبط دومًا بمَعلمين :

* معلم للمسافة : مثل المعلم الفضائي $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ – **الوثيقة 2** ، مختار بحسب أبعاد الحركة بحيث يكون فيه وصفها أبسط ما يمكن .

* معلم للزمن : عادة يختار مبدأ الأزمنة $(t = 0)$ بالتطابق مع لحظة بداية الحركة .

- **المراجع الغاليلية : المراجع العطالية**

لا يطبق مبدأ العطالة (القانون الأول لنيوتن) إلا في بعض المراجع التي تدعى بالمراجع الغاليلية . لذلك و قبل حل مسألة في الميكانيك بهذا الخصوص ، يجب التأكد أولاً من أن المرجع المختار (معلم أرضي ثابت) لدراسة حركة مركز عطالة الجملة هو مرجع غاليلي .

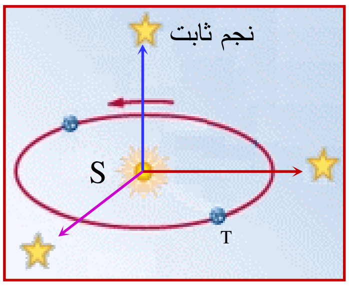


الوثيقة 02 : يتحدد موضع نقطة M في المعلم الفضائي بإحداثياتها : x ، y ، z أو بشعاع الموضع : $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$

- **المراجع العملية :**

➢ المرجع الهيليومركزي : المرجع الشمسي (*héliocentrique*)

معلم بثلاثة محاور موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة في الفضاء و مبدؤه مركز الشمس (S) (نعتبر فيه هذه النجوم تقريبًا ساكنة بالنسبة للشمس خلال مدة طويلة « قرون من الزمن) . يستعمل في دراسة حركة الكواكب ، المذنبات و بعض المركبات الفضائية ، يعرف كذلك بـــ « معلم كوبرنيك : *Repère de Copernic* » ، و هو المعلم الغاليلي الأكثر دقة . **الوثيقة – 3**



الوثيقة 03 : المرجع الشمسي (الهيليومركزي)

➢ المرجع الجيومركزي : المرجع الأرضي (*géocentrique*)

معلم مبدؤه مركز الأرض و له ثلاثة محاور مسايرة لمحاور المعلم الشمسي أي موجهة نحو نفس النجوم الثابتة (لا تدور مع دوران الأرض) فهو معلم غاليلي كفاية . يستعمل لدراسة حركة القمر و الأقمار الإصطناعية و بعض الحركات الأرضية . **الوثيقة – 4**

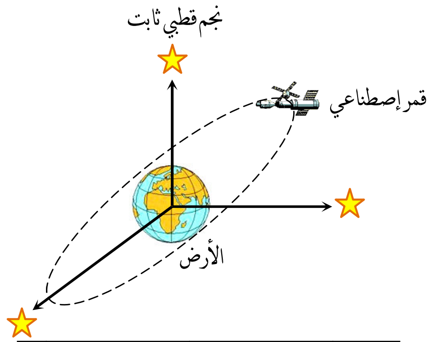
➢ المرجع السطحي الأرضي :

معلم مرتبط بسطح الأرض يعتبر غاليليًا لكنه أقل دقة من سابقيه ، و هو مرجع عطالي بالكفاية التي تسمح بدراسة كل الحركات الجارية على الأرض خلال مدات زمنية صغيرة جدًا مقارنة مع بمدة دوران الأرض .

2.2.1. مفهوم النقطة المادية :

- **الجسم الصلب** : الجسم الصلب هو جملة مادية متماسكة لا يتغير شكلها طيلة قيامها بالحركة ، أي أن البعد بين نقطتين كيفيتين من هذه الجملة يبقى ثابت طيلة الحركة .
- **النقطة المادية** : لتبسيط الدراسة نعتبر دومًا الجسم المتحرك (الجسم الصلب) بمثابة نقطة متحركة مهملة الأبعاد مقارنة مع أبعاد الحركة في المعلم المختار ، و منه :

النقطة المادية : يمكن إعتبار الجملة المتحركة (الجسم الصلب) كنقطة مادية إذا كانت أبعادها مهملة أمام أبعاد المرجع الذي تدرس حركتها بالنسبة إليه .



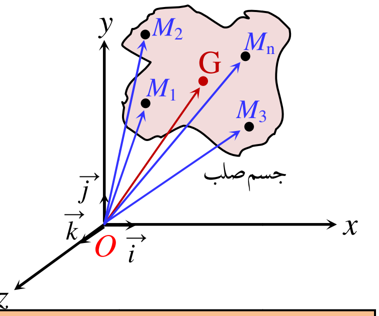
الوثيقة 04 : المرجع الأرضي (الجيومركزي)

3.2.1. مفهوم مركز العطالة :

يعرف مركز العطالة C إنطلاقًا من مبدأ العطالة الذي ينص على ما يلي :
توجد ، عند الجملة شبه المعزولة ، على الأقل نقطة **ساكنة** أو تتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمعلم عطالي (غاليلي) و هي النقطة C .

ملاحظة : في الميكانيك النيوتنية ، ينطبق مركز العطالة C دومًا على مركز الكتل (الثقل) G (**الوثيقة – 5**) ، و الذي يمثل مركز الأبعاد المتناسبة لمجموعة النقاط المادية المكونة للجملة (M_1 , M_2 , M_3 , … , M_n) .

$$\overrightarrow{OG}.\sum_{i=1}^{n} m_i = m_1.\overrightarrow{OM_1} + m_2.\overrightarrow{OM_2} + m_3.\overrightarrow{OM_3} + \ldots + m_n.\overrightarrow{OM_n}$$



الوثيقة 05 : يمثل G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المادية (M_1 , M_2 , M_3 , … , M_n)

1−3) القوانين الثلاثة لنيوتن و مفهوم التسارع :

1.3.1. مفهوم التسارع :

- **شعاع الموضع** : في المعلم الفضائي $Oxyz$ يكتب شعاع الموضع $\vec{r}$ لجسم متحرك إحداثياته الكارتيزية (x , y , z) :

$$\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$$

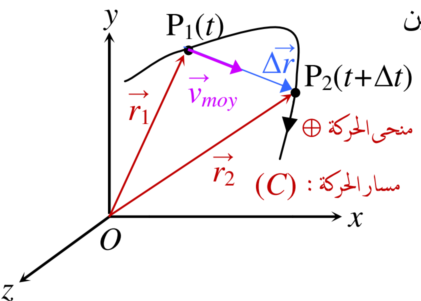
إذا انتقل الجسم المتحرك من النقطة P_1 التي شعاع موضعها $\vec{r_1}$ عند اللحظة t إلى النقطة P_2 التي شعاع موضعها $\vec{r_2}$ عند اللحظة $(t + \Delta t)$ (**الوثيقة – 6**) ، يعبر عن الإنتقال الحادث بين الموضعين بالشعاع :

$$\Delta\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = \Delta x\,\vec{i} + \Delta y\,\vec{j} + \Delta z\,\vec{k}$$

- **شعاع السرعة المتوسطة** : هو النسبة بين شعاع الإنتقال و المجال الزمني الموافق له أي :

$$\vec{v}_{moy} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

كما هو موضح بالشكل المقابل و من العلاقة الأخيرة السابقة يتبين أنه لشعاع السرعة المتوسطة $\vec{v}_{moy}$ نفس خصائص شعاع الإنتقال $\Delta\vec{r}$.



الوثيقة 06 : شعاع الإنتقال $\Delta\vec{r}$ و شعاع السرعة المتوسطة $\vec{v}_{moy}$

- **شعاع السرعة اللحظية** :

كلما نقص المجال الزمني Δt كلما إقترب المستقيم القاطع لمسار الحركة من المستقيم المماس له ، و بذلك عندما $\Delta t \to 0$: فإن شعاع السرعة المتوسطة يؤول نحو شعاع السرعة اللحظية المحمول على المستقيم المماس للمسار (C) عند اللحظة المعتبرة t :
أي : $\vec{v}_{moy} \to \vec{v}$ (**الوثيقة – 7**) .
بالتالي :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_{moy} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

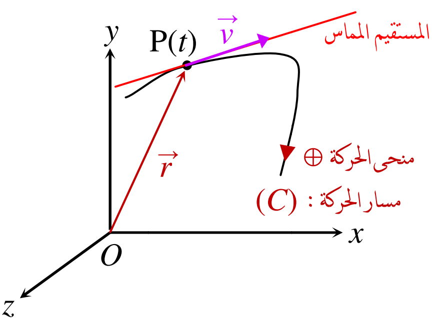
أي :

$$\vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} + v_z\,\vec{k}$$

حيث :

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad , \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad , \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

كما أن حامل شعاع السرعة $\vec{v}$ **مماسي للمسار** و جهته هي **جهة الحركة** . **الوثيقة – 7**



الوثيقة 07 : تمثيل شعاع السرعة اللحظية $\vec{v}$

قيمة السرعة في معلم كارتيزي هي : $\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}$ ، و تقدر في جملة الوحدات الدولية (S.I) بوحدة : m/s أو $m.s^{-1}$.

- **مفهوم التسارع :** كما هو الحال بالنسبة لشعاع السرعة المتوسطة $\vec{v}_{moy}$ ، نسمي كذلك التغير المتوسط لشعاع السرعة $\vec{v}$ خلال المدة الموافقة Δt بـــ « **شعاع التسارع المتوسط** » أي : $\boxed{\vec{a}_{moy} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}}$

عندما : $\Delta t \to 0$ فإن شعاع التسارع المتوسط يؤول نحو شعاع التسارع اللحظي الموجه دومًا نحو مركز تقعر المسار (C) عند اللحظة المعتبرة t أي : $\vec{a}_{moy} \to \vec{a}_G$ ؛ حيث : $\vec{a}_G$ يمثل شعاع تسارع مركز عطالة الجسم المتحرك و الذي يُعلم بكيفية تطور شعاع السرعة خلال الزمن مثلما يُعلم هذا الأخير بكيفية تطور شعاع الموضع خلال الزمن .

بالتالي :

$$\vec{a}_G = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_{moy} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

أي :

$$\boxed{\vec{a}_G = a_x\,\vec{i} + a_y\,\vec{j} + a_z\,\vec{k}}$$

حيث :

$$\boxed{a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \quad ; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \quad ; \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}}$$

قيمة التسارع في معلم كارتيزي هي : $\boxed{a_G = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$ ، و تقدر في جملة الوحدات الدولية (S.I) بوحدة : m/s^2 أو $m.s^{-2}$.

2.3.1. القانون الأول لنيوتن (مبدأ العطالة) :

إعتمادًا على أعمال سابقيه مثل **غاليلي** و **ديكارت** ، وضع **نيوتن** قانونه الأول ، المعروف بـــ « **مبدأ العطالة** » :

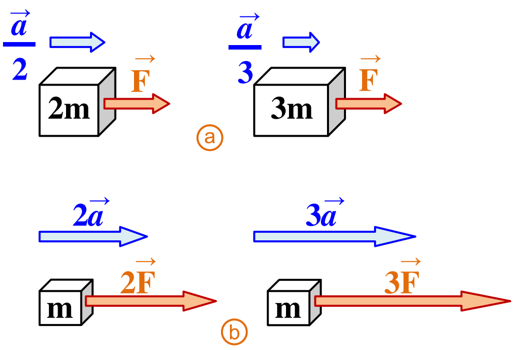
> **في المعالم الغاليلية أو العطالية :**
> **" يحافظ كل جسم على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة إذا لم تتدخل قوة خارجية لتغير من حالته الحركية "**

يدخل هذا القانون خاصية تدعى العطالة : تتمثل العطالة في المقاومة أو العرقلة التي يبديها الجسم المتحرك (أو الجملة المتحركة) تجاه كل تغير يحدث في حالته الحركية (الحركة أو السكون) .

3.3.1. القانون الثاني لنيوتن (نظرية مركز العطالة) :

حسب القانون الأول لنيوتن ، إذا ما أثرت قوة خارجية على جسم صلب فإنها تولد تسارعًا . لتحديد العلاقة التي تربط بين التسارع المكتسب و القوة المطبقة و كتلة الجسم (العطالية) ، نقوم بتغيير القوة و الكتلة ، كلا على حدة . **الوثيقة – 8**

- إذا بقيت القوة ثابتة و تغيرت الكتلة نجد أن التسارع a_G متناسب عكسيًا مع الكتلة m . **الوثيقة ⓐ-8**
- إذا بقيت الكتلة ثابتة و تغيرت القوة نجد أن التسارع a_G متناسب طردًا مع القوة F . **الوثيقة ⓑ-8**



الوثيقة 08 : علاقة التسارع بالقوة و الكتلة

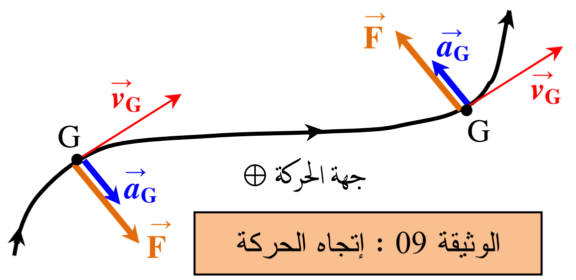
بالتالي التسارع a_G متناسب مع F/m ، نستنتج أن : $F = k.ma_G$
حيث : k ثابت التناسب .
في جملة الوحدات الدولية ، تولد قوة شدتها 1 N مطبقة على جسم كتلته 1 kg تسارعًا قيمته $1\ m/s^2$ ، و منه : $k = 1$ ، أي : $F = ma_G$
حيث : $1\ N = 1\ kg.m/s^2$

في حالة جملة يخضع مركز عطالتها لمجموعة من القوى الخارجية ، يجب حساب المحصلة بإحصاء المجموع الشعاعي لكل القوى الخارجية المطبقة ، و كتابة القانون الثاني لنيوتن كالتالي : $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$
و الذي ينص على :

> **" في معلم غاليلي ، المجموع الشعاعي للقوى الخارجية $\sum \vec{F}_{ext}$ المطبقة على جملة مادية (في مركز عطالتها G) ، يساوي كل لحظة جداء كتلتها بشعاع تسارع مركز عطالتها : $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$ "**

- **نتائج و ملاحظات :**

إن توجه مسار الحركة ، الذي هو نفسه بجهة شعاع السرعة لحركة مركز عطالة جملة مادية (**الوثيقة – 9**) ، لا يتطابق عمومًا مع حامل محصلة القوى المؤثرة في مركز عطالتها G . لكن شعاع تغير السرعة $\Delta\vec{v}$ يكون دومًا متعلقًا بمحصلة القوى .



الوثيقة 09 : إتجاه الحركة

مما سبق يمكننا أن نستنتج بأن : تسارع مركز عطالة جملة مادية هو نفسه في جميع المراجع الغاليلية .
بما أن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$ ، يكون القانون الثاني لنيوتن بنفس الشكل في جميع المراجع الغاليلية .

- **تطبيق في حالة القوة الثابتة :**

إذا خضعت جملة مادية بين لحظتين t_1 و t_2 إلى مجموعة من القوى الخارجية مطبقة في مركز عطالتها G ، و كان المجموع الشعاعي للقوى المؤثرة $\sum \vec{F}_{ext}$ **ثابتًا** ، فإن تسارع مركز عطالتها $\vec{a}_G$ في معلم غاليلي يكون **ثابتًا** خلال المدة الزمنية $\Delta t = t_2 - t_1$ ، و بالتالي تكون حركة مركز العطالة الحاصلة **متغيرة بانتظام** (**متسارعة** أو **متباطئة**) .

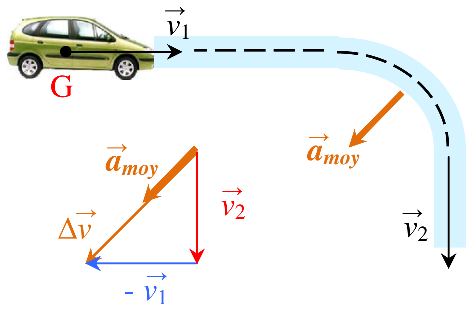
4.3.1. القانون الثالث لنيوتن :

الوثيقة 10 : الفعلين المتبادلين

عندما نطبق مثلاً قوة إرتكاز على جدار ، نحس بتأثير قوة معاكسة بحيث كلما زدنا من قيمة القوة المطبقة كلما زادت مقاومة الجدار . في الواقع ، القوة المطبقة من طرف الجدار علينا مساوية تمامًا في القيمة و معاكسة في الجهة للقوة التي نطبقها عليه .
يوضح هذا المثال القانون الثالث لنيوتن المتعلق بالفعلين المتبادلين . **الوثيقة – 10**
نص القانون الثالث :

إذا أثرت جملة A على جملة B بقوة $\vec{F}_{A/B}$ ، فإن الجملة B تؤثر على الجملة A بقوة $\vec{F}_{B/A}$ ، تساويها في الشدة و لها نفس الحامل و تعاكسها في الجهة . نعبر عن ذلك بالعلاقة الشعاعية : $\vec{F}_{A/B} + \vec{F}_{B/A} = \vec{0}$

2) شرح حركة كوكب أو قمر إصطناعي :



الوثيقة 11 : سيارة تتحرك بسرعة قيمتها ثابتة من الغرب لتغير إتجاهها نحو الجنوب .
إتجاه $\vec{a}_{moy}$ بنفس إتجاه $\Delta\vec{v}$

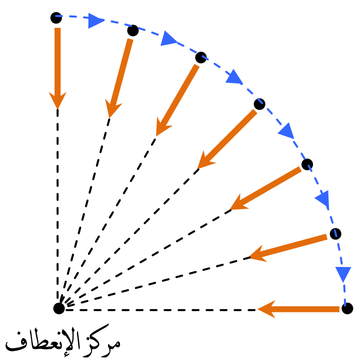
1.2. خواص الحركة الدائرية المنتظمة :

1.1.2. شروط الحصول على حركة دائرية منتظمة :

تكون جملة مادية في حركة دائرية منتظمة إذا كانت سرعتها الإبتدائية غير معدومة و كان مركز عطالتها خاضع لــ « **قوة جاذبة مركزية** » (أي قوة عمودية على شعاع السرعة كل لحظة) .

2.1.2. عبارة التسارع الناظمي :

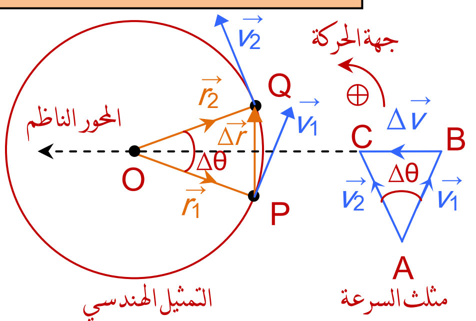
تتحرك سيارة من الغرب نحو الشرق بالسرعة $\vec{v}_1$ (**الوثيقة – 11**) ، ثم تدور نحو الجنوب بالسرعة $\vec{v}_2$. إذا كانت **قيمة** شعاع سرعتها **ثابتة** ، أي : $v_2 = v_1 = v$
بالضرورة يكون تغير شعاع سرعتها ناتج عن تغير الإتجاه فقط .
يبين مثلث أشعة السرعة أن شعاع تغير السرعة $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ ، يتجه نحو داخل المسار و يكون بذلك لشعاع التسارع المتوسط : $\vec{a}_{moy} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ ، الإتجاه نفسه .
إذا جزأنا المنعطف الدائري إلى عدة أجزاء صغيرة يكون في كل منها إتجاه شعاع التسارع اللحظي متجهًا دومًا نحو مركز الإنعطاف كما هو مبين بالشكل المقابل ، نقول عنه إنه تسارع جاذب نحو المركز و ندعوه « **التسارع الناظمي** : $\vec{a}_n$ »



الوثيقة 12 : تسارع الحركة الدائرية المنتظمة « ناظمي مركزي ثابت »

نتيجة : في الحركة الدائرية المنتظمة يكون التسارع **ناظميًا مركزيًا** . **الوثيقة – 12**

نعتبر نقطة مادية تتنقل بسرعة قيمتها v ثابتة ، على دائرة نصف قطرها r باتجاه نعتبره الموجب أي بحركة دائرية منتظمة (لاحظ التمثيل الهندسي المرفق)
لنفرض أنه ، خلال مدة زمنية قصيرة Δt يمسح شعاع الموضع زاوية $\Delta\theta$ عندما تنتقل النقطة المادية من الموضع P إلى الموضع Q ، بحيث شعاع إنتقالها $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ يكون شاقوليًا . بما أن $\vec{v}$ عمودي على $\vec{r}$ لكل لحظة ، فإن اتجاهي هذين الشعاعين يتغيران بنفس الزاوية خلال مدة زمنية ما .

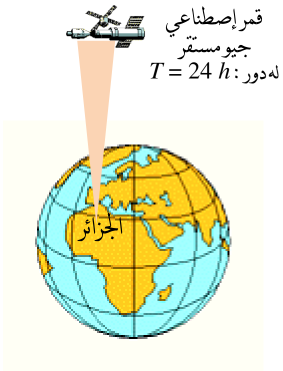


في مثلث السرعة ABC لدينا : $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \Delta\vec{v}$ ، حيث : $v_2 = v_1 = v$
نلاحظ أن اتجاه $\Delta\vec{v}$ يكون أفقيًا و موجه نحو الداخل حامله منطبق على منصف الزاوية المركزية $\Delta\theta$ داخل الدائرة و عموديًا على $\Delta\vec{r}$.
المثلثان OPQ و ABC متساويا الساقين و متشابهان ، و منه : $\dfrac{|\Delta\vec{v}|}{v} = \dfrac{|\Delta\vec{r}|}{r}$

بالتالي : $|\Delta\vec{v}| = \frac{v}{r}|\Delta\vec{r}|$ ، و بما أن : $|\Delta\vec{r}| = v.\Delta t$ ، يكون عندئذٍ : $\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$

لدينا من تعريف التسارع : $\vec{a}_G = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ، بالتالي عبارة التسارع الناظمي :

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{r}} \quad (1) \ldots$$



3.1.2. دور الحركة الدائرية المنتظمة :

من خصائص الحركة الدائرية المنتظمة أنها " **دورية** " أي تكرر نفسها خلال فترات زمنية متساوية و متعاقبة نسمي كل منها بـــ " **دور الحركة : T** " ، و هو المدة الزمنية اللازمة لإنجاز دورة واحدة كاملة يقطع فيها المتحرك (النقطة المادية) مسافة محيطية $2\pi r$ بالسرعة ذات القيمة الثابتة v . بالتالي : $T = \frac{2\pi r}{v}$

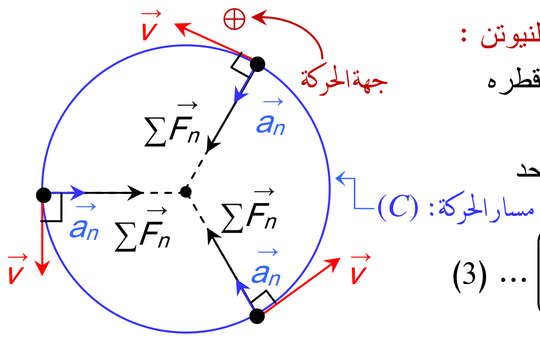
من عبارة الدور T السابقة يمكن إعطاء عبارة جديدة للسرعة : $v = \frac{2\pi r}{T}$

بالتعويض في العلاقة (1) نجد عبارة مربع الدور بدلالة التسارع الناظمي :

$$\boxed{T^2 = \frac{4\pi^2 r}{a_n}} \quad (2) \ldots$$

2.2. الحركة الدائرية المنتظمة للكواكب و الأقمار الإصطناعية :

1.2.2. تفسير حركة الكواكب و الأقمار الإصطناعية باستعمال القانون الثاني لنيوتن :



الوثيقة 13 : القوة الجاذبة المركزية في الحركة الدائرية المنتظمة

علمنا سابقًا أن : حركة نقطة مادية بسرعة ثابتة القيمة v على مسار دائري نصف قطره ثابت r (**الوثيقة – 13**) ، تكسبها تسارعًا ناظميًا مركزيًا ثابت القيمة $a_n = \frac{v^2}{r}$

لتحليل الحركة الدائرية المنتظمة لنقطة مادية ، نختار معلمًا خطيًا للمسافة بمحور واحد ناظمي على المسار (n) في كل لحظة و موجه نحو الداخل (مركز الدائرة) :

تطبيق القانون الثاني لنيوتن وفق هذا المحور يعطي النتيجة :

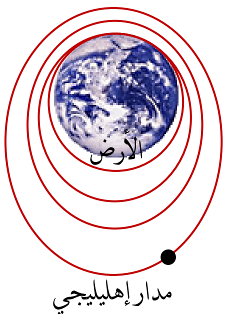
$$\boxed{\sum F_n = \frac{mv^2}{r}} \quad (3) \ldots$$

عمومًا نسمي المحصلة $\sum F_n$ بـــ « **القوة الجاذبة المركزية** »

و يمكن أن تكون قوة وحيدة ناتجة عن تأثير حبل ، نابض أو الجاذبية . كما يمكن أن تكون محصلة لعدة قوى ، حيث و باستعمال العلاقتين (2) و (3) نجد :

$$\boxed{\sum F_n = \frac{m \times 4\pi^2 r}{T^2}} \quad (4) \ldots$$

2.2.2. تفسير حركة الكواكب و الأقمار الإصطناعية باستعمال قانون الجذب العام :



الوثيقة 14 : مسارات كريات المدفع مقذوفة بسرعات إبتدائية مختلفة

تشكل مدارات الأقمار الإصطناعية مثالاً مهمًا للحركة الدائرية . إن نيوتن هو أول من وصف العلاقة بين المسارات ذات المدى القصير و الحركة المدارية .

تصوّر نيوتن مدفعًا موجودًا على قمة جبل عالٍ ، يقذف كريات بسرعات إبتدائية مماسية لسطح الكرة الأرضية (**الوثيقة – 14**) . إذا كانت السرعة الإبتدائية للكرية ضعيفة يكون مسارها عبارة عن قطع مكافئ . من أجل سرعة أكبر تذهب بعيدًا قبل أن تسقط .

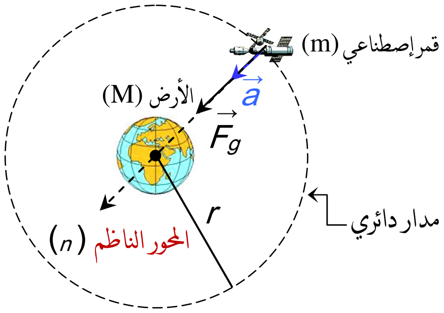
الشكل العام للمسار يكون إهليلجيًا بحيث يكون إتجاه التسارع الناتج عن الجاذبية الأرضية متغيرًا على طول هذا المسار . إذا كانت السرعة الإبتدائية كافية تستطيع الكرية القيام بدورة حول الأرض (و العودة إلى نقطة إنطلاقها) ، فهي في مدار حولها .

بالرغم من أن الكرية في سقوط حر دائم إنطلاقًا من مسارها الإبتدائي المستقيم إلا أن تطابق إنحناء المدار مع إنحناء الأرض يمنع مثلاً سقوط القمر الإصطناعي على الأرض .

يصلح الإستدلال الأخير بالنسبة للمدارات الدائرية فقط ، التي تشكل حالة خاصة من المدارات الإهليليجية .

إذا كانت كتلة الجسم المركزي (الشمس أو الأرض مثلاً) أكبر بكثير من كتلة الجسم في المدار (كوكب أو قمر إصطناعي) ، يمكننا اعتبار الجسم المركزي ساكنًا .

نهمل في دراستنا قوى الإحتكاك الناتجة عن جو الأرض في حالة الأقمار الإصطناعية الأرضية ذات المدارات المنخفضة .



الوثيقة 15 : قمر إصطناعي في مدار حول الأرض

ليكن قمرًا إصطناعيًا كتلته m نعتبرها نقطية يتحرك في مدار دائري ثابت حول الأرض التي نعتبرها جسم مركزي مستقر كتلته M (**الوثيقة – 15**) .

باختيارنا لمعلم غاليلي بمحور واحد ناظمي على المدار و موجه نحو المركز (المحور الناظم : (n)) ، و بإهمال كل القوى المعيقة الأخرى ، فإن القوة الوحيدة التي تؤثر نحو مركز المدار هي **قوة الجاذبية** : $\boxed{F_g = \frac{GmM}{r^2}}$ … (5)

حيث : G **ثابت التجاذب الكوني** ، قيمته في جملة الوحدات الدولية (S.I) : $\boxed{G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}}$

من العلاقتين (3) و (5) يمكننا كتابة : $\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2}$ ، و منه السرعة المدارية للكواكب و الأقمار الإصطناعية : $\boxed{v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r}}}$ ؛ دور الحركة الدائرية هو : $T = \frac{2\pi r}{v_{orb}}$ ، و منه : $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}}$

- السرعة المدارية و دور الكواكب :

بما أن حركة الكواكب حول الشمس دائرية منتظمة ، يمكننا إعتمادًا على ما سبق إستخراج السرعة المدارية و الدور لكوكب يدور حول الشمس : $\boxed{v_{orb} = \sqrt{\frac{GM_S}{r}}}$ و $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_S}}}$

حيث : M_S تمثل كتلة الشمس (الجسم المركزي) .

r يمثل البعد بين الكوكب (الجسم المداري النقطي) و مركز الشمس .

- السرعة المدارية و دور الأقمار الإصطناعية :

ينطبق الإستدلال السابق على الأقمار الإصطناعية المتحركة حول الأرض ، حيث نستخرج عبارات مماثلة للسرعة المدارية و دور القمر كالتالي : $\boxed{v_{orb} = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+z}}}$ و $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+z)^3}{GM_T}}}$

حيث : M_T تمثل كتلة الأرض (الجسم المركزي) .

$r = R_T + z$ يمثل البعد بين القمر الإصطناعي (الجسم المداري النقطي) و مركز الأرض .

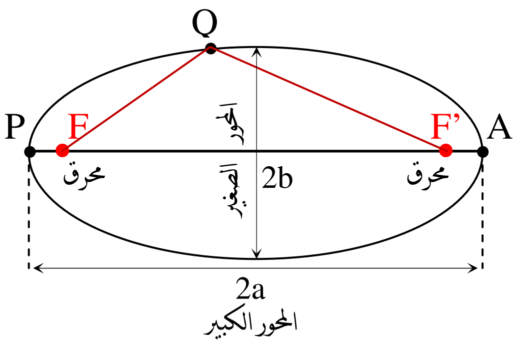
بينما : R_T هو نصف القطر المتوسط للأرض باعتبارها كروية الشكل ($R_T \approx 6400$ km) ؛ z يمثل إرتفاع القمر عن سطح الأرض .

- ملاحظة : من العبارات السابقة يتضح أن كتلة الكواكب و الأقمار الإصطناعية لا تؤثر على السرعة المدارية و الدور .

3.2. قوانين كبلر :

1.3.2. القانون الأول :

إن الكواكب تتحرك وفق مدارات إهليلجية تمثل الشمس إحدى محرقيها

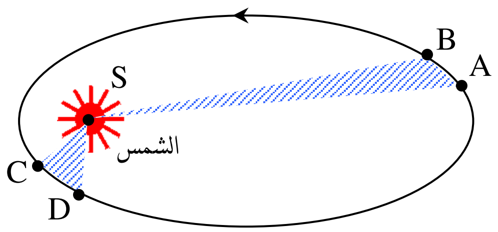


الإهليلج (**الوثيقة – 16**) هو منحنى يكون فيه دائما مجموع المسافتين من نقطة منه إلى المحرقين F و F' ثابتا . الدائرة هي الحالة الخاصة من الإهليليج التي يتطابق فيها المحرقان في المركز . أقصر مسافة تسمى المحور الصغير طولها 2b ، و أطول مسافة تسمى المحور الكبير طولها 2a .

نسمي نقطة المدار الأقرب من الشمس (الموجودة عند المحرق F) نقطة الرأس الأقرب الممثلة بالنقطة P (Périhélie) ، و نسمي النقطة الأبعد بنقطة الرأس الأبعد الممثلة بالنقطة A (Aphélie) .

2.3.2. القانون الثاني :

إن المستقيم الرابط بين الشمس و كوكب يمسح مساحات متساوية خلال مجالات زمنية متساوية



الوثيقة 16 : خلال مجالات زمنية متساوية ، المساحتان ASB و CSD متساويتان

نفترض أنه خلال مجال زمني معين ، ينتقل كوكب من النقطة A إلى النقطة B (**الوثيقة – 16**) ، و ينتقل من C إلى D خلال مجال زمني آخر .

حسب القانون الثاني لكبلر ، المساحتان ASB و CSD متساويتان إذا كان المجالين الزمنيين متساويين . تتغير إذًا سرعة الكوكب على مداره .

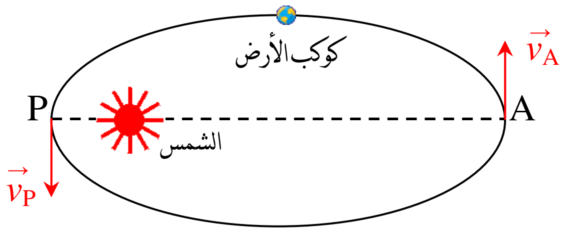
3.3.2. القانون الثالث :

إن مربع الدور لمدار كوكب يتناسب مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن الشمس (الجسم المركزي)

البعد المتوسط للكوكب عن الشمس يساوي نصف المحور الكبير لمداره الإهليليجي أي : a

و منه : $\boxed{T^2 = \mathrm{K}a^3}$ أي : $\boxed{\mathrm{K} = \dfrac{T^2}{a^3}}$

ثابت التناسب : K صالح لكل الكواكب و مستقل عن كتلة الكوكب .



الوثيقة 17 : سرعة الكوكب $\vec{v}_P$ عند الرأس الأقرب أكبر من سرعته $\vec{v}_A$ عند نقطة الرأس الأبعد

4.3.2. استنتاج قانون الجذب العام :

- لدينا مما سبق : $T^2 = \mathrm{K}\, r^3 = \dfrac{4\pi^2 r^3}{\mathrm{GM}} \Leftarrow \mathrm{K} = \dfrac{4\pi^2}{\mathrm{GM}}$

إن الثابت K متعلق فقط بالكتلة M للجسم المركزي و لا علاقة له بالكتلة m للجسم المداري ، و يكون بذلك لجميع مدارات الكواكب أو الأقمار نفس الثابت K أي : $\mathrm{K_S} = \dfrac{4\pi^2}{\mathrm{GM_S}}$ (بالنسبة للكواكب) ، $\mathrm{M_S}$ تمثل كتلة الشمس .

$\mathrm{K_T} = \dfrac{4\pi^2}{\mathrm{GM_T}}$ (بالنسبة للأقمار الاصطناعية) ، $\mathrm{M_T}$ تمثل كتلة الأرض .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، يمكن تحديد القوة المتسببة في الحركة الدائرية المنتظمة للأقمار و الكواكب : $F = \mathrm{m}.a_n = \dfrac{\mathrm{m}\, v^2}{r}$

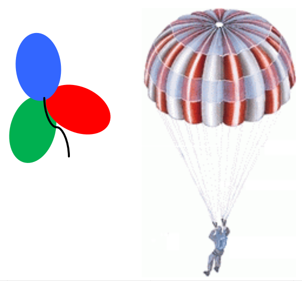
علمًا أن : $T = \dfrac{2\pi\, r}{v}$ ، فإن : $v^2 = \dfrac{4\pi^2 r^2}{T^2}$ ؛ بالتعويض نجد : $F = \dfrac{4\pi^2 \mathrm{m}}{\mathrm{K}r^2}$ ، حيث : m هي كتلة الكوكب أو القمر .

- بالتعويض عن قيمة الثابت K في عبارة القوة F الأخيرة ، نستنتج قانون الجذب العام لنيوتن :

$$F = \frac{4\pi^2 \mathrm{m}}{\mathrm{K}r^2} = \frac{4\pi^2 \mathrm{GmM}}{4\pi^2 r^2} = \frac{\mathrm{GmM}}{r^2} \Leftarrow \boxed{F = \mathrm{G}\,\frac{\mathrm{mM}}{r^2}}$$

3) دراسة حركة السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء :

1.3. دراسة حركة السقوط الحقيقي لجسم صلب في الهواء :



لو تركنا جسمًا خفيفاً (ورقة مثلاً) يسقط في الهواء ، نلاحظ أن حركة هذا الجسم تكون معقدة (مسار غير مستقيم لمركز العطالة ، دوران حول مركز العطالة ، تشوه الشكل ، ...) . يظهر أن الهواء يؤثر على حركة الجسم : إن تحليل التأثيرات التي تخضع لها الورقة عند سقوطها في الهواء ، يبين أنها تخضع بالإضافة إلى الثقل لقوى معرقلة من طرف الهواء (مقاومة الهواء ، دافعة أرخميدس ، قوى الإحتكاك) .

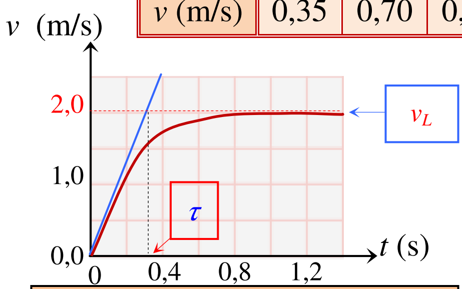
هل يمكن دائمًا نمذجة قوى الإحتكاك السابقة بواسطة قوة وحيدة ؟ و ما هي خصائص هذه القوة ؟

الوثيقة 18 : سقوط مظلي في الهواء و صورة من حركة سقوط مجموعة من البالونات المثقلة

بصفة عامة ، لا يمكن تمثيل الإحتكاك بقوة وحيدة f ذات اتجاه ثابت إلاّ إذا كانت حركة الجسم إنسحابية مستقيمة . يمكن التحقق ، من خلال أمثلة متنوعة لأجسام خفيفة في حالة سقوط ، أن هذا غير حاصل على العموم ؛ و أكثر من ذلك ، ففي حالة الورقة ، تتم حركتها بتغير شكلها كذلك .

تجريبيًا ، تم تسجيل حركة سقوط مجموعة من البالونات (**الوثيقة – 18**) مربوطة فيما بينها و مثقلة نوعًا ما ، في مكان ملائم ، لا توجد فيه تيارات هوائية فكانت النتائج التالية :

t (s)	0,08	0,12	0,16	0,20	0,28	0,32	0,58	0,66	0,80	1,00	1,20	1,40
v (m/s)	0,35	0,70	0,92	1,08	1,30	1,45	1,86	1,90	1,94	2,05	2,00	2,00



الوثيقة 19 : البيان $v = f(t)$ لسقوط البالونات في الهواء

لنرسم البيان الممثل لتطور سرعة البالونات بدلالة الزمن : $v = f(t)$. **الوثيقة – 19**

شكل البيان يبرز وجود نظامين : إنتقالي و دائم

- النظام الإنتقالي : تكون فيه قيمة سرعة السقوط متزايدة بشكل سريع في البداية ثم أقل فأقل مع مرور الزمن . الحركة متسارعة في هذه المرحلة .
- النظام الدائم : تكون فيه قيمة السرعة ثابتة بعد أن بلغت قيمتها الحدية .

الحركة منتظمة في هذه المرحلة .

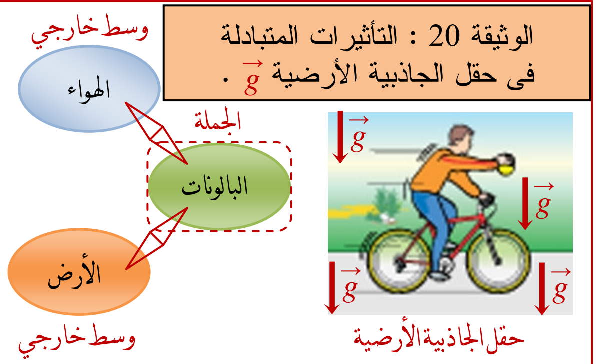
- في مثالنا هذا ، القيمة الحدية للسرعة هي : $v_L = 2{,}0\ m.s^{-1}$
- الزمن المميز τ : و هو الزمن الموافق للمرور من نمط لآخر . إنه فاصلة نقطة تقاطع المماس للمنحنى عند المبدأ مع الخط المقارب (لاحظ البيان) ، يرمز له بالرمز τ . في مثالنا هذا : $\tau = 0{,}32\ s$

☒ ملاحظة : سقوط الأجسام الصلبة في السوائل يشبه سقوطها في الهواء (الغازات) « الموائع = السوائل = الغازات !! »

ما هي إذًا خصائص القوى التي تسمح بتفسير هذه الحركة ؟!

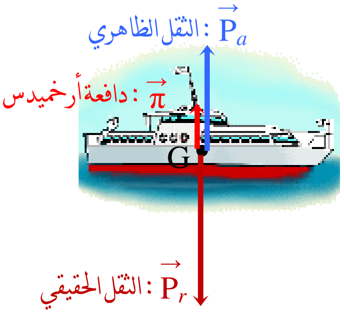
1.1.3. القوى المؤثرة على جسم صلب :

الوثيقة 20 : التأثيرات المتبادلة في حقل الجاذبية الأرضية $\vec{g}$.



باعتبار الجملة المدروسة مكونة من البالونات ، فإن مركز عطالتها G يخضع لمجموعة من الأفعال المتبادلة بين هذه الجملة و الوسط الخارجي (**الوثيقة – 20**) ، تتمثل في :

- **الثقل** : ينمذج الثقل أو القوة الثقالية ، تأثير الأرض على الجسم إنها قوة **شاقولية** ، متجهة **نحو الأسفل** (مركز عطالة الأرض) في مكان معين ، قيمتها متناسبة مع **كتلة الجملة** m : $\boxed{\vec{P} = m.\vec{g}}$
يتغير الثقل $\vec{P}$ مع تغير حقل الجاذبية الأرضية $\vec{g}$ ، حيث يعتبر $\vec{g}$ ثابتًا في فضاء من رتبة الكيلومتر (km) بالنسبة لسطح الأرض .
- **دافعة أرخميدس** : كل جسم صلب مغمور في مائع (هواء أو سائل) يخضع لفعل ميكانيكي ، مصدره المائع نفسه يدعى « دافعة أرخميدس » ، و التي تمثل الفرق بين الثقل الحقيقي $\vec{P}_r$ للجسم الصلب و ثقله الظاهري $\vec{P}_a$. **الوثيقة – 21**
تنمذج عادة دافعة أرخميدس بقوة شاقولية متجهة نحو الأعلى (عكس الثقل الحقيقي) ، قيمتها تساوي ثقل المائع المزاح : $\boxed{\vec{\pi} = \vec{P}_r - \vec{P}_a = -\rho.V.\vec{g}}$
حيث :
  - * ρ : الكتلة الحجمية للمائع ($kg.m^{-3}$)
  - * V : حجم الجسم الصلب (حجم المائع المزاح) (m^3)
  - * g : تسارع الجاذبية (N/kg أو m/s^2)



الوثيقة 21 : باخرة عائمة على سطح البحر بفعل دافعة أرخميدس

- **قوة الإحتكاك** : يخضع كل جسم صلب يتحرك في مائع لعدة قوى موزعة على سطحه . تتعلق هذه القوى بطبيعة المائع ، شكل الجسم الصلب و خشونة السطح .

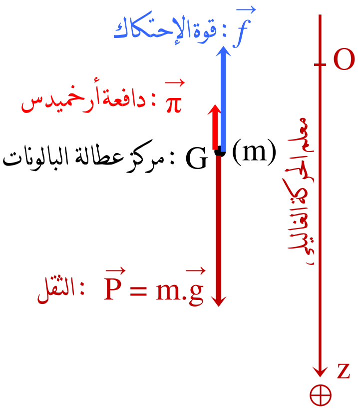
تزداد قيمة هذه القوى بتزايد السرعة . يمكن نمذجة المجموع الشعاعي لهذه القوى التلامسية بقوة شاقولية (في حالة السقوط) ، معاكسة لجهة الحركة و ثابتة القيمة ، تدعى قوة الإحتكاك .

عبارة قوة الإحتكاك بدلالة السرعة معقدة ، باستثناء الحالتين البسيطتين التاليتين :

- * قيمة السرعة ضعيفة : تتناسب قوة الإحتكاك في هذه الحالة طردًا مع السرعة ، حيث : $\boxed{f = k\,v}$
- * قيمة السرعة كبيرة : القوة متناسبة طردًا مع مربع السرعة ، حيث : $\boxed{f = k'\,v^2}$

في كلتي الحالتين ، يكون الشعاع $\vec{f}$ معاكس للشعاع $\vec{v}$.

2.1.3. تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الصلب :



الوثيقة 22 : القوى الخارجية المؤثرة على البالونات خلال سقوطها في الهواء

يخضع الجسم الصلب (مجموعة البالونات) خلال سقوطه في الهواء إلى ثلاثة قوى :

الثقل : $\vec{P} = m\,\vec{g}$ ؛ دافعة أرخميدس : $\vec{\pi} = -\rho\,V\,\vec{g}$ و قوة الإحتكاك : $\vec{f}$. **الوثيقة – 22**

نعتبر مرجع المخبر المختار لدراسة الحركة (المحور : Oz) ، غاليلي خلال مدة السقوط ، بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الصلب :

$$(1) \dots \quad \boxed{\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G}$$

بالإسقاط على المحور (Oz) الموجه نحو الأسفل « الإتجاه الموجب المختار » ، نجد :

$$(2) \dots \quad \boxed{P - \pi - f = m\,a_G}$$

نعلم أن : $a_G = \dfrac{dv}{dt}$ ، و بالتعويض عن $P = mg$ و $\pi = -\rho_{air}\,V\,g$

في العلاقة (2) ، نحصل على المعادلة التفاضلية المميزة للحركة :

$$\boxed{m\frac{dv}{dt} = mg - \rho V g - f}$$

الشكل النهائي للمعادلة التفاضلية السابقة يتوقف على عبارة قيمة قوة الإحتكاك f ، لذلك :

* من أجل : $f = kv$ ، تكون المعادلة من الشكل : $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = (1 - \frac{\rho V}{m})g$. أي عمومًا من الشكل : $y' + ay = b$

بالقياس التجريبي ، يمكن تحديد الثوابت a و b ؛ و من ثم استنتاج عبارة السرعة الحدية خلال السقوط في الهواء ، كالتالي :

$$\boxed{v_L = \frac{g}{k}(\rho - \rho_{air})V}$$

* من أجل : $f = k'v^2$ ، تكون المعادلة من الشكل : $y' + ay^2 = b$ ، في هذه الحالة تكون عبارة السرعة الحدية :

$$\boxed{v_L = \sqrt{\frac{g}{k'}(\rho - \rho_{air})V}}$$

نتائج و ملاحظات :

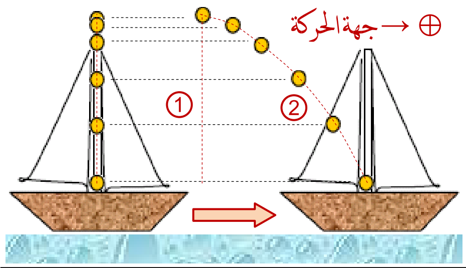
* تزداد السرعة الحدية بزيادة الكتلة الحجمية ρ للجسم الصلب الساقط .
* تثبت التجربة ، أن حركة السقوط في الهواء تبلغ مرحلة الإنتظام الدائم (ثبات السرعة عند قيمتها الحدية) بعد مدة زمنية تقارب عمليًا : 5τ (5 مرات الزمن المميز) .
* نتائج هذه الدراسة مماثلة لنتائج الدراسة المحصل عليها في الظواهر الرتيبة (الكهربائية ، التحولات النووية ، ...) التي مرت معنا سلفًا ، و التي من أهم نتائجها أنها إجمالاً تتطور بشكل رتيب ، فقط تتميز عن بعضها بالطبيعة و بثابت الزمن τ .

2.3. دراسة حركة السقوط الحر لجسم صلب في الهواء بإهمال قوى الإحتكاك :

1.2.3. قانون السقوط الحر :

شكل سقوط الأجسام موضوع تساؤل الكثير من الباحثين الفيزيائيين منذ القدم ، خصوصًا بعد مجيء الفيزيائي غاليلي ، الذي صرّح بما يلي :

« ينبغي على الأجسام أن تكون لها نفس حركة السقوط ، لكن يمكن لهذه الحركة أن تتغير مع طبيعة الوسط الذي يحدث فيه السقوط »



الوثيقة 23 : تفسير غاليلي لسقوط كرة من أعلى عمود باخرة متحركة

جاء نيوتن فيما بعد ليؤكد ما صرح به غاليلي من قبل ، بإنجازه لبعض التجارب و التي نذكر منها تجربته الشهيرة بـ « تجربة أنبوب نيوتن » :

أنبوب نيوتن ، عبارة عن أنبوب زجاجي شفاف ، توجد بداخله كرية صغيرة من البلاستيك و ريشة طائر . ينكس الأنبوب فجأة و هو مملوء بالهواء فتسقط الكرية بسرعة لتصل أولاً إلى قعر الأنبوب تتبعها الريشة نازلة ببطء . **الوثيقة – ⓐ 24**

يفرغ الأنبوب من الهواء (بآلة سحب الهواء) ، و تكرّر التجربة فتسقط الريشة مثل الكرية بحيث تصلان معًا إلى قعر الأنبوب بدون فارق زمني . **الوثيقة – ⓑ 24**

الوثيقة 24 :
ⓐ سقوط الكرية و الريشة في الهواء
ⓑ سقوط الكرية و الريشة في الخلاء

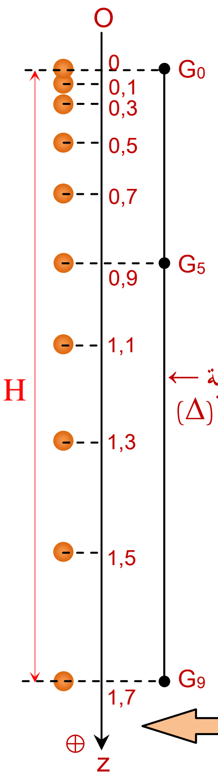
إن السقوط في الخلاء غير مرتبط بالكتلة نظرًا لإنعدام تأثير القوى المقاومة الناتجة عن وجود الهواء ، بينما التأثير الوحيد المتبقي في هذه الحالة يتمثل في تأثير الجاذبية لا غير : هذا ما يعرف بـ « السقوط الحر » .

في غياب مقاومة الهواء (الإحتكاكات) ، كل الأجسام تسقط بالتسارع نفسه مهما كان حجمها أو شكلها

2.2.3. حركة مركز عطالة جسم صلب في سقوط حر :

* الدراسة التحريكية للسقوط الحر : يخضع الجسم الصلب ذو الشكل الإنسيابي في المرجع الأرضي الغاليلي فرضًا لتأثير ثقله ، دافعة أرخميدس و قوة الإحتكاك .

بإهمال دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ (الجسم ذو كثافة عالية) و كذا مقاومة الإحتكاك $\vec{f}$ (الجسم أملس) أمام الثقل $\vec{P}$ ؛ و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، نجد : $\vec{P} = m\vec{a_G} \Leftarrow m\vec{g} = m\vec{a_G} \Leftarrow$ $\boxed{\vec{a_G} = \vec{g}}$



يخضع إذًا الجسم الصلب في حالة سقوطه الحر لتأثير ثقله (قوة الجاذبية الأرضية) فقط .

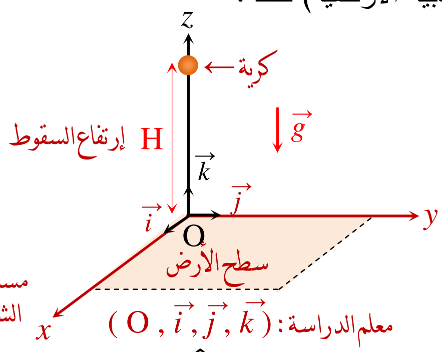
* الحركة المتغيرة بانتظام (حركة السقوط الحر) :

في المرجع الأرضي (غاليلي) ، نختار معلمًا فضائيًا متعامدًا $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، بحيث يتجه فيه المحور (Oz) نحو الأعلى بعكس شعاع تسارع الجاذبية $\vec{g}$. **الوثيقة – 25**

العلاقة الشعاعية $\vec{a}_G = \vec{g}$ ، المحصل عليها بالدراسة التحريكية تسمح بكتابة إحداثيات شعاع تسارع حركة السقوط الحر للجسم الصلب (كرية مثلا) بناءً على معرفة إحداثيات : $\vec{g}\,(0,0,-g)$

نجد المعادلات الزمنية لتسارع مركز عطالة الجسم الصلب :

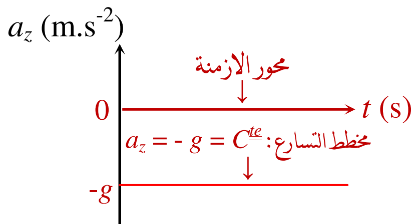
$$\boxed{\vec{a}_G\,(t)\ \{\ a_z(t) = -\,g\ ;\ a_y(t) = 0\ ;\ a_x(t) = 0\ \}}$$



الوثيقة 25 : دراسة السقوط الحر لكرية في معلم أرضي فضائي غاليلي $Oxyz$ إحداثيات $\vec{g}$ فيه هي $(0,0,-g)$

الوثيقة 26 : تسجيل حركة السقوط الحر لكرية في معلم أرضي غاليلي (Oz)

نلاحظ أن الحركة تتم على محور واحد شاقولي (Oz) بتسارع ثابت ، نقول أن « الحركة متغيرة بانتظام » ، يمكن تسجيلها كما هو موضح في **الوثيقة – 26** ، و نمثل تسارعها $a_z(t)$ بـــ « مستقيم أفقي » يوازي محور الأزمنة . **الوثيقة – 27**



الوثيقة 27 : مخطط التسارع $a_z = f(t)$

* المعادلة التفاضلية للحركة :

حيث أن : $a_G = \dfrac{dv_G}{dt}$ ، نستنتج المعادلات التفاضلية لشعاع السرعة $\vec{v}_G$:

$$\boxed{\frac{dv_z}{dt} = -\,g\ ;\ \frac{dv_y}{dt} = 0\ ;\ \frac{dv_x}{dt} = 0}$$

3.2.3. الحل التحليلي للمعادلات التفاضلية :

يتمثل الحل التحليلي للمعادلات التفاضلية السابقة في تحديد المعادلات الزمنية لشعاع السرعة $\vec{v}_G\,(t)$ ، و لشعاع الموضع $\vec{OG}\,(t)$ لمركز عطالة الجسم الصلب الساقط ، أي إعطاء عبارات إحداثياتيهما بدلالة الزمن . من أجل هذا ، يجب معرفة الشروط الإبتدائية لحركة السقوط .

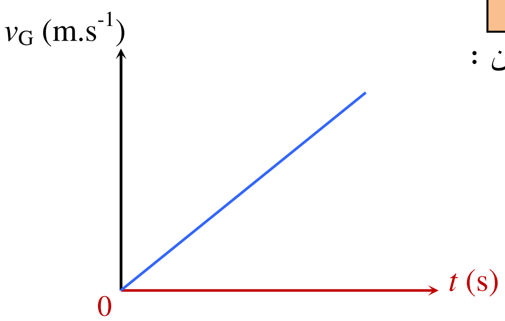
نختار المعلم المتعامد $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، بحيث يكون المبدأ O هو موضع مركز العطالة G في اللحظة $t_0 = 0$ (لحظة بداية السقوط) .

نعتبر السقوط يحدث بدون سرعة إبتدائية (ينطلق الجسم الصلب من السكون) : $v_0 = 0$ ، فيكون عند اللحظة الإبتدائية t_0 :

$$\vec{v}_G\,(t_0) = \vec{v}_0 \begin{cases} v_x\,(t_0) = v_{0x} = 0 \\ v_y\,(t_0) = v_{0y} = 0 \\ v_z\,(t_0) = v_{0z} = 0 \end{cases} \xrightarrow{t=0} \vec{OG}(t_0) = \vec{OG}_0 \begin{cases} x\,(t_0) = 0 \\ y\,(t_0) = 0 \\ z\,(t_0) = 0 \end{cases} \text{ —— } (*)$$

* شعاع السرعة : حسب المعادلات التفاضلية المحصل عليها في الفقرة السابقة ، فإن :

$$\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_z}{dt} = -\,g \end{cases} \xrightarrow{\text{بأخذ التكامل}} \vec{v}_G\,(t) \begin{cases} v_x\,(t) = C^{te} \\ v_y\,(t) = C^{te} \\ v_z\,(t) = -\,gt + C^{te} \end{cases}$$



الوثيقة 28 : مخطط السرعة $v_G = f(t)$

بالعودة إلى (ش.إ) للحركة المعطاة بالعلاقة (*) ، فإن :

$$v_z\,(t) = -\,gt + C^{te} = -\,gt\ ;\ v_y\,(t) = C^{te} = 0\ ;\ v_x\,(t) = C^{te} = 0$$

بالتالي ، المعادلة الزمنية لشعاع سرعة مركز عطالة جسم صلب يسقط سقوطًا حرًا دون سرعة إبتدائية هي :

$$\boxed{\vec{v}_G\,(t)\ \{\ v_x(t) = 0\ ;\ v_y(t) = 0\ ;\ v_z(t) = -\,gt\ \}}$$

تعطى إذًا قيمة السرعة كل لحظة بالعبارة : $\boxed{\|\vec{v}_G\,(t)\| = v_G\,(t) = gt}$ ، يمكن تمثيلها بيانيًا بالمخطط المبيّن في **الوثيقة – 28** .

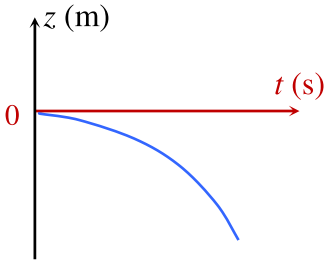
من عبارة قيمة السرعة أو من البيان $v_G = f(t)$ ، يتبين أن قيمة السرعة تتزايد خلال السقوط الحر ، و منه :

« حركة السقوط الحر : مستقيمة متسارعة بانتظام »

* **شعاع الموضع** : نعلم أن $\vec{v}_G\,(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ ، نحصل عندئذٍ على الإحداثيات الكارتيزية $x(t)$ ، $y(t)$ و $z(t)$ لشعاع الموضع $\overrightarrow{OG}$ بتكامل الإحداثيات $v_x(t)$ ، $v_y(t)$ و $v_z(t)$ لشعاع السرعة $\vec{v}_G$ ، و منه :

$$\boxed{\overrightarrow{OG}\,(t)\ \{\ x(t) = 0\ ;\ y(t) = 0\ ;\ z(t) = -\ \frac{1}{2}\,gt^2\ \}}$$

التمثيل البياني لمخطط الحركة $z = f(t)$ (**الوثيقة – 29**) ، عبارة عن :
« فرع قطع مكافئ بنهاية حدية عظمى عند مبدأ الإحداثيات »

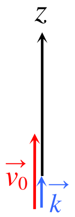


الوثيقة 29 : مخطط الحركة
$z = f(t)$

☒ **ملاحظات** :

* في حالة القذف الشاقولي نحو الأعلى (**الوثيقة – 30**) أو نحو الأسفل بسرعة إبتدائية $\vec{v}_0$ (سقوط حر مزود بسرعة إبتدائية) ، و عملاً بالشروط الإبتدائية المختارة في كل حالة ، و بالإستدلال نفسه يمكن أن نحدد المعادلات الزمنية لشعاع الموضع و شعاع السرعة (القذف الشاقولي نحو الأعلى) كالتالي :

$$\vec{v}_G\,(t)\begin{cases} v_x\,(t) = 0 \\ v_y\,(t) = 0 \\ v_z\,(t) = -\,gt + v_0 \end{cases} \Longrightarrow \overrightarrow{OG}(t)\begin{cases} x\,(t) = 0 \\ y\,(t) = 0 \\ z\,(t) = -\,\dfrac{1}{2}\,gt^2 + v_0t \end{cases}$$



الوثيقة 30 : قذف شاقولي
بسرعة إبتدائية نحو الأعلى

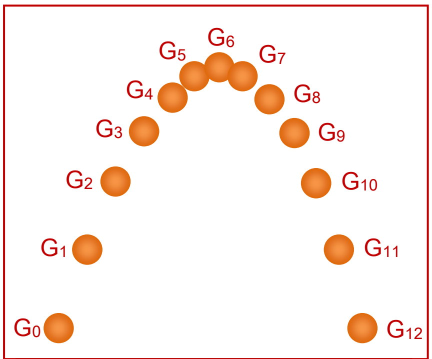
* بنفس الطريقة و بالإستدلال نفسه يمكن أن نحدد المعادلات الزمنية لشعاع الموضع و شعاع السرعة (القذف الشاقولي نحو الأسفل) .

4) تطبيقات :

1.4. تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

1.1.4. حركة قذف بسرعة إبتدائية غير شاقولية (القذف المنحنى) :

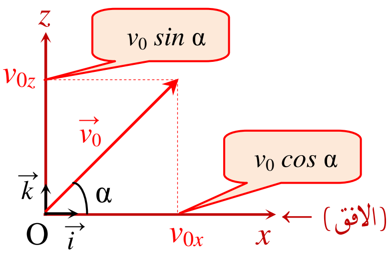
الدراسة التجريبية بالتصوير المتعاقب (**الوثيقة – 31**) ، تبين أن الحركة « منحنية » يقذف الجسم في اللحظة $t_0 = 0$ ، بسرعة إبتدائية $\vec{v}_G\,(t_0) = \vec{v}_0$. من أجل سرعة قذف معطاة $\vec{v}_0$ ، يمكن أن نختار المعلم المتعامد $(\,O\,,\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$ ، بحيث يتواجد الشعاع $\vec{v}_0$ في المستوى الشاقولي $(\,xOz\,)$ ، و يصنع زاوية مع الأفق هي α (زاوية القذف المنحنى) كما هو مبين في **الوثيقة – 32** .



الوثيقة 31 : تسجيل حركة
قذيفة عن طريق التصوير المتعاقب

الشروط الإبتدائية للقذف هي إذًا :

$$\vec{v}_G\,(t_0) = \vec{v}_0\begin{cases} v_x\,(t_0) = v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_y\,(t_0) = v_{0y} = 0 \\ v_z\,(t_0) = v_{0z} = v_0 \sin\alpha \end{cases} \Longrightarrow \overrightarrow{OG}_0\begin{cases} x\,(t_0) = 0 \\ y\,(t_0) = 0 \\ z\,(t_0) = 0 \end{cases}$$



الوثيقة 32 : إحداثيات شعاع
السرعة الإبتدائية في المعلم $(\,xOz\,)$

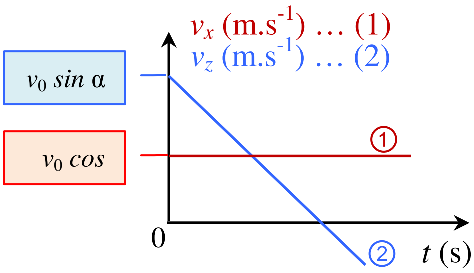
* **شعاع السرعة** : حسب الفقرة السابقة ، فإن :

$$\vec{a}_G\,(t)\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_z}{dt} = -\,g \end{cases} \xrightarrow{\text{بأخذ التكامل}} \vec{v}_G\,(t)\begin{cases} v_x\,(t) = C^{te} \\ v_y\,(t) = C^{te} \\ v_z\,(t) = -\,gt + C^{te} \end{cases}$$

نحدد قيم الثوابت ، بالإستعانة بالشروط الإبتدائية في اللحظة $t_0 = 0$. المعادلات الزمنية لشعاع سرعة مركز عطالة جسم صلب مقذوف قذفًا منحنيًا بسرعة إبتدائية متواجدة في المستوى الشاقولي $(\,xOz\,)$ هي :

$$\boxed{v_G\,(t)\ \{\ v_x(t) = v_0 \cos\alpha\ ;\ v_y(t) = 0\ ;\ v_z(t) = -\,gt + v_0 \sin\alpha\ \}}\ \ldots\ (**)$$

التمثيل البياني للسرعة : لاحظ **الوثيقة – 33** .



الوثيقة 33 : التمثيل البياني للإحداثيين $v_x(t)$ و $v_z(t)$ لشعاع السرعة

* شعاع الموضع :

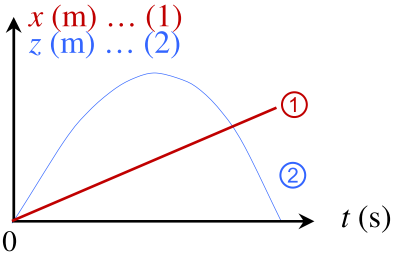
بالمثل ، نحصل على إحداثيات شعاع الموضع بأخذ التكامل بالنسبة للزمن لإحداثيات شعاع السرعة المعطاة بالعلاقة (**) :

$$\vec{v}_G(t)\begin{cases} v_x(t) = v_0\cos\alpha \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \vec{OG}(t)\begin{cases} x(t) = v_0t\cos\alpha + C^{te} \\ y(t) = C^{te} \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t\sin\alpha + C^{te} \end{cases}$$

نحدد قيم الثوابت ، بالإستعانة بالشروط الإبتدائية في اللحظة $t_0 = 0$.

المعادلات الزمنية لشعاع الموضع هي :

$$\vec{OG}(t)\begin{cases} x(t) = v_0t\cos\alpha \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t\sin\alpha \end{cases}$$



الوثيقة 34 : التمثيل البياني للإحداثيين : $x(t)$ و $z(t)$

بما أن : $y(t) = 0$ ، الحركة تتم فقط في المستوى الشاقولي (xOz) الذي يضم شعاع السرعة الإبتدائية $\vec{v}_0$ ، فهي عمومًا حركة منحنية محصلة لحركتين :

* حركة مستقيمة منتظمة أفقيًا ، وفق المحور (Ox) ، ممثلة بالبيان ① **(الوثيقة – 34)**
* حركة مستقيمة متغيرة بانتظام شاقوليًا ، وفق المحور (Oz) ، ممثلة بالبيان ② **(الوثيقة – 34)**

* معادلة المسار :

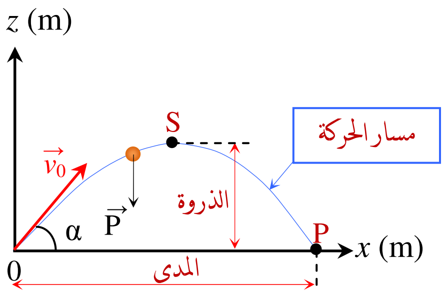
بحذف وسيط الزمن t من عبارتي الإحداثيين الكارتيزيين $x(t)$ و $z(t)$ ، نحصل على معادلة مسار الحركة المنحنية في المستوى الشاقولي (xOz) ، أي : $z = f(x)$

$$x(t) = v_0t\cos\alpha \Rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

بالتعويض في العبارة : $z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t\sin\alpha$

نجد : $$z(x) = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\,tg\,\alpha$$

و هي معادلة من الدرجة الثانية للمتغير x ، تمثيلها البياني « قطع مكافئ » **(الوثيقة – 35)** .



الوثيقة 35 : التمثيل البياني لمسار الحركة : $z(x)$

* الذروة و المدى :

▪ الذروة : هي أعظم إرتفاع يبلغه الجسم الصلب المقذوف (النقطة : S) . **الوثيقة – 35**

لتحديد إحداثيات النقطة S ، توجد عدة طرق من بينها إستغلال خصائص هذه النقطة و التي يكون عندها شعاع السرعة $\vec{v}_G$ أفقيًا ، يعني أن : $v_z = 0$. و منه : $v_z(t_S) = -gt_S + v_0\sin\alpha = 0 \Rightarrow t_S = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$

بالتعويض في العبارة $z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t\sin\alpha$ نجد :

$$z_S = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} \quad \ldots (1)$$

▪ المدى : هو أقصى مسافة يقطعها الجسم الصلب أفقيًا ، أي المسافة بين نقطة القذف O و نقطة التقاطع P مع المحور الأفقي (Ox) . **الوثيقة – 35**

نقطة المدى P نقطة من مسار الحركة ، إحداثيها يحققان معادلته ، أي $x = x_P$ عندما $z = z_P = 0$. بالتعويض في معادلة المسار ، نجد :

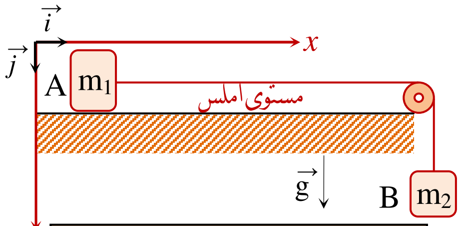
$$x_P = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} \quad \ldots (2)$$

▪ العلاقة بين المدى x_P و الذروة z_S : من العلاقتين (1) و (2) ، نجد :

$$\frac{z_S}{x_P} = \frac{1}{4}tg\,\alpha \quad \ldots (3)$$

☒ ملاحظة : من العبارات السابقة ، يتبين أن قيم المدى و الذروة تتعلق بالشروط الإبتدائية للحركة (السرعة الإبتدائية للقذف ، زاوية القذف) .

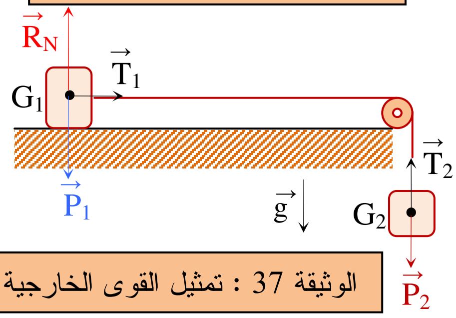
2.1.4. الحركة على مستو أفقي :



الوثيقة 36 : الحركة على مستو

يتحرك جسم (A) كتلته m_1 و مركز عطالته G_1 ، إبتداء من السكون على مستو أفقي بتأثير السقوط الشاقولي لجسم آخر (B) كتلته m_2 و مركز عطالته G_2 . **الوثيقة – 36**
الجسمان يربطهما خيط عديم الإمتطاط و مهمل الكتلة ، يمر على محز بكرة مثبتة مهملة الكتلة ، بإمكانها الدوران دون إحتكاك حول محورها الأفقي الثابت .

- النظام الميكانيكي موضوع الدراسة مكون من جزئين (A و B) .
- مرجع الدراسة : المرجع الأرضي السطحي الذي يمكن إعتباره غاليليًا .
- تمثيل القوى الخارجية المطبقة على كل من (A) و (B) . **الوثيقة – 37**



الوثيقة 37 : تمثيل القوى الخارجية

بما أن الخيط عديم الإمتطاط ، يكون لمركزي العطالة G_1 و G_2 للجسمين (A) و (B) على الترتيب ، نفس الحركة ، نفس التسارع المكتسب (نفس السرعة و نفس الإنتقال كل لحظة) .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة كل جزء :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G \Rightarrow m_1\vec{g} + \vec{R}_N + \vec{T}_1 = m_1\,\vec{a} \qquad : (A)$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G \Rightarrow m_2\vec{g} + \vec{T}_2 = m_2\,\vec{a} \qquad : (B)$$

بالإسقاط في القاعدة $(\vec{i}, \vec{j})$:

$$(A): \quad m_1 g - R_N = 0 \ ؛\ T_1 = m_1\,a \ \dots (1)$$

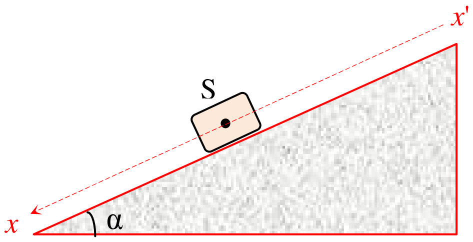
$$(B): \quad m_2 g - T_2 = m_2\,a \ \dots (2)$$

بما أن البكرة و الخيط مهملي الكتلة فإن : $T_1 = T_2$ ، بالتعويض من (1) في (2) نجد : $m_2 g - m_1\,a = m_2\,a$

بالتالي ، تسارع حركة النظام هو :

$$\boxed{a = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\,g}$$

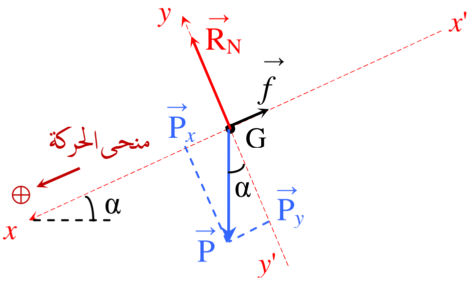
3.1.4. حركة مركز عطالة جسم صلب على مستو مائل :



الوثيقة 38 : الحركة على مستو مائل

ينتقل جسم صلب (S) ، كتلته m و مركز عطالته G إبتداء من السكون على طول خط الميل الأعظم لمستوٍ مائل يميل عن الأفق بزاوية α . **الوثيقة – 38**
بفرض أن قوى الإحتكاك (المستوى المائل خشن) تكافئ قوة وحيدة ثابتة $\vec{f}$ ، توازي خط الميل الأعظم و معاكسة لجهة الحركة .
يمكن اتباع نفس الخطوات كما في الفقرة السابقة عند إجراء الدراسة التحريكية لهذه الجملة الميكانيكية من أجل تحديد تسارع مركز عطالة الجسم الصلب .
القوى الخارجية المطبقة في مركز العطالة G للجسم مبينة في **الوثيقة – 39** ، بالتالي :
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الصلب ، نجد : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\,\vec{a}$
بعد التحليل و الإصلاح ، في المعلم الغاليلي المختار **(الوثيقة – 39)** نجد :

– على المحور $(x'x)$ [منحى الحركة] : $P_x - f = m\,a \ \dots (1)$
– على المحور $(y'y)$ ، المتعامد مع $(x'x)$: $R_N - P_y = 0 \ \dots (2)$



الوثيقة 39 : تمثيل القوى المطبقة

بالتعريف : $P_x = P\,sin\alpha = mg\,sin\alpha$
بالتعويض في العلاقة (1) ، نجد :

$$\boxed{a = g\,sin\alpha - \frac{f}{m}}$$

☒ ملاحظة :

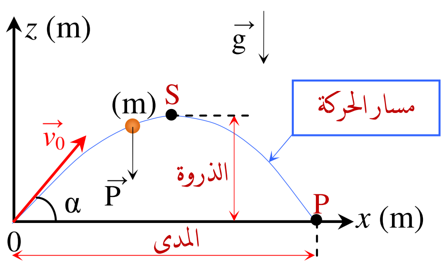
1) في غياب الإحتكاكات (المستوى المائل أملس) ، فإن : $f = 0$
و يكون تسارع الحركة :

$$\boxed{a = g\,sin\alpha}$$

2) من العلاقة (2) ، يكون لدينا : $R_N = P_y = P\,cos\alpha = mg\,cos\alpha$

2.4. تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة :

طاقة قذيفة : نحدد في البداية الجملة و المرجع
ـــ المرجع الغاليلي و الجملة : (قذيفة + أرض)



الوثيقة 40 : مسار الحركة

للجملة (قذيفة + أرض) ، طاقة حركية : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ و طاقة كامنة ثقالية : $E_{pp} = mgz$

في حقل منتظم للجاذبية g ، طاقة الجملة (قذيفة + أرض) هي : $E = E_c + E_{pp}$ ⇐ $\boxed{E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz}$

ـ الحالة التي تكون فيها قوى الإحتكاك مهملة :

نقذف قذيفة كتلتها m نحو الأعلى من سطح الأرض **(الوثيقة – 40)** بسرعة إبتدائية $\vec{v_0}$ و بزاوية α بالنسبة للأفق (قذف منحني) .

لنحدد قيمة الذروة بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة الكلية للجملة (المعزولة أو شبه المعزولة) .

نختار $z = 0$ عند سطح الأرض (مبدأ قياس الإرتفاعات) ، بالتالي :

ـ عند نقطة القذف O (ح. الإبتدائية) : $E_0 = E_{c0} + E_{pp0} = \frac{1}{2}mv_0^2$ ... (1)

ـ عند بلوغ الذروة S (ح. النهائية) : $\vec{v_S} = v_{xS}\,\vec{i} + v_{zS}\,\vec{j}$ ؛ $z = z_S$

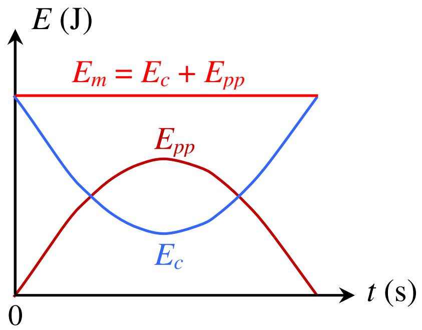
حيث : $v_{xS} = v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ ؛ $v_{zS} = 0$

و منه : $E_S = E_{cS} + E_{ppS} = \frac{1}{2}mv_0^2 \cos^2\alpha + mgz_S$ ... (2)

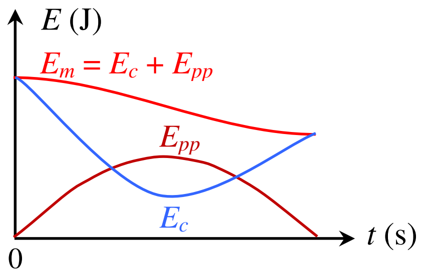
ـ بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة الميكانيكية : $E_0 = E_S$ ، نجد من (1) و (2) :

$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \cos^2\alpha + mgz_S$ ، و منه قيمة الذروة :

$$\boxed{z_S = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}}$$



الوثيقة 41 : مخطط الطاقة في غياب الإحتكاك



الوثيقة 42 : مخطط الطاقة في وجود الإحتكاك

ـ الحالة التي تكون فيها قوى الإحتكاك غير مهملة :

في هذه الحالة ، تكون قيمة الإرتفاع الأعظمي z_S أقل لأن الجملة (قذيفة + أرض) تفقد جزء من طاقتها للوسط الخارجي يتحول بشكل حرارة ضائعة في الهواء .

أي أن النقصان في الطاقة الحركية للجملة لا يُحول كليًا إلى طاقة كامنة ثقالية .

معادلة انحفاظ الطاقة في هذه الحالة تكتب بالشكل : $E_0 - |W_m| = E_S$

حيث : $|W_m|$ هي القيمة المطلقة لعمل قوى الإحتكاك مع الهواء .

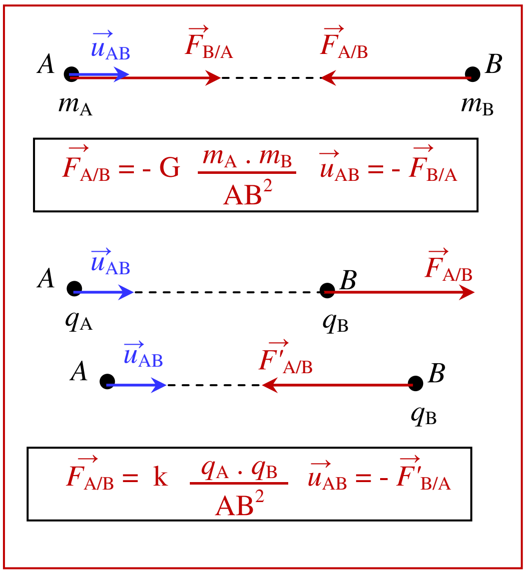
5) حدود ميكانيك نيوتن :

1.5. النسبية من غاليلي إلى إينشتاين :

إن مجال صلاحية النظرية الميكانيكية لنيوتن محدود على المستويين اللامتناهيين في الكبر و في الصغر حيث تعتمد على خاصية التزامن ، أي أن زمن ملاحظة ظاهرة يوافق زمن حدوثها و يقتضي هذا أن المعلومة تنتقل آنيًا من التركيبة المدروسة إلى الملاحظ (شرط أن تنتقل بسرعة إنتشار الضوء) ، و هذا ما يفند صلاحية ميكانيك نيوتن لدراسة الحركات ذات السرعة القريبة من سرعة الضوء .

2.5. التطور الكمي :

رغم التشابه بين الفعل المتبادل الجاذبي و الفعل المتبادل الكهرمغناطيسي **(الوثيقة – 43)** ، الذي يوحي بوجود تشابه بين النظامين الكوكبي و الذري ، إلا أن الحقيقة غير ذلك .



الوثيقة 43 : الفعل المتبادل الجاذبي و الفعل المتبادل الكهربائي

- تجانس الأنظمة التي لها نفس التركيب :

لا يمكن وصف الذرة بطريقة كلاسيكية ، في نهاية القرن التاسع عشر (XIX) ، أكتشف العديد من الظواهر الفيزيائية التي لم تستطيع ميكانيك نيوتن تفسيرها بالرغم من المكانة التي تحتلها نظرية نيوتن أنذاك ، من بين هذه الظواهر نذكر مثلاً : إشعاع الجسم الأسود و الفعل الكهرضوئية .

لتفسير هذه الظواهر ، عرف القرن العشرون تطورًا حقيقيًا للعمل التجريبي ، الذي صنع أساس ما يسمى بـ « الفيزياء الكمية » ، خاصة منها التحقق التجريبي لفرنك و هرتز عام 1914 .

- طاقة الجملة (كوكب – قمر إصطناعي) :

عندما يكون قمر إصطناعي في مدار ما حول الكوكب ، تمتلك الجملة (كوكب – قمر إصطناعي) طاقة محددة ، تكون أكبر كلما كان القمر الإصطناعي بعيدًا عن الكوكب . بما أن جميع الإرتفاعات و جميع السرعات محتملة ، فإن كل قيم الطاقة ممكنة ، أي يمكن أن تأخذ طاقة هذه الجملة أي مقدار ، مما يعني أنها تتغير بصفة مستمرة .

- طاقة الجملة (بروتون – إلكترون) لذرة الهيدروجين :

نلاحظ طيف خاص بذرة الهيدروجين **(الوثيقة – 44)** ، و طيف خاص بكل ذرة من ذرات العناصر الأخرى .

في الواقع ، يمكن التعرف على عنصر كيميائي إنطلاقًا من طيفه (دروس السنة الأولى ثانوي) ، للحصول على هذا الطيف ، تُهيَّج ذرات العنصر (ذرات الهيدروجين مثلاً) في شروط تجريبية خاصة فتزداد طاقة الذرة و عندما تعود إلى حالتها الأكثر إستقرارًا تنخفض الطاقة بإصدار الذرة لطاقة ضوئية .

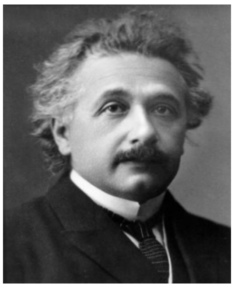
الوثيقة 44 : أطياف الخطوط لبعض الذرات

عند تحليل الضوء الصادر ، نحصل على طيف إصدار متقطع (طيف خطوط) و هذا يعني أن تواتر الإشعاعات الصادرة لا يأخذ إلا قيمًا خاصة ، لذا نقول إن « **التواتر مكمّم** »

- الفوتون و فرضية بوهر (BOHR) :

في سنة 1900 ، حدد « ماكس بلانك : M.Planck » الطاقة المنقولة من طرف الموجات الكهرمغناطيسية ($E = h.\nu$) ، كما استنتج أن تحويل الطاقة لا يحدث إلا بقيم معينة و هي « **كمّات** » الطاقة .

في سنة 1905 ، اقترح إينشتاين (**الوثيقة – 45**) الفكرة بأن الكم الطاقوي محمول من طرف « جسيم معدوم الشحنة و الكتلة ، ينتقل بسرعة إنتشار الضوء في الخلاء $c = 3 \times 10^8$ m/s ، أسماه **الفوتون** » .



الوثيقة 45 : ألبرت إينشتاين
1879 – 1955

في سنة 1913 ، قدم نيلز بوهر فرضيته ، التي تفسر طيف ذرة الهيدروجين :

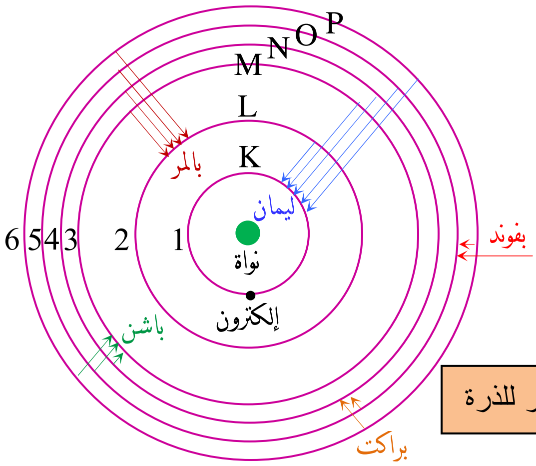
✓ تغير طاقة الذرة « مكمّم »

✓ لا يمكن للذرة أن تتواجد إلا في بعض حالات طاقة معرّفة جيدًا (مستقرة – مثارة – متشردة) مميزة بمستوى طاقوي E_n .

✓ يصدر فوتون ضوء تواتره $\nu = \frac{c}{\lambda}$ ، عندما تنتقل الذرة من مستوى طاقة أعلى E_p إلى مستوى طاقة أدنى E_m حيث : $\Delta E = E_p - E_m = h.\nu$. **الوثيقة – 46**

رأينا سابقًا أن التواترات ν مكمّمة (كمّات الطاقة متقطعة غير مستمرة) ، نستنتج من عبارة بوهر السابقة أن التغير في طاقة الذرة $\Delta E = E_p - E_m = h.\nu$ هو أيضًا مكمّم . بما أن طاقة السوية الأساسية للذرة مثبتة فإن طاقة السويات الأخرى هي الأخرى مكمّمة .

على العكس من طاقة الجملة (كوكب – قمر) فإن طاقة ذرة الهيدروجين أو طاقة الجملة (نواة – إلكترون) لا تأخذ إلا قيمًا محددة و متفرقة (مستقلة) ، إذن النظام الكوكبي للذرة مرفوض .



الوثيقة 46 : نموذج بوهر للذرة

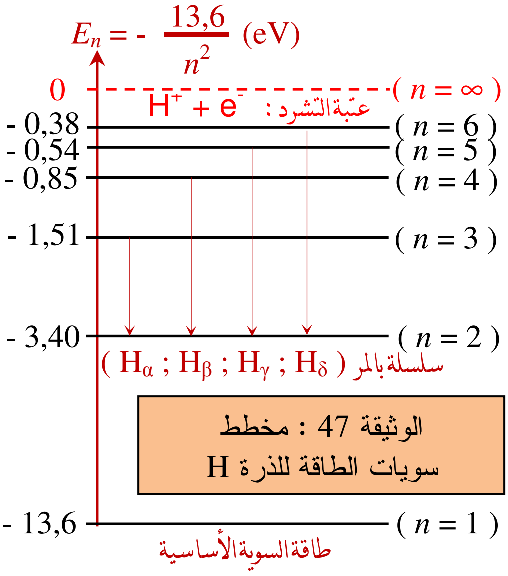
يبين المخطط الطاقوي المبسط لسويات طاقة ذرة الهيدروجين (**الوثيقة – 47**)

المستوى الطاقوي المرجعي الذي تنعدم لأجله طاقة الذرة ($E_\infty = 0$) يمثل عتبة التشرد للذرة (بروتون « نواة » و إلكترون غير متحركين تفصلهما مسافة لا نهائية) مما يعني أن سويات الطاقة الأخرى للذرة تكون « سالبة : $E_n < 0$ » ، هذا لا يهمنا لأننا دومًا بصدد حساب التغيرات الحادثة في الطاقة ΔE .

- النتائج :

ـــ الضوء و تحديد الكمية :

أكد إينشتاين في سنة 1905 ، أن الضوء مكمّم ، مكون من « كمّات (*quanta*) من الإشعاعات » ، و هي جسيمات طاقوية عديمة الكتلة و الشحنة تنتشر بسرعة الضوء في الخلاء حاملة لكل طاقة منفصل ΔE ، تواكبها أمواج ذات تواتر ν حيث : $\Delta E = h.\nu$ ، سميت فيما بعد فوتونات (*photons*) سنة 1926 .



الوثيقة 47 : مخطط
سويات الطاقة للذرة H

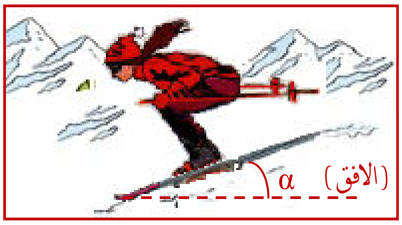
ـــ المادة و تحديد الكمية :

يعود الفضل للدنماركي نيلز بوهر في اقتراح النموذج الذري **(الوثيقة – 46)** المتوافق مع الأفكار الجديدة لتحديد الكمية : صرّح ، في سنة 1913 ، أن طاقات الذرات لا تأخذ إلا قيمًا منفصلة (مكمّمة) ، عكس القيم المستمرة .

سويات الطاقة للذرة مكمّمة : لكل سوية طاقة محدّدة ، كل منها معرفة بعدد كمّي رئيسي n ، يمكن أن يأخذ المقادير : $n = 1 , 2 , 3 , \ldots$.

السوية الموافقة لـــ $n = 1$ ، تسمى « السوية الأساسية » ، و تمثل السوية الأدنى للطاقة : $E_1 < E_2 < E_3 < \ldots < E_\infty = 0$.

تطبيقات عامة :



تطبيق : ① (تمرين محلول 1– ص : 276 . الكتاب المدرسي)

1. ينتقل متزحلق ثقله $P = 600\ N$ على مستو ثلجي مستقيم يصنع زاوية $\alpha = 10°$ مع الأفق . فهو يتحرك على المستوى بسرعة ثابتة . نهمل كل من احتكاك الثلج على المتزحلق و دافعة أرخميدس المطبقة من طرف الهواء أمام القوى الأخرى . نستطيع نمذجة احتكاك الهواء بقوة موازية للمنحدرمعاكسة للحركة و قيمتها تتزايد مع السرعة .

أ– حوصل القوى المطبقة على المتزحلق .

ب– بتطبيق مبدأ العطالة في المرجع الأرضي ، بفرض أنه غاليلي ، حدّد قيم جميع القوى المطبقة على المتزحلق .

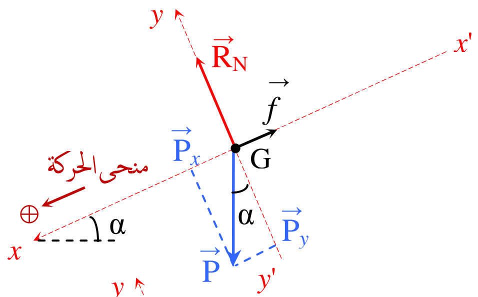
2. يهبط الآن المتزحلق ، بدون احتكاك ، على منحدر جليدي مائل بزاوية $30°$ بالنسبة للأفق . أوجد تسارعه و القوة المطبقة من طرف السكة على المتزحلق .

الحل :

1. أ– تؤثر في مركز عطالة المتزحلق ثلاث قوى ، هي :

* ثقله $\vec{P}$: شاقولي ، متجه نحو الأسفل و قيمته $P = 600\ N$.
* رد فعل المستوى $\vec{R}$: الإحتكاكات على الثلج مهملة بالنسبة للقوى الأخرى ، بالتالي $\vec{R}_T = \vec{0}$ و $\vec{R}_N$ عمودية على خط الميل الأعظم للمستوى المائل متجهة نحو الأعلى ، و منه : $\vec{R} = \vec{R}_N$
* قوة احتكاك الهواء $\vec{f}$: موازية للمسار و معاكسة لجهة الحركة .

ب– ينجز مركز عطالة المتزحلق حركة مستقيمة منتظمة ، حسب مبدأ العطالة ، في المرجع الأرضي بفرض أنه غاليلي ، المجموع الشعاعي لكل القوى الخارجية المطبقة معدوم : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = \vec{0}$



باستعمال الطريقة التحليلية : يسمح المعلم المتعامد المختار المبين في المخطط بتحديد مختلف المركبات لأشعة القوى :

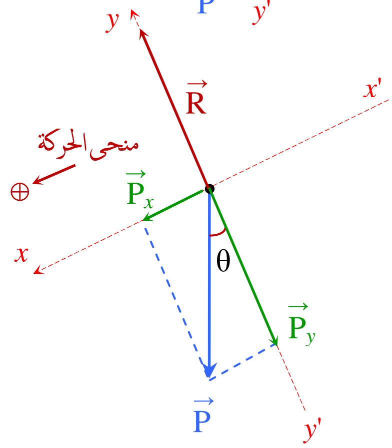
$$\vec{P}\begin{cases} P_x = P\sin\alpha \\ P_y = -P\cos\alpha \end{cases} \qquad \vec{f}\begin{cases} f_x = -f \\ f_y = 0 \end{cases} \qquad \vec{R}\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = R_N = R \end{cases}$$

المعادلة الشعاعية $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = \vec{0}$ تعطي :

$$P\sin\alpha - f + 0 = 0 \quad \dots (1)$$
$$-P\cos\alpha + 0 + R_N = 0 \quad \dots (2)$$

من العلاقتين (1) و (2) ، نجد :

$$f = P\sin\alpha = 600 \times \sin10° = 104\ N \Leftarrow \boxed{f = 104\ N}$$
$$R_N = P\cos\alpha = 600 \times \cos10° = 591\ N \Leftarrow \boxed{R_N = 591\ N}$$



2. المخطط البياني للقوى ممثل على الشكل المرفق المقابل :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}$ ... (1)

منحى الحركة هو المستقيم $(x'x)$ الموازي لخط الميل الأعظم للمستوى المائل و الموجه نحو الأسفل (لاحظ الشكل) ، بالتالي :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = a \\ a_y = 0 \end{cases}$$

باسقاط العلاقة (1) في المعلم المختار نجد :

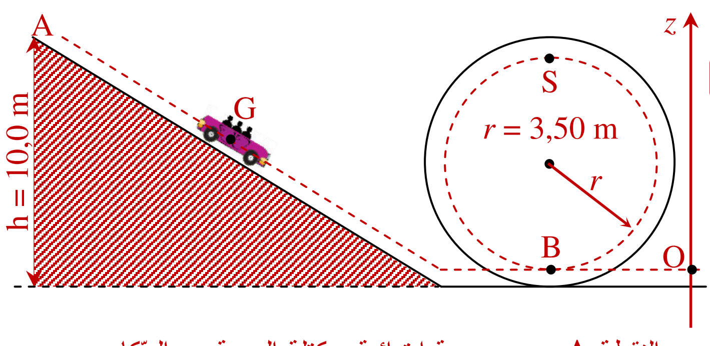
$$\sum F_x = mg\sin\theta + 0 = ma \quad \dots (2)$$
$$\sum F_y = -mg\sin\theta + R = 0 \quad \dots (3)$$

من خلال المعادلة (2) ، نستخرج مباشرة عبارة تسارع الحركة : $\boxed{a = g\sin\theta}$

ت . ع $a = 9{,}8 \times \sin30° = 4{,}9\ m/s^2 \Leftarrow \boxed{a = 4{,}9\ m/s^2}$

من المعادلة (3) ، نجد : $\boxed{R = P\cos\theta}$

ت . ع $R = 600 \times \cos30° = 519{,}6\ N \Leftarrow \boxed{R = 519{,}6\ N}$



تطبيق : ② (تمرين محلول 2– ص : 277 . الكتاب المدرسي)

نجد في بعض الحدائق للتسلية ، لعبة تتكون من عربة يركب فيها الناس و تقطع مسارًا ممثلاً بالشكل المقابل . يوجد جهاز يعمل على ضمان التلامس بين العربة و السكة مهما كانت الوضعية .

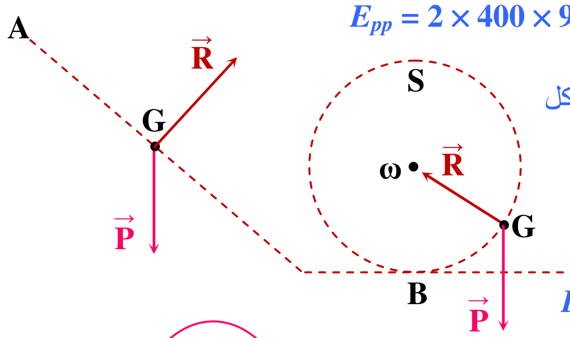
في المستوى الشاقولي ، السكة ممثلة بالمقطع المبين في الشكل .

يمثل G في هذا الشكل مركز عطالة العربة مع الركّاب . تُحرّر العربة من النقطة A بدون سرعة ابتدائية . كتلة العربة مع الركّاب $M = 400\ kg$ ، $g = 9{,}8\ N.kg^{-1}$.

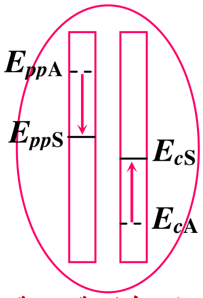
1. أحسب الطاقة الكامنة الثقالية للجملة (عربة مع الركّاب + الأرض) ، في النقطتين A و S .
2. نعتبر العربة جسمًا صلبًا و نهمل الإحتكاكات . أحسب الطاقة الحركية للعربة عندما يصل مركز العطالة G إلى النقطة S .
3. مثّل في مخطط بياني تحول طاقة العربة مع الركّاب خلال انتقالها من A إلى S .

الحل :

1. الطاقة الكامنة الثقالية للجملة (عربة + ركاب + أرض) هي ، بالتعريف : $E_{pp} = mgz$
حيث : z يمثل ارتفاع مركز العطالة G بالنسبة للمستوى المرجعي الإبتدائي المختار لقياس الطاقة الكامنة الثقالية .
ـ عند النقطة A : $z = h \Leftarrow E_{pp} = mgh \Leftarrow E_{pp} = 400 \times 9,8 \times 10 = 39,2\ kJ$
ـ عند النقطة S : $z = 2r \Leftarrow E_{pp} = 2mgr \Leftarrow E_{pp} = 2 \times 400 \times 9,8 \times 3,5 = 27,44\ kJ$



2. القوتان المطبقتان على العربة هما : الثقل $\vec{P}$ و رد فعل السكة $\vec{R}$.
القوة $\vec{R}$ دومًا عمودية على السكة (لاتوجد احتكاكات) ، عملها معدوم من أجل كل انتقال (لاحظ الشكل المقابل)
تعتبر العربة جسم صلب و بالتالي ثقلها هو الذي يعمل فقط ، و منه :
الطاقة الميكانيكية الكلية $E = E_{pp} + E_c$ ، ثابتة مهما كان موضع العربة .
ـ عند النقطة A : $E_{ppA} = mgh$ و $E_{cA} = 0 \Leftarrow E_A = mgh$
ـ عند النقطة S : $E_S = E_A$ ؛ $E_{ppS} = 2mgr \Leftarrow E_{cS} = mgh - 2mgr$
بالتالي : $E_{cS} = mg(h - 2r)$
$\Leftarrow E_{cS} = 400 \times 9,8 \times (10 - 2\times3,5) = 11,76\ kJ \Leftarrow E_{cS} = 11,76\ kJ$



3. المخطط البياني لتحول طاقة الجملة (عربة مع الركاب + الأرض) :
طاقة الجملة الكلية محفوظة ، بالتالي مقدار التناقص في E_{pp} يساوي مقدار الزيادة في E_c و العكس ، و منه مخطط التحول الطاقوي المبين في الشكل المقابل .

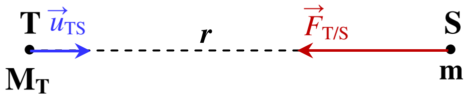
تطبيق : ③ (تمرين محلول 3– ص : 278 . الكتاب المدرسي)
تستعمل الأقمار الاصطناعية من نوع « **صبوت** » للاستطلاع على سطح الأرض، إنها مجموعة من أقمار اصطناعية مدنية . من بين أحدها « **صبوت 5** » الذي وُضع قي مداره في ماي **2002** من طرف صاروخ « **أريان** » ، فهو يستطيع التمييز بين تفاصيل من رتبة **2,5 m** .
يمر القمر الاصطناعي فوق المكان نفسه من سطح الأرض كل **26,0** يوم شمسي متوسط : تمثل هذه المدة « **الحلقة المدارية** » و التي ينجز خلالها القمر الاصطناعي **369** دورة .

الأرض		صبوت 5	
الكتلة m_T	$5,97\times10^{24}$ kg	الكتلة m	3000 kg
نصف القطر R_T	6378 km	المدار	دائري
اليوم الشمسي المتوسط	24 h	الارتفاع z	822 km

المعطيات : $G = 6,67 \times 10^{-11}\ N.m^2/kg^2$
1. أثبت أن حركة القمر الاصطناعي منتظمة .
أوجد عبارتي سرعته و دوره .
2. أحسب كلا من قيمتي السرعة و الدور .
3. أوجد مرة ثانية قيمة الدور باستعمال الفقرة التالية
من النص : تمثل هذه المدة « **الحلقة المدارية** » و التي ينجز خلالها القمر الاصطناعي **369** دورة .

الحل :

1. ندرس حركة القمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي مع اعتباره غاليليًا .
نعتبر القمر الاصطناعي نقطيًا كتلته m و نرمز له بالرمز S ، كما نعتبر الأرض جسم صلب كروي الشكل كتلته M_T مركزه T .
تطبق الأرض على القمر الاصطناعي القوة : $\vec{F}_{T/S} = -\dfrac{GmM_T}{r^2}\vec{u}_{TS}$
حيث : r نصف قطر المسار الدائري للقمر



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F}_{T/S} = m\,\vec{a}$ ، و باختزال m من الطرفين ، نجد :
$\vec{a} = -\dfrac{GM_T}{r^2}\vec{u}_{TS}$ ؛ حيث : $a = -\dfrac{GM_T}{r^2} = C^{te}$ ($\vec{a}$: تسارع ناظمي مركزي قيمته a ثابتة)
تبين معطيات النص أن المدار دائري ، و بما أن شعاع التسارع ناظمي مركزي و قيمته ثابتة فإن « **الحركة دائرية منتظمة** »
من العبارة : $a = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{GM_T}{r^2}$ ، نستنتج : $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{r}}}$
الدور المطلوب ، هو مدة انجاز دورة ، يتم خلالها قطع المسافة $2\pi r$ بالسرعة الثابتة v ، بالتالي : $T = \dfrac{2\pi r}{v}$

بالتعويض من عبارة السرعة السابقة نجد : $\boxed{T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}}$

2. قيمة كل من السرعة و الدور :

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}97\times10^{24}}{(6378+822)\times10^{3}}} = 7{,}44\times10^{3}\ \text{m/s} = 7{,}44\ \text{km/s} \Leftarrow \boxed{v = 7{,}44\ \text{km/s}}$$

$$T = \frac{2\pi\times(6378+822)\times10^{3}}{7{,}44\times10^{3}} = 6{,}08\times10^{3}\ \text{s} = 101\ \text{min} \Leftarrow \boxed{T = 101\ \text{min}}$$

3. مدة 369 دورة تساوي 26 يوم شمسي متوسط « الحلقة المدارية » ، تعني أن :

$369\,T = 26{,}0\ \text{j} = 26\times24\times60\ \text{min} \Leftarrow T = \frac{26\times24\times60}{369} = 101\ \text{min}$ ، و هي نفس القيمة الموجودة سابقًا .

تطبيق : ④ (تمرين محلول 4– ص : 280 . الكتاب المدرسي)

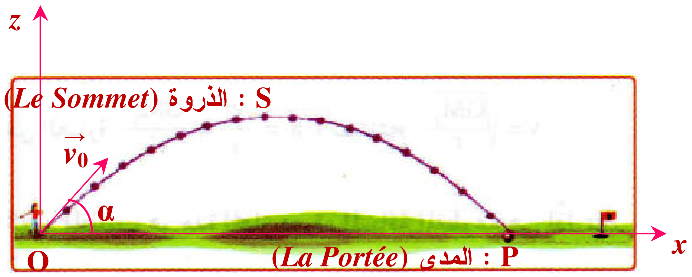
1. يرمي لاعب الغولف كرة كتلتها $m = 40\ \text{g}$ ، موضوعة على الأرض ، بسرعة ابتدائية قيمتها $v_0 = 28\ \text{m.s}^{-1}$ بحيث يصنع شعاعها زاوية $\alpha = 45°$ مع الأفق .

أ– أوجد المعادلات الزمنية لمركز عطالة الكرة بإهمال تأثير الهواء .

ب– على أي مسافة ، بالنسبة لنقطة القذف ، سوف تسقط الكرة ؟

2. يريد اللاعب أن تصل الكرة إلى نقطة أبعد من نقطة السقوط بالتأثير على متغير واحد . هل من أجل هذا ، عليه أن يغير من زاوية القذف ؟ أو قيمة السرعة الإبتدائية ؟ برّر إجابتك .

نأخذ : $g = 9{,}8\ \text{N.kg}^{-1}$



الحل :

بما أن تأثير الهواء مهمل ، يمكننا دراسة حركة مركز عطالة كرة الغولف بتطبيق قانون السقوط الحر .

1. أ– حركة الكرة مدروسة في المرجع الأرضي (غاليلي)

لا تخضع الكرة إلا لتأثير ثقلها فقط : $\vec{P} = m\,\vec{g}$

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} = m\,\vec{a} = m\,\vec{g}$

أي أن : $\vec{a} = \vec{g}$.

نختار معلمًا يتطابق مبدؤه O مع نقطة القذف (لاحظ الشكل) ، بحيث يتواجد شعاع سرعة القذف في المستوى الشاقولي (xOz)

عند لحظة القذف الإبتدائية : $t_0 = 0$ ، يكون :

$$\vec{OG}_0\begin{cases} x(t_0) = 0 \\ y(t_0) = 0 \\ z(t_0) = 0 \end{cases} \quad ; \quad \vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = v_0\sin\alpha \end{cases} \quad ; \quad \vec{a}\begin{cases} a_x = dv_x/dt = 0 \\ a_y = dv_y/dt = 0 \\ a_z = dv_z/dt = -\,g \end{cases}$$

عند لحظة كيفية t ، يكون :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = dv_x/dt = 0 \\ a_y = dv_y/dt = 0 \\ a_z = dv_z/dt = -\,g \end{cases} \xrightarrow{\text{بأخذ التكامل}} \vec{v}\begin{cases} v_x(t) = v_0\cos\alpha \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -\,gt + v_0\sin\alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{بأخذ التكامل}} \vec{OG}\begin{cases} x(t) = v_0 t\cos\alpha \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t\sin\alpha \end{cases}$$

ب– لتكن P النقطة التي تصل إليها الكرة على الأرض ، بالتالي المسافة المطلوبة هي فاصلة النقطة P (المدى : x_P) و التي لأجلها يكون $z_P = 0$:

$\therefore\ 0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t\sin\alpha = t\left(-\frac{1}{2}gt + v_0\sin\alpha\right) \Leftarrow$ الحل الأول : $t = 0\ \text{s}$ يوافق نقطة القذف O

الحل الثاني يمثل اللحظة المعتبرة عند نقطة المدى P ، أي : $t_P = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}$

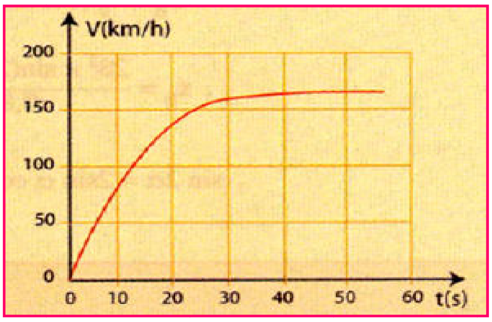
بالتعويض في المعادلة $x(t)$ نحصل على عبارة مدى القذف : $x_P = v_0\cos\alpha\left(\frac{2v_0\sin\alpha}{g}\right) = \frac{v_0^2\sin2\alpha}{g}$

$\therefore$ المدى : $\boxed{x_P = \frac{v_0^2\sin2\alpha}{g}}$ ت . ع $x_P = \frac{v_0^2\sin2\alpha}{g} = \frac{28^2\times\sin(2\times45°)}{9{,}8} = 80\ \text{m} \Leftarrow \boxed{x_P = 80\ \text{m}}$

2. من عبارة x_P السابقة يتبين أن :

ـــ من أجل قيمة ثابتة لـ $\vec{v}_0$ ، يكون المدى أعظميًا عندما $\sin2\alpha = 1 \Leftarrow \alpha = 45°$ و بالتالي لا داعي لتغيير زاوية الرمي لأن قيمتها أصلاً هي 45° و لأجلها المدى أعظمي .

ـــ من أجل قيمة ثابتة لزاوية الرمي ، يكفي إذًا زيادة قيمة السرعة الابتدائية v_0 لزيادة قيمة المدى x_P .



تطبيق : ⑤ (تمرين 3– ص : 282 . الكتاب المدرسي)

يمثل البيان المقابل تغير سرعة سيارة خلال اختبارها في جزء مستقيم من مدار تجريبي .

1. اشرح تغير سرعة السيارة مع مرور الزمن .
2. في أي مجال من الزمن يكون تسارع السيارة ثابتًا ؟ ماهي إذًا طبيعة حركة السيارة ؟
3. بعد أي لحظة يصبح التسارع معدومًا ؟ و ما هي إذًا طبيعة حركة السيارة ؟
4. أوجد تسارع السيارة : في اللحظة $t_1 = 15\ s$ و في اللحظة $t_2 = 20\ s$.

الحل :

1. يُظهر البيان ثلاثة أجزاء مختلفة تبرز تغير السرعة خلال الزمن :

* بين $t = 0\ s$ و $t_1 = 15\ s$ ، تتزايد السرعة بانتظام من $0\ km/h$ إلى $120\ km/h$.

* بين $t_1 = 15\ s$ و $t_2 = 40\ s$ ، تستمر السرعة في التزايد حتى $160\ km/h$ و لكن بطريقة غير منتظمة و بعدها تثبت السرعة .

2. يكون التسارع ثابتًا من أجل $t < t_1$ ، فالحركة متسارعة بانتظام لأن التابع $v(t)$ « خطي » .
3. يصبح التسارع معدومًا بدءًا من اللحظة $t_2 = 40\ s$ ، و يبقى كذلك بعد هذه اللحظة .
4. عند اللحظة : $t_1 = 15\ s$ ، البيان في جزئه الخطي ، مما يسمح لنا إيجاد التسارع بحساب ميل الجزء المستقيم من المنحنى :

$\boxed{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$ ، و عليه : $a = \frac{120}{15} \times \frac{1}{3{,}6} = 2{,}2\ m/s^2 \Leftarrow \boxed{a = 2{,}2\ m.s^{-2}}$

عند اللحظة : $t_2 = 20\ s$ ، بنفس الطريقة نجد : $a = \frac{140-90}{20} \times \frac{1}{3{,}6} = 0{,}69\ m/s^2 \Leftarrow \boxed{a = 0{,}69\ m.s^{-2}}$

تطبيق : ⑥ (تمرين 5– ص : 282 . الكتاب المدرسي)

تخضع نقطة مادية كتلتها $2\ kg$ لقوتين منشئتين لتسارع محصله : $\vec{a} = 4\,\vec{i} - 3\vec{j}\ (m/s^2)$.

إذا كانت $\vec{F_1}$ معطاة بالعبارة : $\vec{F_1} = -\,\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}\ (N)$ ، أوجد $\vec{F_2}$.

الحل :

للبحث عن $\vec{F_2}$ ، نطبق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F_1} + \vec{F_2} = m\,\vec{a}$ ، و منه : $\vec{F_2} = m\,\vec{a} - \vec{F_1}$

$\therefore\ \vec{F_2} = 2(4\,\vec{i} - 3\vec{j}) - (-\,\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) \Leftarrow \vec{F_2} = 9\,\vec{i} - 8\vec{j} - 3\vec{k}\ (N)$

تطبيق : ⑦ (تمرين 7– ص : 282 . الكتاب المدرسي)

إن قوة دفع محركات طائرة من نوع بوينغ 747 هي : $8{,}8 \times 10^5\ N$ ، كتلة هذه الطائرة عند الإقلاع هي : $3{,}0 \times 10^5\ kg$

1. ما هو التسارع عند الإقلاع ؟
2. إذا انطلقت الطائرة من حالة الرّاحة ، ما هي سرعتها بعد 10 ثوان ؟ نهمل قوى الاحتكاك المطبقة من طرف الهواء و الأرض .

الحل :

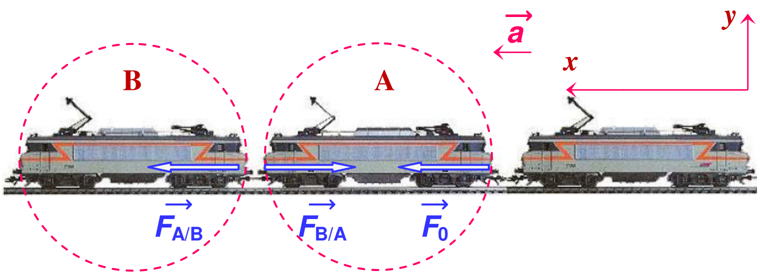
1. باعتبارنا أن قوة الدفع $\vec{F_x}$ هي القوة الأفقية الوحيدة المؤثرة على الطائرة ، تكون قيمة التسارع عند الإقلاع :

$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{8{,}8 \times 10^5}{3{,}0 \times 10^5} = 2{,}9\ m/s^2 \Leftarrow \boxed{a_x = 2{,}9\ m.s^{-2}}$

2. قيمة السرعة بعد 10 ثوانٍ ، تعطى بالعلاقة : $v_x = a_x t + v_{0x} = (2{,}9 \times 10) + 0 = 29\ m/s$

$\therefore\ \boxed{v_x = 29\ m/s \approx 104\ km/h}$

تطبيق : ⑧ (تمرين 8– ص : 283 . الكتاب المدرسي)



عربتا قطار A و B كتلتاها على التوالي :

$m_B = 8 \times 10^3\ kg$ و $m_A = 1{,}2 \times 10^4\ kg$

تستطيعان التحرك بحرية على سكة حديدية أفقية .

تُطبق قاطرة كتلتها $10^5\ kg$ على A قوة $\vec{F_0}$ ، تنتج تسارعًا قيمته $2\ m/s^2$.

1. أوجد $\vec{F_0}$ و القوة المطبقة على A من طرف B .
2. ما هي القوة الأفقية المطبقة على القاطرة من طرف السكة الحديدية ؟

الحل :

1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على كل من العربتين :

* على العربة A : $\Sigma F_x = F_0 - F_{B/A} = m_A\, a_x \quad \ldots (1)$

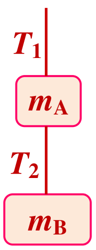
* على العربة B : $\Sigma F_x = F_{A/B} = m_B\, a_x \quad \ldots (2)$

من العلاقة (2) نستنتج أن : $F_{A/B} = m_B\, a_x = (8\times10^3)\times 2 = 1,6\times10^4\ N \Leftarrow F_{A/B} = 1,6\times10^4\ N$

بالتعويض في العلاقة (1) ، نجد : $F_0 - 1,6\times10^4 = (12\times10^3)\times 2 \Leftarrow \boxed{F_0 = 4,0\times10^4\ N}$

2. القوة المطبقة من طرف السكة على القاطرة ، هي القوة المحركة للجملة (القاطرة + العربتين) ، و منه :

$F_x = m_{tot}\, a_x = (\, 8+12+100\,)\times10^3\times 2 = 1,2\times10^5\ N \Leftarrow \boxed{F_x = 1,2\times10^5\ N}$



تطبيق : 9 (تمرين 12– ص : 283 . الكتاب المدرسي)

جسمان كتلتاهما $m_A = 0,2\ kg$ و $m_B = 0,3\ kg$ معلقان الواحد أسفل الآخر (الشكل) .
حدّد توتري الحبلين (المعتبرين مهملي الكتلة) في الحالات التالية :

1. الجسمان في راحة ؛
2. الجسمان يصعدان بـ $5\ m/s$ ؛
3. الجسمان يتسارعان إلى أعلى بـ $2\ m/s^2$ ؛
4. الجسمان يتسارعان إلى أسفل بـ $2\ m/s^2$ ؛
5. إذا كان التوتر الأقصى الممكن هو $10\ N$ ، ما هو التسارع الأقصى الممكن للجسمين نحو الأعلى ؟

الحل :

بتطبيق القانون الأول (أو حتى الثاني) لنيوتن على الجسمين ، نجد :

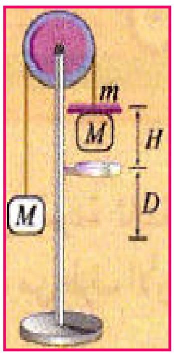
1. الجسمان في حالة راحة (حالة السكون) : $T_2 = m_B\, g = 0,3\times9,8 = 2,94\ N$ ؛
$T_1 = m_A\, g + T_2 = (m_A + m_B)g = (0,2+0,3)\times9,8 = 4,9\ N$
2. الجسمان يصعدان بـ $5\ m/s$ (حالة الحركة المنتظمة) : $T_1 = 4,9\ N$ ؛ $T_2 = 2,94\ N$.

بتطبيق القانون الثاني في الحالات المتبقية ، نجد :

3. الجسمان يتسارعان إلى أعلى بـ $2\ m/s^2$: $T_2 - m_B\, g = m_B\, a \Leftarrow T_2 = m_B(g+a) = 0,3\times(9,8+2) = 3,54\ N$
كذلك : $T_1 - m_A\, g - T_2 = m_A\, a \Leftarrow T_1 = m_A\,(g+a) + T_2 = 0,2\times(9,8+2) + 3,54 = 5,9\ N$
4. الجسمان يتسارعان إلى أسفل بـ $2\ m/s^2$: بنفس الطريقة السابقة ، نجد :
$T_2 = m_B(g - a) = 2,34\ N$ ؛ $T_1 = m_A\,(g - a) + T_2 = 3,9\ N$
5. لدينا في جميع الحالات : $T_1 > T_2$ ؛ و لدينا في حالة الحركة الصاعدة للجسمين بتسارع ثابت a ، نحو الأعلى :
$T_2 = m_B(g+a)$ ؛ $T_1 = m_A\,(g+a) + T_2 \Leftarrow T_1 = T_{max} = m_A\,(g+a) + m_B(g+a) = (m_A + m_B)\,(g+a)$

$\therefore\ a = \dfrac{T_{max} - (m_A + m_B)g}{(m_A + m_B)} \Leftarrow a = \dfrac{10-(0,2+0,3)\times9,8}{(0,2+0,3)} = 10,2\ m/s^2 \Leftarrow \boxed{a_{max} = 10,2\ m.s^{-2}}$

تطبيق : 10 (تمرين 13– ص : 284 . الكتاب المدرسي)

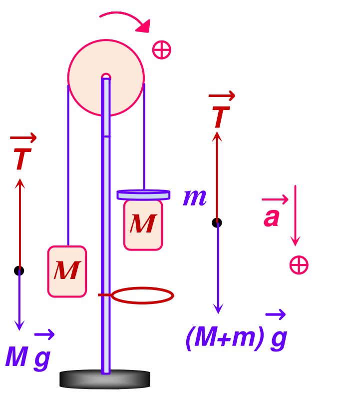


إن آلة آتوود (*La machine d'ATWOOD*) ، جهاز يسمح بالتحقق المباشر من القانون الثاني لنيوتن . نستطيع استعمالها أيضًا لقياس g . يعلق جسمان متماثلان ، كتلة كل واحد M من الجانب و الجانب الآخر لبكرة . توضع صفيحة صغيرة كتلتها m (كتلة مجنحة) على أحد الجسمين . عندما تُحرّر الجملة ، تتسارع على مسافة H حتى تتوقف الكتلة المجنحة m بواسطة حلقة مفرغة مثبتة ، تسمح بمرور الكتلة M لوحدها . تتحرك بعدئذ الجملة بسرعة ثابتة يمكن قياسها بقياس مدة السقوط على المسافة D . لاحظ الشكل المرفق جانبه .

بيّن أن : $g = \dfrac{(2M+m)D^2}{2mHt^2}$

حيث : t هي مدة الانتقال بسرعة ثابتة .

الحل :



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على كل جزء من أجزاء الجملة :

بالنسبة للجزء على اليمين : $\Sigma F_y = (M+m)g - T = (M+m)a \ \ldots\ (1)$

بالنسبة للجزء على اليسار : $\Sigma F_y = T - Mg = Ma \ \ldots\ (2)$

بحذف T بين المعادلتين (1) و (2) نجد : $a = \dfrac{mg}{2M+m}$

بالتالي الجزء على اليمين $(M+m)$ ، يهبط بمسافة H (قبل المرور بالحلقة المفرغة) فتكتسب الجملة سرعة تساوي : $v = \sqrt{2\,a\,H} = \sqrt{\dfrac{2mgH}{2M+m}}$ و يحتفظ بهذه السرعة على مسافة D

(بعد مرور M لوحدها بالحلقة المفرغة) خلال مدة زمنية t ، و منه :

$v = \sqrt{\dfrac{2mgH}{2M+m}} = \dfrac{D}{t}$ بتربيع الطرفين : $\dfrac{2mgH}{2M+m} = \dfrac{D^2}{t^2} \Leftarrow \boxed{g = \dfrac{(2M+m)D^2}{2mHt^2}}$